

MESOSKOPISCHER TRANSPORT DURCH
MAGNETISCHE BARRIEREN IN
NIEDERDIMENSIONALEN ELEKTRONENSYSTEMEN

I n a u g u r a l - D i s s e r t a t i o n

zur

Erlangung des Doktorgrades der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

vorgelegt von

Stefan Hugger

aus Freiburg

Dezember 2007

Aus dem Institut für Experimentelle Physik der kondensierten Materie
der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Gedruckt mit der Genehmigung der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Referent: Prof. Dr. Thomas Heinzl

Koreferent: Prof. Dr. Reinhold Egger

Tag der mündlichen Prüfung: 16.01.2008

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	iii
Abstract	v
Zusammenfassung	vii
1 Einleitung und Motivation	1
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Zweidimensionale Elektronengase	5
2.1.1 Die GaAs-Al _x Ga _{1-x} As-Heterostruktur	6
2.2 Semiklassischer Transport	9
2.2.1 Positiver Magnetowiderstand	11
2.2.2 Kubo-Formalismus	14
2.2.3 Landauer-Büttiker-Formalismus	15
2.3 Shubnikov-de Haas Oszillationen und Quanten-Hall-Effekt	17
2.4 Quantendrähte	20
2.5 Magnetische Barrieren	25
2.5.1 Semiklassischer Transport durch magnetische Barrieren	26
2.5.2 Quantenmechanische Betrachtung	28
3 Probenherstellung und experimentelle Techniken	31
3.1 Heterostrukturen	31
3.2 Optische Lithographie	31
3.3 Erzeugung magnetischer Barrieren	36
3.4 Messaufbau	38
3.4.1 Helium-Kryostat und drehbarer Probenhalter	38
3.4.2 Transportmessungen	39
3.5 Rasterkraftmikroskopie und Lithographie	40
3.5.1 Contact Mode	41

3.5.2	Tapping Mode	41
3.5.3	AFM-Lithographie	43
4	Experimente an magnetischen Barrieren	47
4.1	Einfluss von Randtransmission und Streuung auf magnetische Barrieren in zweidimensionalen Elektronengasen	47
4.1.1	Messungen	48
4.1.2	Simulationen und Interpretation	51
4.2	Verschieben der Barriere durch überlagerte senkrechte Felder	56
4.2.1	Messungen	56
4.2.2	Simulationen und Interpretation	59
4.3	Magnetische Barrieren in Quantendrähten	67
4.3.1	Messungen	70
4.3.2	Interpretation	79
4.4	Magnetische Barrieren in zweidimensionalen Lochgasen	86
4.4.1	Messungen	86
4.4.2	Interpretation	92
5	Schlussfolgerungen und Ausblick	95
A	Ergänzungen	99
	Abkürzungen	103
	Veröffentlichungen	105
	Literaturverzeichnis	106
	Danksagung	115

Abstract

In this thesis, the transport of two-dimensional and quasi-one-dimensional electron systems through inhomogeneous, strongly localized magnetic fields, so-called magnetic barriers, is investigated. Barriers of tunable strength were created by the fringe field of a ferromagnetic film on top of the sample surface, the magnetization of which could be controlled by an external homogeneous field. The resistance created by such a barrier in a two-dimensional electron gas (2DEG) was investigated as a function of barrier height and temperature. The observed changes in the longitudinal resistance could be explained quantitatively in a semiclassical model including effects at the edges of the sample as well as elastic scattering with realistic parameters. The resistance across a magnetic barrier of constant height as a function of a superimposed homogeneous perpendicular field was studied. A pronounced asymmetric minimum was found in the magnetoresistance at a homogeneous field of opposite direction to that of the barrier. With the help of semiclassical simulations, the experimental results were explained qualitatively and could again be reproduced quantitatively if the real sample geometry is taken into account. The first realization of magnetic barriers on quantum wires was reported. At $T=2\text{K}$, the resistance as a function of barrier height shows reproducible fluctuations that could not be explained classically. They exhibit a strong temperature dependence and vanish above 20K . These fluctuations were characterized at different electron densities and in different cooldowns and were interpreted as a phase coherence effect (universal conductance fluctuations). The investigations of magnetic barriers have been extended to another low-dimensional system, a two dimensional hole gas (2DHG). These first experiments on magnetic barriers on 2DHGs demonstrate that hole gases react in a comparable way to the barrier field as 2DEGs. However, the resistance induced by the barrier shows a more pronounced temperature dependence.

Zusammenfassung

Diese Arbeit befasst sich mit dem Transport zweidimensionaler und quasi - eindimensionaler Elektronensysteme durch inhomogene, stark lokalisierte Magnetfelder, sogenannte magnetische Barrieren. Barrieren abstimmbarer Stärke wurden mithilfe des Streufeldes eines ferromagnetischen Films auf der Probenoberfläche erzeugt, dessen Magnetisierung sich durch ein externes Feld kontrollieren lässt. Der in zweidimensionalen Elektronengasen (2DEGS) durch die Barriere hervorgerufene Widerstand wurde in Abhängigkeit der Barrierenstärke und der Temperatur untersucht. Mithilfe eines semiklassischen Modells, das sowohl die Ränder der Probe als auch Streuung mit realistischen Parametern berücksichtigt, konnte die beobachtete longitudinale Widerstandsänderung quantitativ erklärt werden. Der Widerstand über eine Barriere konstanter Höhe wurde als Funktion eines überlagerten, homogenen senkrechten Feldes studiert. Hierbei wurde ein ausgeprägtes, asymmetrisches Minimum im Magnetowiderstand beobachtet, wenn das äußere Feld der Barriere entgegengesetzt war. Die experimentellen Daten wurden mithilfe semiklassischer Simulationen qualitativ erklärt und konnten unter Einbeziehung der tatsächlichen Probengeometrie wiederum quantitativ reproduziert werden. Es wurden erstmals magnetische Barrieren auf quasi-eindimensionalen Quantendrähten realisiert. Bei $T=2\text{K}$ wurden reproduzierbare, klassisch nicht erklärbare Fluktuationen des Widerstands als Funktion der Barrierenhöhe gefunden. Sie zeigen eine starke Temperaturabhängigkeit und verschwinden bei $T > 20\text{K}$. Diese Fluktuationen wurden bei verschiedenen Elektronendichten und Abkühlzyklen charakterisiert und als Phasenkohärenzeffekt (universelle Leitwertfluktuationen) interpretiert. Die Untersuchung magnetischer Barrieren wurde auf ein weiteres niederdimensionales System, zweidimensionale Lochgase (2DHGs), ausgeweitet. Diese erstmals durchgeführten Experimente an magnetischen Barrieren auf 2DHGs zeigten, dass Lochgase bei $T=2\text{K}$ in vergleichbarer Weise auf das Barrierenfeld reagieren wie 2DEGs. Der durch die Barriere induzierte Widerstand zeigt im Falle des 2DHGs jedoch eine ausgeprägtere Temperaturabhängigkeit.

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

Zweidimensionale Elektronengase in Halbleiterheterostrukturen sind ein ideales Modellsystem, um den elektronischen Transport in Bereichen zu untersuchen, in dem eine klassische diffusive Beschreibung nicht mehr gültig ist. Besondere Bedeutung hat das hierbei das GaAs - $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$ -System erlangt, da es Elektronengase mit besonders großer freier Weglänge beinhaltet. Durch moderne Lithographietechniken lassen sich laterale Strukturen herstellen, deren Ausdehnung deutlich unterhalb dieser freien Weglänge liegt und sogar vergleichbar mit der Fermi-Wellenlänge der Elektronen werden kann, was die Beobachtung ballistischer und quantenmechanischer Transportphänomene ermöglicht.

Magnetotransportmessungen stellen eine unverzichtbare Methode bei der Untersuchung zweidimensionaler Elektronengase sowie der in diesen Systemen erzeugten Nanostrukturen dar. Homogene, senkrechte Magnetfelder führen bereits in unstrukturierten zweidimensionalen Elektronengasen zu Effekten von fundamentaler Bedeutung, als Beispiele seien nur der integrale [1] und der fraktionierte Quanten-Hall-Effekt [2] genannt, Entdeckungen, die jeweils mit einem Nobelpreis ausgezeichnet wurden. Inhomogene Magnetfelder, bei denen das Feld auf Längenskalen unterhalb der freien Weglänge der Elektronen variiert, erweitern die Phänomenologie des Transports in Magnetfeldern nochmals wesentlich. So erzeugt eine periodische Feldmodulation senkrecht zur Transportrichtung [3], [4], [5] Kommensurabilitätsoszillationen ähnlich denen bei einer rein elektrostatischen Modulation bekannten [6], [7]. Weitere untersuchte Strukturen sind beispielsweise magnetische Wellenleiter [8], bei denen das Feld parallel zur Transportrichtung variiert, rotationssymmetrische, lokale Felder, in denen sich periodische Bahnen ausbilden [9] oder ungeordnete magnetische Felder [10], [11]. Die Realisierung solcher Proben geschieht meist mithilfe mikrostrukturierter Ferromagneten, die auf der Heterostruktur platziert werden und durch ihr Streufeld das jeweilige inhomogene Magnetfeld erzeugen. Solche Ferromagnet/Halbleiter-Hybridstrukturen

sind auch unter Anwendungsgesichtspunkten interessant. Aus Transportmessungen lassen sich nichtinvasiv Informationen über den ferromagnetischen Anteil der Hybridstruktur erhalten, wie etwa die Magnetisierung einzelner [12] oder mehrerer [13] Teilchen im Submikrometerbereich, magnetischer Ringstrukturen [14] oder die Statistik der Bewegung einzelner Domänenwände [15]. Weiterhin wurden Feldsensoren realisiert, deren Sensitivität durch das lokale Feldes eines über einem Hall-Kreuz platzierten Ferromagneten verstärkt wird [16], [17], [18].

Basis all dieser Anwendungen ist ein gutes Verständnis des Transports durch inhomogene Felder. Eine besonders elementare Struktur ist die magnetische Barriere, ein inhomogenes, senkrechttes Feld, das stark lokalisiert in eine Richtung und homogen in die andere ist. Aufgrund ihrer Einfachheit ist diese Feldkonfiguration sehr gut geeignet, um grundlegende Effekte inhomogener Felder zu untersuchen. Gleichzeitig ist sie Grundlage für kompliziertere Aufbauten wie bipolare Barrieren oder kombinierte elektrostatische und magnetische Modulationen. Solche Barrieren wurden experimentell in einer Reihe von Arbeiten untersucht, wobei die Barriere durch das Streufeld eines Kobalt oder Nickel - Films auf der Oberfläche der Heterostruktur erzeugt wurde, dessen Magnetisierung durch ein äußeres Feld kontrolliert werden kann [19], [20], [21], [22]. Die auf diese Weise erzeugten Barrieren haben Halbwertsbreiten von wenigen 100 Nanometern, was deutlich unterhalb typischer elastischer freier Weglängen bei tiefen Temperaturen liegt, somit ist der Transport durch diese Barrieren quasi-ballistisch. In einem rein ballistischen Modell wirken solche Barrieren für Elektronen einer festen Energie als Winkelfilter und sollten ab einer kritischen Barrierenhöhe keine Transmission mehr zulassen. Dies wurde experimentell jedoch nicht beobachtet und in den genannten Arbeiten durch Transmission am Probenrand sowie Streuung, die trotz der geringen Ausdehnung der Barrierenregion immer auftritt, qualitativ erklärt. Allerdings lag bislang kein quantitatives Modell vor, das den Barrierenwiderstand in realen Proben mit endlichen Abmessungen beschreibt und für gegebene Probenparameter die jeweilige relative Wichtigkeit dieser Mechanismen bestimmt. Somit ist der in realen Proben häufig vorliegende Bereich zwischen vollständig ballistischem und diffusum Transport im Falle magnetischer Barrieren noch nicht ausreichend untersucht.

In theoretischen Arbeiten, die den Transport durch magnetische Barrieren quantenmechanisch beschreiben, werden häufig statt ausgedehnter 2DEGs quasi - eindimensionale Systeme mit wenigen besetzten Moden betrachtet. Dabei wurden mehrere interessante Effekte vorausgesagt, etwa Resonanzen zwischen gebundenen Zuständen in der Barriere und propagierenden Moden [23] oder eine Spinpolarisation des transmittierten Stroms durch eine bipolare Barriere [24]. Letzteres ist in Hinblick auf mögliche

Anwendungen in der Spintronik von besonderer Bedeutung. Experimentelle Realisierungen magnetischer Barrieren auf Quantendrähten sind in der Literatur bislang nicht beschrieben.

Ziel dieser Arbeit ist es, zunächst ein möglichst quantitatives Verständnis des Transport durch magnetische Barrieren in zweidimensionalen Elektronengasen zu erlangen. Hierzu werden Experimente mit Barrieren, die durch den starken Ferromagneten Dysprosium erzeugt und mittels Hall-Magnetometrie charakterisiert werden, durchgeführt. Dabei wird zunächst das Verhalten in Abhängigkeit der Barrierenhöhe studiert. Anschließend werden die Experimente auf die Kombination des inhomogenen Barrierenfeldes mit einem überlagerten homogenen senkrechten Feld erweitert. Die experimentellen Befunde werden mithilfe semiklassischer Simulationen interpretiert. Dabei wird geklärt, inwieweit das semiklassische Modell bei Berücksichtigung der tatsächlichen Probengeometrie und realistischer Verteilungen der Streueignisse die Messergebnisse quantitativ beschreiben kann.

Weiterhin werden Untersuchungen an Proben mit magnetischen Barrieren auf Quantendrähten durchgeführt. Durch die starke Reduzierung der Probenabmessungen wird dabei ein Bereich erreicht, in dem die bisherige semiklassische Beschreibung nicht mehr ausreicht.

Die bei den Barrieren in 2DEGs gewonnenen experimentellen und theoretischen Erkenntnisse dienen als Ausgangspunkt, um das Transportverhalten zweidimensionaler Lochgase durch magnetische Barrieren zu charakterisieren.

Diese Arbeit besteht aus drei Teilen. Im ersten Teil werden die notwendigen theoretischen Grundlagen erörtert. Der zweite Teil beschreibt die experimentellen Methoden, während im dritten Teil die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und interpretiert werden.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Zweidimensionale Elektronengase

Unter zweidimensionalen Elektronengasen (2DEGs) verstehen wir im folgenden Systeme, die in einer Raumrichtung so stark lokalisiert sind, dass die elektronischen Zustände in dieser Richtung quantisiert sind und lediglich der unterste Zustand besetzt ist, während die Bewegung senkrecht dazu frei ist. Realisieren lassen sich solche Strukturen beispielsweise an der Grenzfläche von geeignet dotierten Halbleitern mit unterschiedlicher Austrittsarbeit und Bandlücke. Das häufig verwendete GaAs-Al_xGa_{1-x}As-System, in dem alle Experimente dieser Arbeit durchgeführt wurden, liefert Elektronengase besonders hoher Qualität und wird daher auch als GaAs-HEMT (High Electron Mobility Transistor) bezeichnet. GaAs hat zudem den Vorteil einer sphärischen Fermi-Fläche im Bereich des Minimums des Leitungsbands, was Komplikationen bei der Interpretation von Transportexperimenten durch eine bewegungsrichtungsabhängige effektive Masse vermeidet. 2DEGs in Halbleiterstrukturen weisen eine im Vergleich mit dünnen Metallfilmen wesentlich geringere Dichte und damit eine um mehrere Größenordnungen höhere Fermi-Wellenlänge von 30-50nm auf, die im Bereich experimentell herstellbarer Nanostrukturen liegt. Somit spielen quantenmechanische Effekte beim Transport durch solche Strukturen eine wichtige Rolle. Die großen freien Weglängen in diesem System erlauben weiterhin die Untersuchung von ballistischen Transportphänomenen. Im folgenden werden die Eigenschaften der GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Struktur etwas genauer beschrieben.

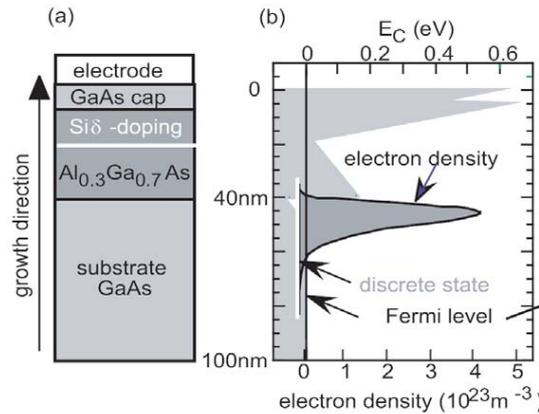


Abbildung 2.1: (a) Aufbau einer GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Heterostruktur, hier ist $x=0.3$. (b) Leitungsbandboden und Elektronendichte. Es bilden sich diskrete Zustände an der Grenzfläche GaAs / Al_{0,3}Ga_{0,7}As, von denen hier der unterste besetzt ist. Abbildung aus [26]

2.1.1 Die GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Heterostruktur

Gallium-Arsenid (GaAs) ist ein zusammengesetzter Halbleiter aus der Klasse der III-V-Halbleiter mit einer direkten Bandlücke von 1.42 eV bei 300K und einer Gitterkonstante von 0.565 nm [25]. In Aluminium-Gallium-Arsenid (Al_xGa_{1-x}As) ist ein Anteil x der Ga-Atome durch Al ersetzt. Die Bandlücke E_g steigt mit der Al-Konzentration und hängt für $x < 0.38$ linear von x ab. Eine typische Wahl für x in GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Heterostrukturen ist $x=0.3$, hier ist die Gitterkonstante von Al_xGa_{1-x}As nahezu identisch mit derjenigen von GaAs. Der Unterschied beträgt lediglich 0.4% [26], so dass sich Schichten dieser Materialien verspannungsfrei aufeinander aufbringen lassen. Abb. 2.1 zeigt den Aufbau einer typischen GaAs-Al_xGa_{1-x}As-Heterostruktur sowie den sich daraus ergebenden Verlauf des Leitungsbandbodens. Das Wachsen solcher Schichtfolgen erfolgt mit der Methode der Molekularstrahlepitaxie, die eine Kontrolle der Schichtdicken auf atomarer Skala erlaubt. An der Grenzfläche zwischen GaAs und Al_xGa_{1-x}As entsteht ein Potentialtopf im Leitungsband, in dem sich in z -Richtung quantisierte Zustände (Subbänder) ausbilden. Die Grenzfläche ist von der nachfolgenden Dotierschicht durch eine undotierte Al_xGa_{1-x}As-Schicht, den sogenannten Spacer, getrennt. Die Dotierschicht liefert freie Elektronen, von denen etwa 90% Oberflächenzustände besetzen und die restlichen 10% die Zustände im Leitungsband an der Grenzfläche GaAs-Al_xGa_{1-x}As. Die oberste GaAs-Schicht, der sogenannte Cap Layer, schützt die darunterliegende Al_xGa_{1-x}As-Schicht vor Oxidation. Die Dotierung wird so gewählt, dass die Fermi-Energie zwischen erstem und

zweiten Subband liegt, so dass bei tiefen Temperaturen nur der unterste Zustand besetzt ist und demnach ein zweidimensionales Elektronengas entstanden ist. Durch die Spacer-Schicht werden die Dotieratome räumlich vom 2DEG getrennt, wodurch Coulomb-Streuung der Elektronen an ionisierten Dotieratomen reduziert wird. Da sich wie erwähnt die Gitterkonstanten von GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ kaum unterscheiden und somit eine Grenzfläche ohne Verspannungen und Störung der Kristallstruktur möglich ist, spielt auch Grenzflächenstreuung keine Rolle. Diese beiden Punkte sowie die geringe effektive Masse $m^* = 0.067m_e$ (m_e =Elektronenmasse) erlauben die großen freien Weglängen in diesen Heterostrukturen, die bei tiefen Temperaturen mehrere $10\ \mu\text{m}$ betragen können. Die zweidimensionalen Elektronendichten bewegen sich typischerweise zwischen $1 \cdot 10^{15}\ \text{m}^{-2}$ und $6 \cdot 10^{15}\ \text{m}^{-2}$, für höhere Dichten wird auch das zweite Subband bevölkert und das Elektronengas ist nicht mehr strikt zweidimensional (die Auswirkungen auf Magnetotransportmessungen werden in Abschnitt 2.2.1 erläutert). Zur Nanostrukturierung eines 2DEG manipuliert man üblicherweise die Probenoberfläche. Daher ist es wünschenswert, wenn sich das 2DEG möglichst nahe an der Oberfläche befindet. Die Grenze für 2DEGs mit ausreichend hoher Mobilität liegt bei etwa $30\ \text{nm}$, allerdings ist die Herstellung solcher Heterostrukturen technisch sehr anspruchsvoll. Die Elektronendichte lässt sich durch Anlegen einer Spannung an eine metallische Gate-Elektrode variieren. Durch negative Gatespannungen lässt sich das 2DEG unterhalb der Elektrode völlig verarmen, weshalb durch lateral strukturierte Elektroden die entsprechende Geometrie (reversibel) in das 2DEG übertragen werden kann. Positive Gate-Spannungen hingegen führen zu einer Erhöhung der Dichte. Durch Ausnutzen der persistenten Photoleitfähigkeit in GaAs lässt sich die Dichte ebenfalls erhöhen. Hier wird die Probe kurz mit Licht einer Energie unterhalb der Bandlücke bestrahlt. Dadurch werden weitere, zuvor lokalisierte Elektronen in den Potentialtopf des 2DEGs angeregt und können diesen bei tiefen Temperaturen nicht wieder verlassen, d.h. die Dichte bleibt dauerhaft erhöht. Dieser Effekt ist reversibel, wenn die Probe aufgewärmt wird. Eine Erhöhung der Dichte führt auch zu einer Erhöhung der Mobilität, da geladene Störstellen bei höherer Dichte effektiver abgeschirmt werden.

Zweidimensionale Lochgase

Analog zu zweidimensionalen Elektronengasen lassen sich auch zweidimensionale Lochgase (2DHGs) herstellen, wenn der Valenzbandverlauf in z-Richtung an der Grenzfläche ein Maximum aufweist und die Dotierung so gewählt wird, dass die Fermi-Energie etwas unterhalb dieses Maximums liegt. Diese Struktur kann dann als Potentialtopf für positiv geladene Löcher angesehen werden, es ergeben sich wiederum

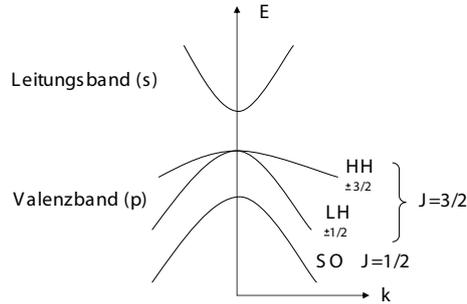


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Bandstruktur von GaAs um $k=0$.

quantisierte Zustände in z -Richtung. Während das Leitungsband in GaAs aus atomaren s -Orbitalen entsteht, leitet sich das Valenzband von atomaren p -Zuständen ab. Die dreifache Entartung dieser Zustände verschwindet im Kristall, es entstehen drei verschiedene, Spin-entartete Bänder. Durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung spaltet sich das Band mit $j = 1/2$ energetisch nach unten ab und spielt im weiteren keine Rolle. Die beiden $j = 3/2$ -Bänder sind bei $k=0$ nahezu entartet und haben eine unterschiedliche Krümmung und somit verschiedene effektive Massen, man bezeichnet sie als Heavy-Hole- und Light-Hole-Band (Abb. 2.2). Im 2DHG ist die Entartung des Heavy-Hole-Bands für $|k| > 0$ aufgehoben, es entstehen zwei Subbänder mit unterschiedlichen effektiven Massen. Diese Massen und die relative Population der Bänder sind aufgrund der nichtparabolischen Dispersion von der Ladungsträgerdichte abhängig. Die typischen Dichten in 2DHGs auf Basis der $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Heterostruktur sind vergleichbar mit denen in 2DEGs, die erreichbaren Mobilitäten sind jedoch deutlich geringer. Zweidimensionale Lochgase in GaAs unterscheiden sich abgesehen vom Vorzeichen der Ladung und der Tatsache, dass gleichzeitig Ladungsträger mit verschiedenen effektiven Massen vorhanden sind, in weiteren Aspekten von Elektronengasen. Aufgrund der höheren effektiven Massen ist bei vergleichbarer Dichte die kinetische Energie geringer. Somit steigt der Wechselwirkungsparameter, d.h. das Verhältnis der Coulomb-Energie zwischen den Ladungsträgern und der kinetischen Energie an, was die Gültigkeit des Einteilchenbildes generell einschränkt. In der Diskussion um ein metallisches Verhalten bei $T \rightarrow 0$ spielen diese Wechselwirkungen eine wesentliche Rolle [27]. Weiterhin sind Spin-Bahn-Wechselwirkung sowie der effektive g -Faktor in 2DHGs größer als in 2DEGs, was unter anderem Auswirkungen auf die Spin-Polarisation in diesen Systemen hat [28], [29].

2.2 Semiklassischer Transport

Das semiklassische Modell [30], [26] beschreibt die mikroskopische Dynamik der Ladungsträger in Strukturen, die groß gegenüber der Fermi-Wellenlänge sind. Man geht dann von lokalisierten Teilchen aus, die den folgenden Bewegungsgleichungen gehorchen:

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) \quad (2.2.1)$$

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{\hbar} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.2.2)$$

Wobei \vec{E} und \vec{B} äußere elektrische und magnetische Felder bezeichnen. Der gesamte Einfluss des periodischen Kristallpotentials ist in der Dispersionsrelation $E(\vec{k})$ enthalten. Die Elektronen des 2DEGs besetzen die Zustände um das Minimum des Leitungsbands, hier ist $E(\vec{k})$ näherungsweise parabolisch, d.h. $E(\vec{k}) = E_0 + \frac{\hbar^2}{2} \vec{k}^T M^{-1} \vec{k}$ mit dem effektiven Masse-Tensor $M_{ij}^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \partial_i \partial_j E(\vec{k})$. Im Falle von *GaAs* ist die effektive Masse isotrop, es gilt $m_{GaAs}^* = 0.067 m_e$. Die semiklassischen Bewegungsgleichungen entsprechen in diesem Fall den bekannten Gleichungen freier Elektronen, allerdings mit Masse m^* . Im semiklassischen Modell werden die elektronischen Zustände bei Abwesenheit äußerer Felder nach der Fermi-Dirac-Statistik besetzt. Die Verteilungsfunktion $\phi(\vec{k})$ (wird setzen räumliche Homogenität voraus) bei Anwesenheit äußerer Felder und Streuung lässt sich im Prinzip durch Lösen der Boltzmann-Gleichung erhalten [26], was im allgemeinen jedoch nicht analytisch machbar ist. In der Relaxationszeit-Näherung geht man davon aus, dass sich diese Verteilungsfunktion nach Abschalten aller äußerer Felder exponentiell der Fermi-Funktion $f(\vec{k})$ annähert, $\phi(\vec{k}, t) = f(\vec{k}) + (\phi(\vec{k}, 0) - f(\vec{k})) e^{-t/\tau}$. Dabei werden alle zu dieser Relaxation beitragenden Streumechanismen zu einer charakteristischen Streuzeit τ zusammengefasst. Mit der weiteren Annahme kleiner äußerer Felder lautet die stationäre Lösung $\phi(\vec{k}) = f(\vec{k} + \frac{e\tau \vec{E}}{m})$. Die Fermi-Kugel $E(\vec{k}) \leq E_F$ wird in dieser Näherung also nicht deformiert, sondern einfach um $e\tau \vec{E}/\hbar$ verschoben (Abb. 2.3). Dadurch wird ersichtlich, dass bei tiefen Temperaturen nur Elektronen im Bereich um die Fermi-Energie zum Stromfluss beitragen, für die restlichen existiert für jeden Wellenvektor \vec{k} ein besetzter Zustand mit entgegengesetztem Vektor $-\vec{k}$. Mit dieser Verteilungsfunktion lässt sich nun die Leitfähigkeit σ , definiert durch $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, bestimmen, wobei \vec{j} die Stromdichte bezeichnet. Solange kein Magnetfeld vorhanden ist, ist σ ein Skalar, es ergibt sich [26]

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*} = ne\mu \quad (2.2.3)$$

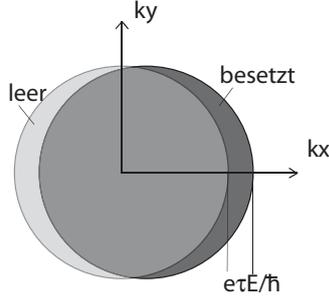


Abbildung 2.3: Die Fermi-Kugel wird durch ein elektrisches Feld verschoben, das hier parallel zur x-Achse ist.

wobei n die Dichte bezeichnet und die Mobilität μ durch obige Gleichung definiert ist. Bei einem zusätzlichen senkrechten Magnetfeld wird σ zu einem Tensor, man erhält in zwei Dimensionen (Abb. 2.4)

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \mu^2 B^2} \begin{pmatrix} 1 & -\mu B \\ \mu B & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.2.4)$$

Experimentell wird üblicherweise der spezifische Widerstand $\rho = \sigma^{-1}$ bestimmt,

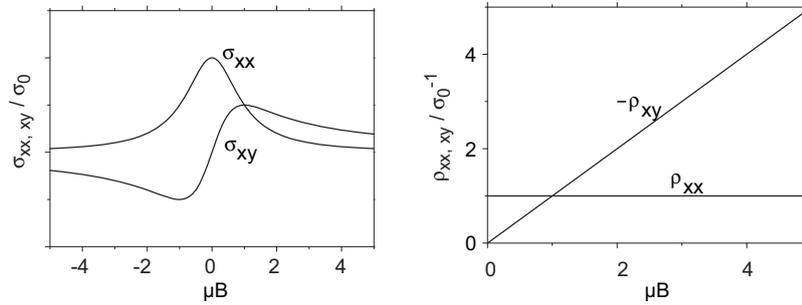


Abbildung 2.4: Komponenten des Leitfähigkeitstensors und des Tensors des spezifischen Widerstandes im Boltzmann-Modell als Funktion von $\mu B = e\tau B/m^*$.

allgemein ist

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \quad (2.2.5)$$

Für ein homogenes 2DEG in einem homogenen Magnetfeld (2.2.4) folgt

$$\rho_{xx} = (ne\mu)^{-1} \quad \rho_{xy} = -\frac{B}{n_{2D}e} \quad (2.2.6)$$

ρ_{xx} ist demnach bei einem 2DEG im semiklassischen Modell nicht vom Magnetfeld abhängig (Abb. 2.4).

Streuung

Die oben eingeführte Streuzeit τ beschreibt wie erwähnt die charakteristische Zeit, mit der die Verteilungsfunktion $\phi(k)$ auf die Fermi-Funktion relaxiert. Im Drude-Model entspricht dies der mittleren Zeit zwischen zwei starken Streueignissen und bestimmt die Driftgeschwindigkeit $v_D = \frac{eE}{\tau m}$, die ein Elektron in Richtung eines elektrischen Feldes aufnimmt, bis seine Bewegungsrichtung durch ein elastisches Streueignis zufällig verändert wird. Allerdings handelt es sich hier um eine den makroskopischen Widerstand bestimmende Zeit. Der Unterschied zur tatsächlichen mittleren Zeit zwischen Streueignissen, der Quantenstreuzeit τ_q , rührt daher, dass für den resultierenden Widerstand auch die Stärke, d.h. der Streuwinkel, des Streueignisses entscheidend ist. So sind viele Ereignisse mit kleinen Streuwinkeln notwendig, bis die Korrelation der Elektronengeschwindigkeit mit der Anfangsgeschwindigkeit verloren gegangen ist. Den Zusammenhang zwischen τ und τ_q erhält man, indem die Streueignisse abhängig vom Streuwinkel θ gewichtet werden. Die differentielle Streurrate ist

$$\tau^{-1}(\theta) = \tau_q^{-1} f(\theta)$$

wobei $f(\theta)$ die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Streuwinkel bezeichnet. τ erhält man durch eine Gewichtung eines Streueignisses mit $1 - \cos(\theta)$ [31], [26] aus

$$\tau^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} \tau_q^{-1} f(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \quad (2.2.7)$$

2.2.1 Positiver Magnetowiderstand

Da dies in den Abschnitten 4.2 und 4.4 benötigt wird, folgen in diesem Abschnitt einige Erläuterungen, wie ein positiver Magnetowiderstand (PMR) um $B = 0$ T, d.h. ein Widerstand, der mit $|B|$ steigt, semiklassisch entstehen kann.

Eine Ursache für einen PMR in ρ_{xx} kann ein Elektronendrift in y-Richtung sein, wie es beispielsweise in 2DEGs mit eindimensionalem Überpotential mit Modulation in x-Richtung zu beobachten ist [32]. Für kleine äußere Felder sind hier offenen Bahnen (SO, streaming orbits) in y-Richtung möglich, s. Abb. 2.5, die für einen zusätzlichen Beitrag [33]

$$\delta D_{yy} = \langle v_{drift}^2 \rangle \tau$$

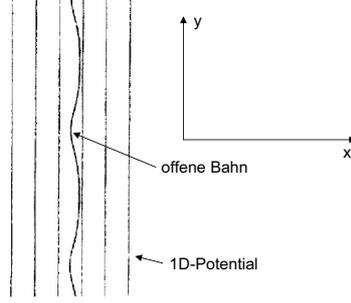


Abbildung 2.5: Offene Elektronenbahnen bei eindimensionaler Modulation, die durch einen zusätzlichen Beitrag zur yy -Komponente des Diffusionstensors einen PMR erzeugen (aus [32]).

zur Diffusionskonstanten in y -Richtung sorgen. $\langle v_{drift}^2 \rangle$ ist hierbei über alle Elektronen gemittelt, also die mittlere Driftgeschwindigkeit der SOs multipliziert mit dem magnetfeldabhängigen Anteil der Elektronen, die sich in diesen Orbits befinden. Unter Verwendung der Einstein-Relation für ein Elektronengas bei $T=0$,

$$\sigma = e^2 D(E_F) D \quad (2.2.8)$$

wobei $D(E_F) = m^*/\pi\hbar^2$ die spinentartete zweidimensionale Zustandsdichte bei der Fermi-Energie bezeichnet (die bei einem 2DEG energieunabhängig ist), und den weiteren Annahmen $\omega_c\tau = \mu B \gg 1$ und $\delta\sigma_{yy}/\sigma_0 \ll 1$ folgt mit Gleichung(2.2.5) [34]

$$\rho_{xx}/\rho_0 = 1 + 2 \frac{\langle v_{drift} \rangle^2}{v_F^2} (\omega_c\tau)^2 \quad (2.2.9)$$

Die anderen Komponenten von ρ werden nicht beeinflusst. Etwas allgemeiner folgt ohne weitere Näherungen aus $\delta\sigma_{yy} = \alpha\sigma_0$

$$\rho_{xx}/\rho_0 = 1 + \frac{\alpha}{1 + \alpha} (\omega_c\tau)^2 \quad (2.2.10)$$

Dieser Effekt kann bei den üblichen hohen Mobilitäten in 2DEGs recht stark sein, für $\alpha = 0.01$, $\mu = 100 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ und $B = 0.1 \text{ T}$ ist $\rho/\rho_0 = 1.99$.

Im allgemeinen Fall können auch die anderen Komponenten von σ von der Boltzmann-Form abweichen, d.h. $\sigma_{ij}(B) = \alpha_{ij}(B)\sigma_{ij}^0$. Eine notwendige Bedingung für einen PMR in x ist offensichtlich $\rho_{xx}(B=0) < \rho_{xx}(\mu B \gg 1)$. Für $\mu B \gg 1$ kann im Nenner von (2.2.5) das Produkt $\sigma_{xx}\sigma_{yy}$ gegenüber dem der Nebendiagonalelementen vernachlässigt werden, so dass die genannte Bedingung sich schließlich als

$$\frac{\alpha_{yy}\alpha_{xx}}{\alpha_{xy}^2} > 1 \quad (2.2.11)$$

schreiben lässt (für $\alpha_{xy} = -\alpha_{yx}$).

Zwei besetzte Bänder

Zwei besetzte Subbänder führen ebenfalls zu einem klassischen positiven Magnetowiderstand [35], [36]. Diese Situation tritt bei Elektronengasen nur für hohe Dichten ($\geq 6 \cdot 10^{15} \text{m}^{-2}$) auf. Bei zweidimensionalen Lochgasen hingegen sind schon bei geringeren Dichten Ladungsträger mit zwei verschiedenen Massen und Mobilitäten vorhanden, da die zugehörigen Bänder bei $k=0$ entartet sind. Die einfachste Möglichkeit zur Beschreibung dieser Situation besteht in der Annahme zweier paralleler, nicht wechselwirkender Kanäle mit Dichten n_1, n_2 und Mobilitäten μ_1, μ_2 . Der Leitfähigkeitstensor besteht dann aus der Summe der Tensoren der einzelnen Kanäle,

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (2.2.12)$$

Wegen $\rho = \sigma^{-1}$ ergibt sich ein PMR in ρ_{xx}

$$\frac{\rho_{xx} - \rho(0)}{\rho_{xx}(0)} = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2 n_1 n_2 \mu_1 \mu_2 B^2}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2 + [\mu_1 \mu_2 (n_1 + n_2) B]^2} \quad (2.2.13)$$

Für $\mu B \gg 1$ wird eine Sättigung des PMR erreicht, es gilt

$$\Delta \rho_{xx} / \rho_{xx}(0) = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2 n_1 n_2}{[\mu_1 \mu_2 (n_1 + n_2)]^2} \quad (2.2.14)$$

Abb. 2.6a zeigt $\Delta \rho_{xx} / \rho_{xx}(0)$ für die Parameter $n_1 = 1 \cdot 10^{15} \text{m}^{-2}$, $\mu_1 = 26.5 \text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$, $n_2 = 2 \cdot 10^{15} \text{m}^{-2}$, $\mu_2 = 11 \text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ aus [37], hier wurde ein 2DHG des selben Herstellers der in Abschnitt 4.4 untersuchten Proben untersucht. ρ_{xy} weicht für die hier interessierenden Dichten und Mobilitäten nur geringfügig vom bekannten Halleffekt mit einer strikt zweidimensionalen Probe mit $n_{ges} = n_1 + n_2$ ab. Abb. 2.6b verdeutlicht das durch Plots von ρ_{xy} nach dem 2-Subband-Modell unter Verwendung der obigen Parameter sowie $\rho_{xy} = -\frac{B}{(n_1 + n_2)e}$.

Zaremba [35] untersuchte den allgemeineren Fall unter Einbeziehung von Interbandstreuung und findet das Resultat

$$\frac{\rho_{xx} - \rho(0)}{\rho_{xx}(0)} = \frac{r(\mu_1 - \mu_2)^2 n_1 n_2 \mu_1 \mu_2 B^2}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2 + [\mu_1 \mu_2 (n_1 + n_2) r B]^2} \quad (2.2.15)$$

Wobei der Parameter r das Ausmaß dieser Wechselwirkung beschreibt.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, dass zwei besetzte Bändern nicht zwangsläufig einen PMR zur Folge haben, wie im Falle von identischer Mobilitäten aus (2.2.13) ersichtlich.

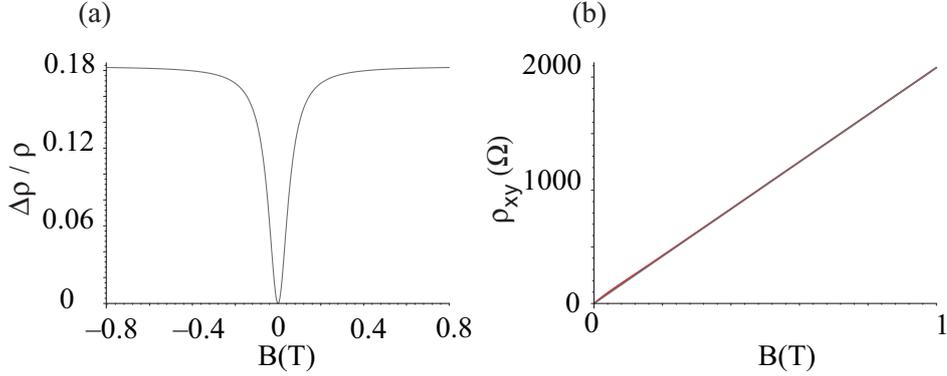


Abbildung 2.6: (a) PMR im 2-Subband-Modell mit $n_1 = 1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu_1 = 26.5 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $n_2 = 2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu_2 = 11 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ nach Gleichung (2.2.13). (b) Hall-Effekt im 2-Subband-Modell (rot) sowie die Näherung $\rho_{xy} = -B/n_{ges}e$. Für die verwendeten Parameter ist der Unterschied sehr gering, aus der Steigung folgt also bei zwei besetzten Bändern in guter Näherung die Gesamtdichte.

2.2.2 Kubo-Formalismus

Das im vorangegangenen Abschnitt besprochene Boltzmann-Modell lieferte Resultate für räumlich homogene, diffusive Systeme in homogenen Feldern. Um darüber hinausgehend zusätzliche Strukturen wie magnetische Barrieren zu berücksichtigen, werden hier numerische Simulationen verwendet, deren Grundlagen in diesem und im folgenden Abschnitt erläutert werden.

Der Diffusionstensor D beschreibt die Reaktion auf einen Dichtegradienten,

$$\vec{j} = -D\nabla n \quad (2.2.16)$$

während der Leitfähigkeitstensor σ den durch ein elektrisches Feld gegebenen Strom bestimmt:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2.2.17)$$

Die beiden Größen sind durch die Einstein-Relation miteinander verknüpft, die für ein Elektronengas bei $T=0$ durch Gleichung 2.2.8 gegeben ist. Weiterhin hängt der Diffusionstensor mit der Geschwindigkeitskorrelationsfunktion über

$$D_{ij} = \int_0^\infty \langle v_i(t)v_j(0) \rangle dt \quad (2.2.18)$$

zusammen. So ergibt sich schließlich die Kubo-Formel [38]

$$\sigma_{ij} = \frac{m^* e^2}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \langle v_i(t)v_j(0) \rangle dt \quad (2.2.19)$$

Dieser sehr nützliche Zusammenhang ermöglicht die Berechnung der makroskopisch gemessenen Leitfähigkeit aus den mikroskopischen Trajektorien der Elektronen und findet in der vorliegenden Arbeit im Rahmen semiklassischer Simulationsrechnungen Anwendung. Hierbei werden die semiklassischen Bewegungsgleichungen für die jeweils interessierende Potentiallandschaft numerisch für eine große Anzahl ($\sim 10^5$) Elektronen gelöst. Streuung kann explizit in die Berechnung der Trajektorien eingebaut werden, indem zufällige Streuereignisse generiert werden, die geeigneten Verteilungen für die Zeiten zwischen Streuereignissen und für die Streuwinkel folgen (Abschnitt 4.1 und 4.2). Die Integrationszeit kann in der Simulation natürlich nicht unendlich sein, hier wurde eine Trajektorie über mindestens 10 freie Weglängen (entsprechend $t=10\tau$) berechnet. Die Korrelation $\langle v_i(t)v_j(0) \rangle$ ist dann in guter Näherung vernachlässigbar. Eine andere Möglichkeit besteht darin, ballistische Trajektorien zu simulieren und stattdessen eine exponentielle Dämpfung $e^{-t/\tau}$ in Formel 2.2.19 einzuführen, da zufällige Streuereignisse zu einer exponentiellen Abnahme der Geschwindigkeitskorrelation führen:

$$\sigma_{ij} = \frac{m^* e^2}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \langle v_i(t)v_j(0) \rangle e^{-t/\tau} dt \quad (2.2.20)$$

Letztere Methode ist vor allem dann von Vorteil, wenn man das Verhalten der Leitfähigkeit auf bestimmte Klassen von Trajektorien zurückführen will. Ein Beispiel sind etwa geordnete Antidotgitter, in denen bestimmte Strukturen im Magnetowiderstand mit periodischen Bahnen identifiziert werden können [39]. Andererseits kann diese Methode auch zu Problemen führen, wenn Streuereignisse notwendig sind, um bestimmte Regionen der Probe überhaupt zu erreichen, die, wie im Falle magnetischer Barrieren, für ballistische Elektronen undurchlässig sind.

2.2.3 Landauer-Büttiker-Formalismus

Der Kubo-Formalismus in der oben besprochenen Form erlaubt die Berechnung der Leitfähigkeit eines semiklassischen, ausgedehnten Systems, das jedoch zumindest auf größerer Skala homogen erscheinen sollte (z.B. viele Antidots, periodische Barriere..), da sonst das Konzept einer Leitfähigkeit keinen Sinn macht. Offenbar kann aber auf diese Weise die Probengeometrie (Ränder, Lage der Voltage Probes etc.) nicht berücksichtigt werden, und auch der durch einzelne Strukturen wie etwa eine Tunnelbarriere oder eine einzelne magnetische Barriere hervorgerufene Widerstand lässt sich nicht direkt bestimmen. Ein anderes, vor allem zur Berechnung quantenmechanischer Systeme weit verbreitetes Konzept ist der Landauer-Büttiker-Formalismus. Hier werden Leitwerte aus den Transmissionswahrscheinlichkeiten der Elektronen durch die

fragliche Struktur bestimmt. Zunächst lässt sich zeigen [40], dass der Strom durch einen eindimensionalen Kanal mit M besetzten Moden und Transmissionswahrscheinlichkeit T gegeben ist durch

$$I = \frac{2e^2}{h} T M V \quad (2.2.21)$$

wobei $eV = \mu_1 - \mu_2$ durch die Differenzen der chemischen Potentiale μ_1 und μ_2 in den beiden Kontakten gegeben ist. Daraus folgt der Leitwert (Landauer-Formel [40], [41])

$$G = \frac{2e^2}{h} T M \quad (2.2.22)$$

Man erhält also auch für $T = 1$ einen von Null verschiedenen Widerstand. Es handelt sich dabei um den Kontaktwiderstand des Übergangs vom Reservoir mit unendlich vielen Moden in den endlich breiten Kanal, der bei einer Zweipunkt-Messung mitgemessen wird. Der Widerstand nur des Kanals beträgt also

$$R = \frac{h}{2e^2 M} \frac{1 - T}{T} \quad (2.2.23)$$

Büttiker verallgemeinerte dies [42] auf Geometrien mit beliebig vielen Strom- und Spannungskontakten. Der Strom aus Kontakt p beträgt dann

$$I_p = \sum_q (G_{qp} V_p - G_{pq} V_q) \quad (2.2.24)$$

mit

$$G_{pq} = \frac{2e^2}{h} T_{pq} M_q$$

$T_{qp} = T_{q \leftarrow p}$ bezeichnet konventionsgemäß ([42], [40]) die Transmissionswahrscheinlichkeit von p nach q . Dieses Gleichungssystem zur Bestimmung der Potentiale ist noch nicht eindeutig lösbar. Es müssen noch Randbedingungen sowie ein Potentialnullpunkt definiert werden. Die übliche Hallbar-Geometrie (zur Bezeichnung der Kontakte siehe Abb. 2.7) erhält man durch die Bedingungen

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 0, I_S = -I_D = I \quad (2.2.25)$$

d.h. der Strom fließt von S nach D, und an den Kontakten 1-4 werden stromlos Spannungen gemessen. Da nur die Spannungsdifferenzen der Kontakte von Bedeutung sind, lässt sich zudem $V_D = 0$ setzen. Damit ist das Gleichungssystem 2.2.24 für die V_p nun eindeutig lösbar. Explizit gilt für den longitudinalen Widerstand R_{12}

$$R_{12} = \frac{V_1 - V_2}{I} = (A^{-1})_{31} - (A^{-1})_{21} \quad (2.2.26)$$

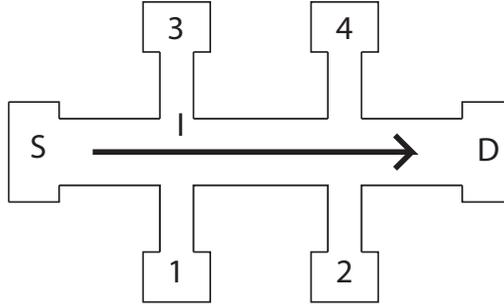


Abbildung 2.7: Zur Bezeichnung der Kontakte in Gleichung (2.2.25).

wobei die Matrix A für die obige Geometrie mit 6 Kontakten definiert ist durch

$$A = \begin{pmatrix} G_S & -G_{S1} & -G_{S2} & -G_{S3} & -G_{S4} \\ -G_{1S} & G_1 & -G_{12} & -G_{13} & -G_{14} \\ -G_{2S} & -G_{21} & G_2 & -G_{23} & -G_{24} \\ -G_{3S} & -G_{31} & -G_{32} & G_3 & -G_{34} \\ -G_{4S} & -G_{41} & -G_{42} & -G_{43} & G_4 \end{pmatrix} \quad (2.2.27)$$

wobei

$$G_p = \sum_{q \neq p} G_{pq}$$

Eine Anwendung dieses Formalismus auf semiklassische, ballistische Systeme findet sich bei Beenakker und van Houten [33]. Zur Bestimmung der Transmissionswahrscheinlichkeiten werden für jeden Kontakt die Trajektorien einer großen Zahl von Elektronen, die in diesem Kontakt starten, verfolgt, bis sie in einen der anderen Kontakte eintreten oder wieder in denselben Kontakt zurückkehren. Hier wird dieser Formalismus in der gleichen Weise, jedoch unter zusätzlicher Berücksichtigung von elastischen Streueignissen in den Trajektorien, verwendet.

2.3 Shubnikov-de Haas Oszillationen und Quanten-Hall-Effekt

Während ρ_{xx} bei kleinen Magnetfeldern wie semiklassisch erwartet konstant ist, werden bei tiefen Temperaturen und $\omega_c \tau_D > 1$ 1/B-periodische Oszillationen in ρ_{xx}

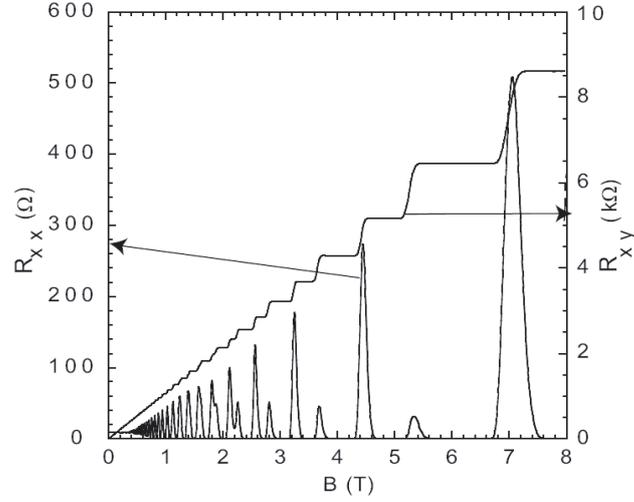


Abbildung 2.8: Quanten-Hall-Effekt und Shubnikov-de Haas Oszillationen bei $T=100\text{mK}$. Abbildung aus [26]

beobachtet (Shubnikov-de Haas Oszillationen), bei hohen Feldern verschwindet der Widerstand im Minimum dieser Oszillationen über einen endlichen B-Feld-Bereich. Die $R=0$ -Bereiche treten gemeinsam mit dem Quanten-Hall-Effekt [1], d.h. Plateaus in ρ_{xy} bei $\rho_{xy} = \frac{h}{e^2\nu}$ ist, auf (Abb. 2.8). Dieser Effekt ist eine Folge der Landau-Quantisierung. Betrachtet man ein das Problem eines zweidimensionalen Elektrogases im homogenen Magnetfeld quantenmechanisch, so ergeben sich diskrete, hochentartete Zustände bei den Energien

$$E_j = \hbar\omega_c(j - 1/2) \quad (2.3.1)$$

im folgenden als Landau-Niveaus bezeichnet. Die vormals konstante Zustandsdichte des 2DEGs wird zu

$$D(E) = \frac{g_s e B}{h} \sum \delta(E - E_j) \quad (2.3.2)$$

g_s bezeichnet die Spinentartung. Die Entartung sowie der Abstand zweier Landau-Niveaus sind demnach proportional zu B , weshalb mit steigendem Feld die höheren Niveaus entvölkert werden, bis sich schließlich alle Elektronen im untersten Zustand befinden. Der Füllfaktor ν , definiert als

$$\nu = \frac{g_s E_F(B=0)}{\hbar\omega_c} \quad (2.3.3)$$

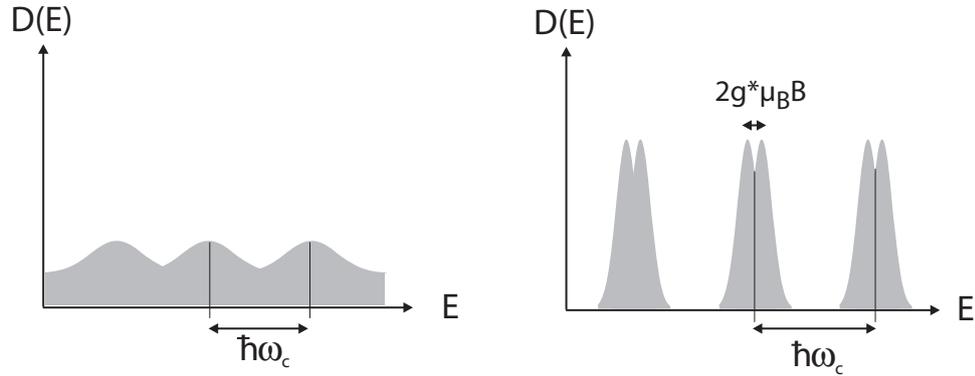


Abbildung 2.9: Zustandsdichte in realen Proben im homogenen Magnetfeld. (a) Kleine Felder: $D(E)$ oszilliert als Funktion der Energie, bleibt aber immer endlich. (b) Für hohe Felder sind die $D(E)$ Peaks, die zu den jeweiligen Landau-Niveaus gehören, durch Bereiche mit $D(E)=0$ getrennt. Die Spinentartung ist bei hohen Feldern aufgehoben.

gibt die Anzahl der gefüllten Niveaus und damit die Lage des Fermi-Niveaus für ein gegebenes B-Feld an. Bei Spinentartung ($g_s = 2$) bedeutet $\nu = 2j$, dass j Landau-Niveaus gefüllt sind. Die Fermi-Energie befindet sich dann zwischen zwei Landau-Niveaus. In realen Systemen sind die Delta-Peaks der Zustandsdichte durch Streuung und Potentialfluktuationen verbreitert, so dass $D(E)$ für nicht zu große Felder zunächst nur oszilliert, aber immer endlich bleibt (Abb. 2.9). Dadurch oszilliert auch ρ_{xx} , wenn die Fermi-Energie bei Ändern des Magnetfeldes die einzelnen Niveaus durchläuft. Minima in ρ_{xx} entsprechen dabei vollständig gefüllten Niveaus. Dieser Fall tritt periodisch in $1/B$ auf:

$$2j = \frac{g_a E_F(B=0)}{\hbar\omega_c} = \frac{hn_{2D}}{eB} \quad (2.3.4)$$

Somit kann die Elektronendichte aus den Positionen der Shubnikov-de Haas-Minima bestimmt werden. Bei höheren Feldern sind die $D(E)$ -Peaks getrennt, d.h. es existieren ausgedehnte Energiebereiche, in denen die Zustandsdichte verschwindet. Dies erklärt zunächst das Verschwinden von $\sigma_{xx} = 0$ und damit auch $\rho_{xx} = 0$, allerdings nur bei genau den Feldern, die $\nu = 2j$ entsprechen. Der klassische Hall-Widerstand $\rho_{xy} = -B/n_{2D}e$, nimmt bei diesen Feldern die Werte der Quanten-Hall-Plateaus, $\rho_{xy} = h/2e^2 j$, an. Die Fermi-Energie kann bei einer weiteren Änderung des Magnetfeldes nicht in den Bereichen $D(E)=0$ bleiben, da dort eben keine Zustände vorhanden sind. Um die endlichen Bereiche verschwindenden Widerstandes und die Plateaus in ρ_{xy} zu erklären, muss nun noch zusätzlich angenommen werden, dass die Zustände in den Flügeln der Zustandsdichte-Peaks aufgrund von Potentialfluktuationen lokalisiert sind und nicht zum Transport beitragen [26], d.h. wenn die Fermi-Energie diese

Bereiche passiert, ändern sich ρ_{xx} und ρ_{xy} nicht.

Bei höheren Magnetfeldern beobachtet man auch Quanten-Hall-Plateaus und SdH-Minima bei ungeraden Füllfaktoren ν . Hier ist die Spinartung der LL aufgehoben, ein ungerader Füllfaktor ν bedeutet nun, dass ein Spinrichtung des Landau-Niveaus $(\nu + 1)/2$ vollständig besetzt, die andere dagegen leer ist. Bemerkenswert am QHE ist die Tatsache, dass die quantisierten Werte des Hall-Widerstands materialunabhängig sind und die Plateaus extrem präzise den nur durch Naturkonstanten gegebenen Werten $\rho_{xy} = \frac{h}{e^2\nu}$ entsprechen, weshalb man diesen Effekt mittlerweile als Basis für Referenzwiderstände benutzt und mit der von-Klitzing-Konstanten R_K festlegt:

$$25812.807 \Omega := \frac{h}{e^2} = R_K \quad (2.3.5)$$

Aus einer Analyse der Shubnikov-de-Hass-Oszillationen bei kleinen Magnetfeldern, d.h. in dem Bereich, in dem der Hall-Effekt noch keine Quantisierung zeigt und ρ_{xx} nicht verschwindet, lässt sich die Quantenstreuzeit τ_q (Abschnitt 2.2) bestimmen. Aus der Ando-Formel [43], [26] die das Verhalten von ρ_{xx} in diesem Bereich analytisch beschreibt, folgt, dass für die Amplitude A der Oszillationen gilt [26]:

$$Y = \ln AB \sinh\left(\frac{2\pi^2 k_B T m^*}{eB\hbar}\right) = C - \frac{\pi m^*}{e} \frac{1}{\tau_q} \frac{1}{B} \quad (2.3.6)$$

mit einer Konstanten C . Trägt man Y gegen $1/B$ auf, sollte sich demnach eine Gerade ergeben, aus deren Steigung τ_q bestimmt wird. Aus der Temperaturabhängigkeit der Oszillationen in diesem B-Feld-Bereich lässt sich zudem die effektive Masse der Ladungsträger bestimmen.

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass es weitere, wesentlich tiefergehende Erklärungen des QHE als die hier gegebenen qualitativen Argumente gibt ([44], [45]). Weiterhin findet man in hochbeweglichen Proben bei sehr tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern neben dem besprochenen ganzzahligen QHE auch weitere Plateaus bei bestimmten rationalen Verhältnissen $\rho_{xy} = \frac{h}{e^2} \frac{i}{k}$, wobei i und k ganze Zahlen sind. Dieser fraktionierte Quantenhalleffekt [2] ist wesentlich schwieriger zu verstehen und in dieser Arbeit nicht von Bedeutung.

2.4 Quantendrähte

Schränkt man die Breite eines 2DEGs in einer Dimension auf wenige Fermi-Wellenlängen ein, so ergeben sich deutliche Abweichungen vom zweidimensionalen Verhalten. Durch

das Einschlusspotential ergibt sich eine Quantisierung in y-Richtung, und es entstehen eindimensionale Subbänder. Deren energetischer Abstand nimmt mit abnehmender Breite des Draht zu, so dass bei Verringern der Drahtbreite immer weniger Moden besetzt sind und der Draht schließlich wirklich eindimensional wird, wenn nur noch das unterste Subband unterhalb der Fermi-Energie liegt.

Abhängig von der Länge L eines Quantendrahtes unterscheidet man zwischen diffusiven ($L > l_e$, l_e =freie Weglänge) und ballistischen Drähten ($L \ll l_e$). Besonders kurze Drähte nennt man auch Quantenpunktkontakte. In der vorliegenden Arbeit sind vor allem diffusive Drähte von Bedeutung.

Modelliert man einen Quantendraht durch ein harmonisches Potential

$$V_{QW}(y) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2y^2 \quad (2.4.1)$$

lässt sich die Schrödinger-Gleichung im senkrechten Magnetfeld analytisch lösen [26]. Magnetfeld und elektrostatisches Potential ergeben zusammen ein effektives harmonisches Einschlusspotential in y-Richtung mit den Energieeigenwerten

$$E_n = \hbar\omega(B)(n - 1/2) \quad (2.4.2)$$

mit $\omega(B)^2 = (eB/m^*)^2 + \omega_0^2$, während die Eigenzustände in x-Richtung durch ebene Wellen mit der Dispersion freier Elektronen und der magnetischen Masse

$$m(B) = m^* \left(\frac{\omega(B)}{\omega_0} \right)^2 \quad (2.4.3)$$

gegeben sind. Die Energiedispersion des n-ten Subbandes lautet demnach

$$E_n = \hbar\omega(B)(n - 1/2) + \frac{\hbar^2k_x^2}{2m(B)} \quad (2.4.4)$$

Die Zustandsdichte des Drahtes ist die Summe der eindimensionalen Zustandsdichten der Subbänder:

$$D_{QW}(E) = \sum_{n=1}^{\infty} D_{1D}(E - E_n) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} (E - E_n)^{-1/2} \quad (2.4.5)$$

Für die (eindimensionale) Elektronendichte erhält man hieraus (bei T=0K)

$$n_{QW} = \frac{2}{\pi\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{2m^*(E - E_n)} \theta(E - E_n) \quad (2.4.6)$$

Mit steigendem B-Feld steigt die Energie der Subbänder, weshalb sie sukzessive depopuliert werden. Die Zustandsdichte an der Fermi-Energie oszilliert also als Funktion des Magnetfeldes, was sich in Transportmessungen analog zu den SdH-Oszillationen (Abschnitt 2.3) in Widerstandsozillationen bemerkbar macht. Allerdings sind die Oszillationen hier nicht periodisch in $1/B$. Besonders deutlich werden die Abweichungen bei kleinen Feldern, wo der Modenabstand gegen den konstanten Wert $\hbar\omega_0$ strebt. Bei großen Feldern hingegen nähert sich das Verhalten des Systems dem eines 2DEG an. Die Anzahl besetzter Moden lässt sich analytisch berechnen [46]

$$j = \left(\frac{3\pi}{4}n_{QW}\omega_0\right)^{2/3}\left(\frac{\hbar}{2m^*}\right)^{1/3}\frac{1}{\omega(B)} \quad (2.4.7)$$

Somit lassen sich die Stärke des Einschlusspotentials und die Elektronendichte im Draht aus Magnetotransportmessungen bestimmen, indem man j als Funktion von B aufträgt und mit Gleichung (2.4.7) fittet, wobei ω_0 und n_{QW} die Fitparameter sind. Sind diese bekannt, lässt sich die Fermi-Energie aus Formel 2.4.6 bestimmen. Die elektronische Breite W_e des Drahtes ist über die Forderung definiert, dass der Wert des Einschlusspotentials gleich der Fermi-Energie ist:

$$V_{QW}(W_e/2) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2\left(\frac{W_e}{2}\right)^2 = E_F \quad (2.4.8)$$

Grenzflächenstreuung: Der Wire-Peak

Streuung an den Wänden des Quantendrahtes kann zu einem Maximum im Magnetowiderstand des Drahtes führen, dem sogenannten Wire Peak, wenn die diese Streuung nicht vollständig spekulär ist. Abb. 2.10 zeigt eine Messung des Effekts und illustriert das Zustandekommen dieses semiklassisch erklärbaren Peaks. Für bestimmte Zyklotronradien $r_C \approx W$ ist die Wahrscheinlichkeit für eine Umkehr der Elektronenbewegung erhöht, der Widerstand hat demnach ein Maximum. Für höhere Felder und $2r_C < W$ wird Rückstreuung dagegen durch das Magnetfeld unterdrückt, der Widerstand sinkt. Aus der Stärke des Wire Peaks lässt sich der Anteil diffusiver Streuung an den Drahtwänden bestimmen.

Ballistische Drähte

Sehr kurze Drähte oder Quantenpunktkontakte können von Elektronen passiert werden, ohne dass Streuung auftritt. In diesem Fall misst man bei Transportmessungen,

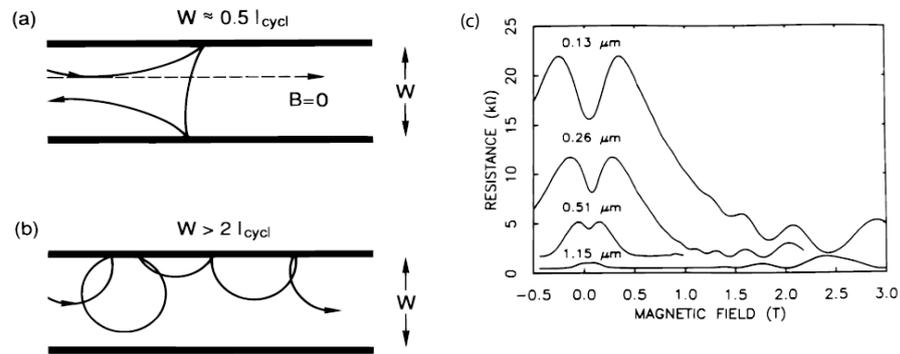


Abbildung 2.10: Der Wire-Peak. (a) Erhöhte Rückstreuwahrscheinlichkeit, Widerstandsmaximum. (b) Ein stärkeres Magnetfeld unterdrückt die Rückstreuung, der Widerstand sinkt (aus [47]). (c) Messungen des Wire-Peaks für verschiedene Drahtbreiten [48]. Der Peak ist hier besonders deutlich, da diese Drähte mittels Ionenimplantation hergestellt wurden, was zu rauen Wänden und damit einem größeren Anteil diffusiver Streuung führt.

bei denen die Kontakte außerhalb des Drahtes liegen, aber keinen verschwindenden Widerstand. Vielmehr ergibt sich ein quantisierter Leitwert als Funktion der besetzten Moden. Das ist darin begründet, dass die Elektronen von den weiten Reservoirs in den engen Draht einkoppeln müssen und lässt sich quantitativ im in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Landauer-Büttiker-Formalismus verstehen. Demnach ist der Leitwert $G_{QW} = \frac{2e^2}{h} M$ (für Transmissionswahrscheinlichkeit 1) proportional zur Anzahl M besetzter Moden. Da es sich bei letzterer um eine diskrete Größe handelt, folgt die Quantisierung. Beobachten lässt sich diese Leitwertquantisierung in Quantenpunktkontakten z.B. bei Variation der Elektronendichte.

Schwache Lokalisierung

Die Leitfähigkeit eines Elektronengases wird bei tiefen Temperaturen, wenn Phononen keine Rolle mehr spielen, durch Streuung an geladenen Störstellen oder Gitterfehlern bestimmt. Semiklassisch erwartet man keine weitere Temperaturabhängigkeit, sobald dieses Regime erreicht ist. Experimentell zeigt sich jedoch, dass unterhalb einer bestimmten Temperatur der Widerstand wieder ansteigt. Dieser Anstieg, bekannt unter der Bezeichnung schwache Lokalisierung, ist besonders stark in engen Kanälen [49].

Er kann quantenmechanisch als Interferenzeffekt verstanden werden, der die Wahrscheinlichkeit für Rückstreuung und somit den Widerstand erhöht. Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Elektron über mehrere elastische, die Phasenkohärenz aber nicht zerstörende Streuprozesse von r_1 nach r_2 gelangt, ist das Betragsquadrat der Summe der einzelnen Wahrscheinlichkeitsamplituden für alle möglichen Wege von r_1 nach r_2 .

$$P(r_1, r_2) = \left| \sum A_i \right|^2 = \sum |A_i|^2 + \sum_{i \neq j} A_i A_j^* \quad (2.4.9)$$

Der erste Term entspricht der klassischen Diffusionswahrscheinlichkeit, der zweite ist ein quantenmechanischer Interferenzterm, der sich durch die in diffusiven Proben große Anzahl der möglichen Wege herausmittelt, wenn Anfangs- und Endpunkt verschieden sind. Für $r_1 = r_2$ existiert jedoch zu jedem Pfad auch ein in umgekehrter Richtung durchlaufener Pfad mit identischer Wahrscheinlichkeitsamplitude (dies liegt an der Zeitumkehrinvarianz), die Rückstreuungswahrscheinlichkeit ist dadurch erhöht. Die Leitwertkorrektur im eindimensionalen Fall ($l_\phi \gg W$, l_ϕ =Phasenkohärenzlänge) berechnet sich zu [47]

$$\delta G = \frac{2e^2 l_\phi}{h L} \left(1 - \left(1 + \frac{\tau_\phi}{\tau} \right)^{-1/2} \right) \quad (2.4.10)$$

für $L \gg l_\phi$ und sättigt als Funktion von L für $l_\phi \sim L$.

Ein senkrecht magnetisches Feld kann die schwache Lokalisierung zerstören, da die Zeitumkehrinvarianz nun nicht mehr gegeben ist. Die Amplituden für die beiden möglichen Umlaufrichtungen erhalten nun magnetische Phasen unterschiedlichen Vorzeichens. Schwache Lokalisierung äußert sich somit experimentell durch ein Widerstandsmaximum um $B=0$.

Universelle Leitwertfluktuationen

Proben mit gleichen Abmessungen und makroskopischer Dichte an Streuern oder auch dieselbe Probe nach Aufwärmen und neuerlichen Abkühlen unterscheiden sich in der mikroskopischen Konfiguration der Streuzentren. Sind die Probenabmessungen nicht viel größer als die Phasenkohärenzlänge, führen diese unterschiedlichen Konfigurationen aufgrund quantenmechanischer Interferenzeffekte zu merklichen Fluktuationen des Leitwerts zwischen solchen nominell identischen Proben. Diese Fluktuationen sind bei $T=0$ von der Größenordnung e^2/h , unabhängig vom absoluten Leitwert und der Anzahl und Stärke der Streuer [47], weshalb man sie als *universelle Leitwertfluktuationen* (UCF) bezeichnet. Experimentell vergleicht man normalerweise nicht viele verschiedene Proben, sondern manipuliert den Zustand einer Probe durch Veränderung

eines äußeren Parameters, etwa eines magnetischen Feldes, was bei ergodischen Systemen den selben Effekt wie die Veränderung der Konfiguration der Streuer bewirkt [47]. Die Fluktuationen einer Probe als Funktion des Magnetfeldes sind reproduzierbar, unterscheiden sich aber erwartungsgemäß bei verschiedenen Abkühlvorgängen. UCF sind nur bei tiefen Temperaturen zu beobachten und zeigen eine deutliche Temperaturabhängigkeit in Bereichen, in denen sich die elastische freie Weglänge nicht mehr ändert ($< 1\text{K}$). Für $l_\phi \gg W$ gilt für die Fluktuation von G bei Temperaturen $T > 0$ [47]:

$$\delta G = \frac{1}{\beta^{1/2}} \frac{e^2}{h} \sqrt{12 \frac{(l_\phi/L)^3}{1 + \frac{9}{2\pi} \frac{l_{phi}}{l_T}}} \quad (2.4.11)$$

mit der thermischen Länge $l_T = \sqrt{0.5\hbar v_F^2 \tau / k_B T}$. Die Temperaturabhängigkeit ist hier implizit auch in der Phasenkohärenzlänge l_ϕ enthalten.

Aharonov-Bohm- und Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen

Weitere wichtige Effekte in Strukturen mit der Phasenkohärenzlänge vergleichbarer Ausdehnung sind die Aharonov-Bohm- (AB) und die Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen (AAS). In Abbildung 2.11 ist ein ringförmiger Leiter dargestellt. Die magnetischen Phasen, die Elektronen beim Durchlaufen des oberen und des unteren Zweiges aufnehmen sind $\Phi_{up} = +\frac{eBF}{2\hbar}$ bzw. $\Phi_{down} = -\frac{eBF}{2\hbar}$, wobei F die eingeschlossene Fläche bezeichnet. Die Interferenz dieser Trajektorien führt zu einer Oszillation der Transmissionsamplitude mit der Periode $\Delta B = \frac{h}{eF}$, den AB-Oszillationen. Betrachtet man hingegen die Interferenz von Trajektorien am Eingang, also die Rückstreuung, ergeben die gleichen Überlegungen Oszillationen mit der Periode $\Delta B = \frac{h}{2eF}$ (AAS). Im Falle der schwachen Lokalisierung, die ebenfalls auf kohärenter Rückstreuung beruht, kann eine solche Oszillation nicht auftreten, da dort ein statistisches Ensemble von Trajektorien betrachtet wird, die unterschiedliche Flächen einschließen.

2.5 Magnetische Barrieren

Abb. 2.12a zeigt eine Veranschaulichung einer magnetischen Barriere, d.h. ein Magnetfeld in z -Richtung, das homogen in y -Richtung und stark lokalisiert in x -Richtung ist. Solche Barrieren wurden in dieser Arbeit durch magnetisierte ferromagnetische

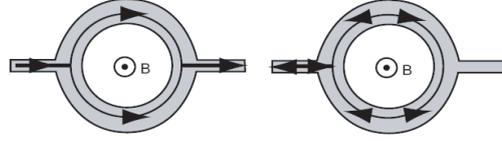


Abbildung 2.11: Zum Aharonov-Bohm-Effekt. Links: Interferenz transmittierter Trajektorien, die zu $\frac{h}{e}$ -Oszillationen führen. Rechts: Interferenz von Trajektorien, die den ganzen Ring in unterschiedlicher Richtung durchlaufen, führt zu $\frac{h}{2e}$ -Oszillationen. Abbildung aus [26].

Filme erzeugt, die Herstellung ist in Abschnitt 3.3 erläutert. Hier sei vorweggenommen, dass dabei eine Barriere der Form

$$B_z(x) = -\frac{\mu_0 M}{4\pi} \ln \frac{x^2 + z_0^2}{x^2 + (z_0 + h_0)^2} \quad (2.5.1)$$

entsteht, wobei $\mu_0 M$ die Magnetisierung, z_0 den Abstand zum 2DEG und h_0 die Dicke des Films bezeichnen. Typischerweise erreicht die Barriere eine maximale Höhe von 0.5T, die Halbwertsbreite liegt im Bereich von wenigen 100 Nanometern, d.h. das Magnetfeld variiert stark auf Längenskalen, die deutlich kleiner als die elastische freie Weglänge der Elektronen im 2DEG sind. Der elektronische Transport durch solche Barrieren sollte also zumindest teilweise ballistisch sein.

2.5.1 Semiklassischer Transport durch magnetische Barrieren

Abb. 2.12 zeigt die Wirkung einer magnetischen Barriere auf ein einfallendes Elektron anhand einiger charakteristischer ballistischer Trajektorien. Für geringe Barrierenhöhen kann das Elektron abhängig vom Einfallswinkel entweder transmittiert oder reflektiert werden. Die Barriere kann in diesem Fall also (für feste Elektronengeschwindigkeiten) als Winkelfilter angesehen werden. Der kritische Winkel, oberhalb dem Transmission auftritt, lässt sich analytisch berechnen [19], [20]

$$\cos \phi_c = 1 - \frac{e\Phi}{\hbar k_F} \quad (2.5.2)$$

wobei $\Phi = \int B_z dx$ und $k_F = \sqrt{2\pi n_{2D}}$. Hieraus folgt, dass für Barrieren mit $e\Phi > 2\hbar k_F$ keine Transmission mehr möglich sein sollte (Abb. 2.12c). Der erwartete Widerstand

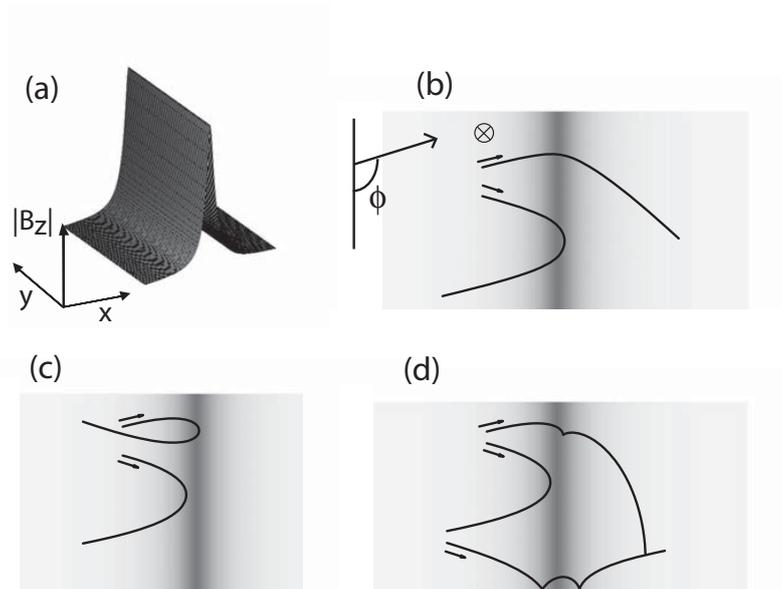


Abbildung 2.12: (a) Schematische Darstellung einer magnetischen Barriere. (b)-(d): Ballistische Trajektorien zur Illustration der Wirkungsweise einer solchen Barriere. (b) Transparentes Regime, für $\phi > \phi_c$ werden einfallende Elektronen transmittiert. (c) Ballistisch undurchsichtige Barriere: Unabhängig vom Einfallswinkel werden alle Elektronen reflektiert. (d) Streuung und Transmission am Probenrand führen zu einem endlichen Widerstand in realen Proben.

im transparenten Regime berechnet sich aus der bekannten Transmission $T = 1$ für $\phi > \phi_c$ bzw. $T = 0$ für $\phi < \phi_c$ unter Verwendung des Landauer-Büttiker-Formalismus (Abschnitt 2.2.3) zu

$$\Delta R_{xx} = \frac{h}{2e^2 M} \frac{1 - \langle T \rangle}{\langle T \rangle} = \frac{h\pi}{2e^2 W k_F} \left(\frac{1 - \cos \phi_c}{1 + \cos \phi_c} \right) \quad (2.5.3)$$

Der Widerstand strebt gegen unendlich, wenn die kritische Barrierenhöhe erreicht wird. Experimentell beobachtet man jedoch, dass der Widerstand auch in diesem Bereich endlich bleibt [20], [50]. Hierfür wurden in den genannten Arbeiten zwei Gründe vorgeschlagen. Erstens sind reale Proben nicht unendlich ausgedehnt, Elektronen können hier durch den $E \times B$ -Drift am Probenrand durch die Barriere gelangen (Abb. 2.12d). Weiterhin ist der Transport trotz der geringen Ausdehnung der Barriere in x-Richtung nicht vollständig ballistisch, Streuereignisse in der Barrierenregion können ebenfalls die Transmission ermöglichen. Hier ist insbesondere zu berücksichtigen, dass die freie Weglänge l_e eigentlich die den makroskopischen Widerstand der Probe bestimmende Impuls-Relaxationslänge ist. Die tatsächliche freie

Weglänge zwischen Kleinwinkel-Streuereignissen kann hingegen wesentlich geringer sein. Es existierte bislang jedoch kein quantitatives Modell, das den Barrierenwiderstand unter Berücksichtigung dieser Mechanismen korrekt reproduziert und Aussagen darüber ermöglicht, welcher Transmissionsmechanismus bei gegebenen Probenparametern entscheidend ist.

2.5.2 Quantenmechanische Betrachtung

Peeters und Matulis [51] untersuchten das quantenmechanische Verhalten zweidimensionaler Elektronengase für eine magnetische Barriere konstanter Stärke der Breite d , d.h. $B_z(x) = B_0\theta(d^2/4 - x^2)$. Abhängig von der Energie und Wellenvektor in y -Richtung werden Elektronen transmittiert oder reflektiert, zudem ergeben sich unterhalb einer bestimmten Energie gebundene Zustände innerhalb der Barriere. Ein Konturplot für die Transmission T der ungebundenen Zustände ist in Abb. 2.13 gezeigt. Der Bereich $T=0$ oberhalb der durchgezogenen Linie ist identisch mit dem

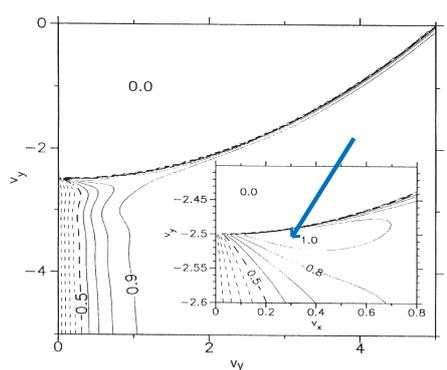


Abbildung 2.13: Konturplot des quantenmechanisch berechneten Transmissionskoeffizienten durch eine magnetische Barriere. Aus [51].

klassischen Resultat. Unterhalb dieser Linie ergäbe sich klassisch $T=1$, während die quantenmechanische Transmission mit steigender Energie ansteigt. Für bestimmte Barrierenbreiten ergeben sich zusätzliche Strukturen in T , wie das im Inset von Abb. 2.13 gezeigte Transmissionsmaximum (Pfeil), hier war bei $d = 5\sqrt{\hbar/eB}$. Experimentell sind jedoch bisher im Transport von 2DEGs durch einzelne magnetische Barrieren keine Effekte gefunden worden, die nicht semiklassisch erklärbar sind. Viele theoretische Arbeiten, speziell diejenigen mit Schwerpunkt auf einer möglichen durch eine magnetische Barriere (oder komplizierte inhomogene Feldkonfigurationen wie mehrere MB alternierenden Vorzeichens in Kombination mit elektrostatischen Modulationen)

hervorgerufenen Spin-Polarisation, betrachten statt eines weiten 2DEGs die Transmission durch ballistische Quantendrähte mit einer geringen Anzahl von besetzten Moden. In einer neueren Arbeit von Zhai et al. [24] wurde gezeigt, dass für eine Doppelbarriere in InAs unter Berücksichtigung der parallelen Feldkomponente der Barriere eine fast vollständige Spinpolarisation möglich ist. Xu et al. [23] untersuchen detailliert den Einfluss einer einzelnen Barriere in einem 500nm breiten Quantendraht mit 4 besetzten Moden. Es wurden Barrieren mit den Abständen $d=15\text{nm}$, 35nm und 350nm vom 2DEG betrachtet, entsprechend einer abnehmenden Barrierenhöhe und einer zunehmenden Breite. Bei Erhöhen der Barrierenamplitude und $d=15$ oder 35nm beobachtet man quantisierte Stufen im Leitwert G , die als Reflexionen von Drahtmoden an der Barriere interpretiert werden. G fällt schließlich auf Null, bei weiterer Erhöhung der Barriere tritt noch ein weiteres Maximum auf. Vergleichbare Maxima in G finden sich bei Erniedrigung der Fermi-Energie bei fester Barrierenhöhe (Abb. 2.14), für $d=350\text{nm}$ ist dies jedoch nicht zu beobachten. Diese Strukturen werden als Resonanzen zwischen propagierenden Zuständen im Quantendraht und diskreten, gebundenen Zuständen im Zentrum der Barriere interpretiert (Fano-Resonanzen). Eine

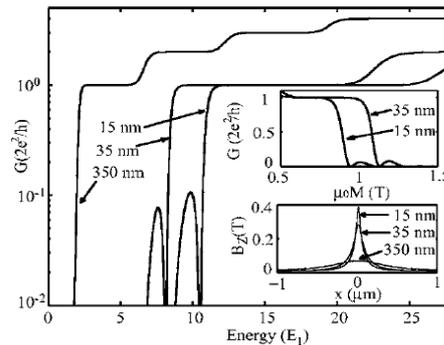


Abbildung 2.14: Berechneter Leitwert als Funktion der Fermi-Energie für Barrieren in verschiedenen Abständen vom 2DEG. Die Magnetisierung beträgt $\mu_0 M = 1.2\text{T}$, sowie als Funktion der Magnetisierung (oberer Inset) für eine Energie von $25E_1$. $E_1 = 25\text{ }\mu\text{eV}$ bezeichnet die Energie der untersten Mode. Aus [23]

experimentelle Realisierung eines solchen Systems ist uns aus der Literatur derzeit nicht bekannt.

Kapitel 3

Probenherstellung und experimentelle Techniken

3.1 Heterostrukturen

Es wurden zwei verschiedene n-dotierte sowie eine p-dotierte Heterostruktur, die ein Lochgas enthält, verwendet. Das zugrundeliegende GaAs-Substrat war jeweils in (100)-Richtung orientiert. Tabelle 3.1 zeigt die Schichtfolgen. H1 ist eine kommerzielle Struktur von Intelligent Epitaxy Technology, Richardson, TX (USA). Die Strukturen H2 und H3 wurden von Dr. Dirk Reuter und Prof. Dr. Andreas Wieck, Lehrstuhl für Angewandte Festkörperphysik, Universität Bochum zur Verfügung gestellt. Die Grenzfläche, an der das 2DEG bzw. das 2DHG entsteht, ist jeweils markiert. Typische Parameter (unbeleuchtet) waren für H1 $n = 2.3 \cdot 10^{15} m^{-2}$, $\mu = 27 m^2 V^{-1} s^{-1}$, für H2 $n = 3.1 \cdot 10^{15} m^{-2}$, $\mu = 60 m^2 V^{-1} s^{-1}$ und für H3 $n = 5.2 \cdot 10^{15} m^{-2}$, $\mu = 15 m^2 V^{-1} s^{-1}$.

3.2 Optische Lithographie

Die laterale Strukturierung des 2DEGs in Form eines Hall-Bars sowie das Aufbringen von Metallfilmen auf die Heterostruktur erfolgte mit Hilfe der optischen Lithographie. Zunächst wird die gewünschte Struktur in einen dünnen Polymerfilm (den Photolack) auf der Substratoberfläche übertragen, der dann im weiteren als Ätzmaske bzw. zur

Heterostruktur 1 (2DEG)		Heterostruktur 2 (2DEG)		Heterostruktur 3 (2DHG)	
GaAs	10nm	GaAs:Si	5nm	GaAs	5nm
GaAs:Si	5nm	Al _{0.35} Ga _{0.65} As:Si	34.9nm	Al _{0.33} Ga _{0.67} As:C	15nm
Al _{0.32} Ga _{0.68} As:Si	25nm	Al _{0.35} Ga _{0.68} As	16.4nm	Al _{0.33} Ga _{0.67} As	25nm
Al _{0.32} Ga _{0.68} As	25nm	GaAs	650nm	GaAs	650nm
GaAs	3000nm	AlAs	4.5nm	AlAs	5nm
Al _{0.32} Ga _{0.68} As	185nm	GaAs	5.0nm	GaAs	5nm
GaAs	15nm	GaAs	50nm	GaAs	50nm
GaAs Substrat (100)		GaAs Substrat (100)		GaAs Substrat (100)	

Abbildung 3.1: Schichtfolgen der verwendeten Heterostrukturen (Herstellerangaben). Die horizontalen blauen Linien geben die Position des 2DEGs bzw. 2DHGs an.

Definition der zu metallisierenden Bereiche dient. Die Prozessabfolge der optischen Lithographie ist in Abb. 3.2 dargestellt. Zu Beginn wird auf die Probe eine Schicht Photolack aufgespinnt, deren Dicke typischerweise etwa $1.5 \mu\text{m}$ beträgt. Danach wird die Probe in direkten Kontakt mit einer Maske gebracht, bestehend aus einer Quarzplatte mit einer Chromschicht, die zu transferierenden Strukturen enthält. Der Photolack wird durch die Maske mit UV-Licht belichtet, wobei jene Bereiche des Photolacks, die in Kontakt mit den chrombeschichteten Teilen der Maske sind, vor der Belichtung geschützt werden. Die Löslichkeit des Lacks wird durch die Belichtung beeinflusst. Wird die Löslichkeit erhöht und die belichteten Bereiche beim anschließenden Entwickeln entfernt, spricht man von einem Positiv-Prozess. Beim Negativ-Prozess hingegen bleiben nach dem Entwickeln nur die zuerst belichteten Bereiche stehen. Die Wahl des Prozesses hängt vor allem vom gewünschten Kantenprofil ab. Der Positiv-Prozess liefert ein sog. Overcut-Profil, der Negativ-Prozess hingegen ein Undercut-Profil (Abb. 3.2). Letzteres ist hilfreich, wenn ein Aufdampfschritt durchgeführt werden soll. Das Profil verhindert, dass über die Kante des Lacks ein kontinuierlicher Metallfilm entsteht, der den nachfolgenden Lift-Off-Schritt erschweren würde. Der hier verwendete Lack (AZ5214E, Entwickler MIF726, Firma Clariant) bietet beide Möglichkeiten. Bei einer Belichtungsdauer von 14s erhöht sich die Löslichkeit der belichteten Bereiche,

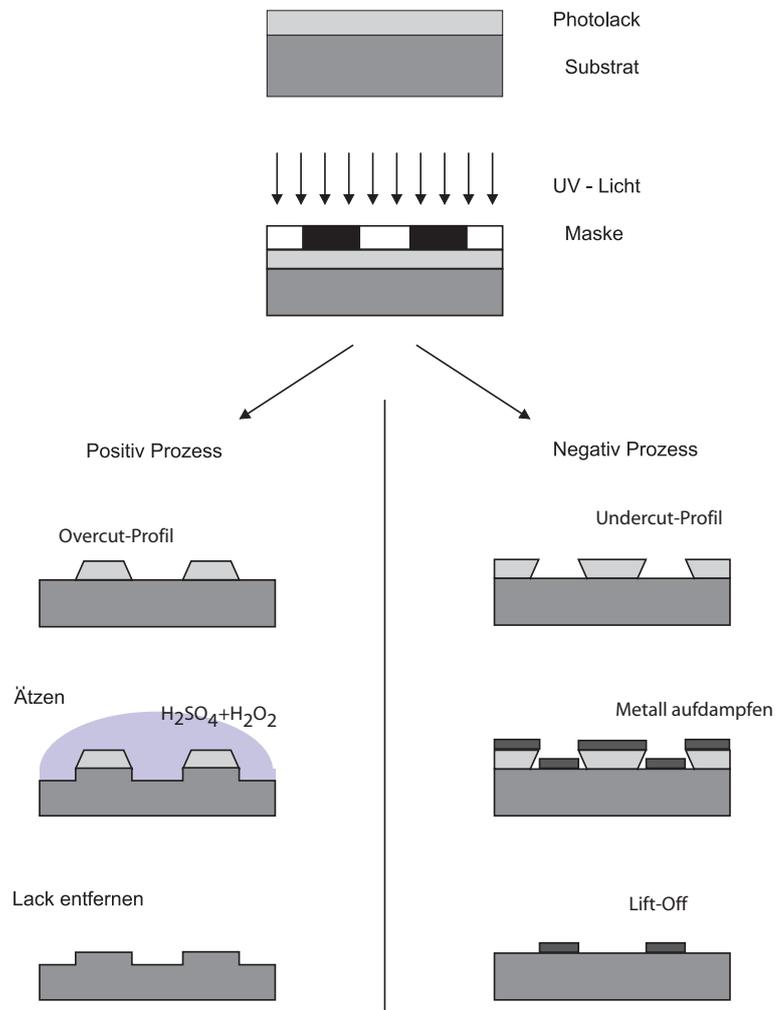


Abbildung 3.2: Prozessschritte der Photolithographie beim Ätzen bzw. Metallisieren der Heterostruktur. Zum Aufdampfen der Metallfilme wird das Undercut-Profil des Negativ-Profils benötigt, da so ein kontinuierlicher Metallfilm über die Kante des Lacks und daraus folgende Probleme beim Lift-Off vermieden werden.

diese werden beim anschließenden Entwickeln entfernt (Positiv-Prozess). Durch eine kürzere Belichtung (6s) und anschließenden Temper-Schritt (45s, 115°) wird dagegen die Löslichkeit der belichteten Bereiche herabgesetzt, die zudem unempfindlich gegen die nun folgende weitere Belichtung (ohne Maske) werden. Durch diesen zweiten Belichtungsschritt wird wie beim Positiv-Prozess die Löslichkeit der im ersten Schritt nicht belichteten Bereiche erhöht. Beim abschließenden Entwickeln werden diese Bereiche entfernt.

Mesa-Ätzen

Die Hallbar-Geometrie wird mit Hilfe eines nasschemischen Ätzverfahrens in das 2DEG übertragen. Dabei werden etwa 50nm Material abgetragen, wodurch das 2DEG zerstört wird und somit isolierende Bereiche entstehen. Zum Ätzen der Heterostruktur wird eine Mischung aus einem Oxidationsmittel und einer verdünnten Säure, die das entstehende Oxid abträgt, verwendet. Es existieren einige etablierte Kombinationen, verwendet wurde hier



im Volumenverhältnis 1:3:100 mit einer Ätzrate um 1nm/s oder



im Gewichtsverhältnis (1:4:40) mit einer Ätzrate von etwa 0.7nm/s (die Ätzraten sind stark temperaturabhängig).

Ohmsche Kontakte

Um das einige 10nm unter der Oberfläche liegende 2DEG zu kontaktieren, verwendet man häufig Germanium und Gold im eutektischen Verhältnis 12:88. Für dieses Verhältnis beträgt die Schmelztemperatur lediglich 360°C, während sie für die reinen Materialien jeweils bei etwa 1000°C liegt. Das Germanium dient zur Dotierung des GaAs und wird durch das Gold vor Oxidation geschützt. Beim Erhitzen diffundiert AuGe in die Probe, wodurch der Kontakt zum 2DEG hergestellt wird. Für die hier verwendeten ohmschen Kontakte wurde ein 100nm dicker AuGe-Film aufgedampft, gefolgt von weiteren 200nm Gold. Das Einlegieren erfolgte unter ArH_2 -Atmosphäre

bei einem Druck von 150mbar und 400°C für eine Dauer von 80s. Die genannte Temperatur entspricht der Anzeige des verwendeten Legierofens (ein Eigenbau der ETH Zürich) und wurde nicht überprüft. Letzteres ist deshalb erwähnenswert, weil man in der Literatur auch zum Teil deutlich abweichende (bis 450°C) Rezepte zum Einlegieren der Kontakte findet.

Zur Herstellung ohmscher Kontakte in p-dotierte Heterostrukturen, die zweidimensionale Lochgase enthalten, wurde die Schichtfolge 40nm Gold, 40nm Zink und nochmals 200nm Gold verwendet. Diese Kontakte wurden 120s lang bei 375° einlegiert.

Top-Gates

Ein nicht einlegierter Metallfilm auf der Heterostruktur bildet mit dem GaAs eine Schottky-Barriere und ist bei tiefen Temperaturen vom 2DEG isoliert. Durch Anlegen einer Spannung an einen solchen Film, im weiteren als Top Gate (TG) bezeichnet, relativ zum geerdeten 2DEG kann die Elektronendichte des 2DEG erhöht (bei positiver Spannung am TG) oder reduziert (negative Spannung) werden. Für ausreichend negative Spannungen lässt sich eine völlige Verarmung des 2DEG erreichen, bei den hier verwendeten Heterostrukturen war das bei etwa -0.3V der Fall. Als Top-Gates wurden Chrom-Gold- oder reine Chromschichten verwendet. Die dünne Chromschicht unter einem Goldfilm diente als Haftvermittler, da Gold direkt auf GaAs nicht gut haftet.

Schattenmasken

Großflächige Metallfilme, die entweder den kompletten Hall-Bar oder als Oxidationsschutz einen zuvor aufgedampften ferromagnetischen Film abdecken sollen, müssen nicht notwendigerweise mit der beschriebenen Lithographie hergestellt werden. Meist ist die genaue Form dieses Metallfilm unerheblich und auch kein exaktes Alignment notwendig, solange die geforderte Abdeck-Funktion erfüllt ist. Deshalb bietet sich die Verwendung einer Schattenmaske zur Metallisierung an, d.h. anstelle des strukturierten Lackfilms wird während des Aufdampfens eine Maske mit einem Loch mit Durchmesser $\sim 500\mu m$ über der entsprechenden Stelle der Probe platziert. Der Vorteil dieser Methode ist das Vermeiden eines weiteren Lithographie- und anschließenden Lift-Off-Schritts.

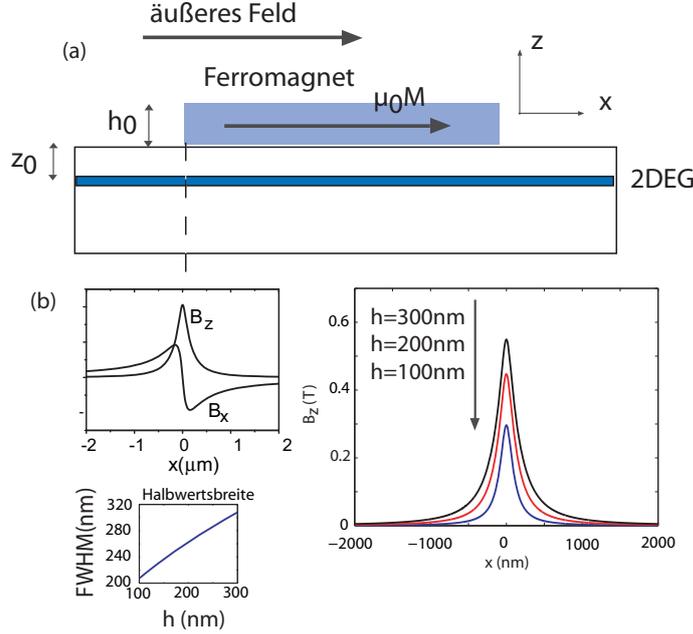


Abbildung 3.3: (a) Aufbau zur Erzeugung einer magnetischen Barriere. Durch ein paralleles äußeres Feld wird die Magnetisierung eines ferromagnetischen Films kontrolliert, dessen Streufeld erzeugt die Barriere. (b) Feld eines homogen magnetisierten Films am Ort des 2DEGs unterhalb der Kante des Films. Auch dargestellt sind Barrieren für verschiedene Filmdicken bei $\mu_0 M = 2 \text{ T}$ sowie die Abhängigkeit der Halbwertsbreite der Barriere als Funktion von h_0 .

3.3 Erzeugung magnetischer Barrieren

Magnetische Barrieren werden meist¹ durch die Streufelder parallel magnetisierter ferromagnetischer Filme auf der Probenoberfläche erzeugt (Abb. 3.3a). Das von der Kante eines in y- und negative x-Richtung unendlich ausgedehnten, in x-Richtung magnetisierten Films ausgehende magnetische Streufeld lässt sich analytisch berechnen, man erhält [19]

$$B_z = -\frac{\mu_0 M}{4\pi} \ln \frac{x^2 + z_0^2}{x^2 + (z_0 + h_0)^2} \quad (3.3.1)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 M}{2\pi} \left(\arctan \frac{h_0 + z_0}{x} - \arctan \frac{z_0}{x} \right) \quad (3.3.2)$$

$\mu_0 M$ ist hierbei die Magnetisierung des Films in x-Richtung, die weiteren Bezeichnungen sind aus Abb. 3.3 ersichtlich. Die für die Rechnung verwendete Annahme

¹Eine andere, technisch jedoch sehr anspruchsvolle Möglichkeit ist in [52] beschrieben

unendlicher Ausdehnungen ist eine sehr gute Näherung für Filme mit Kantenlängen von mehreren $10\mu\text{m}$. Abb. 3.3b zeigt die Barriere für $\mu_0 M = 2\text{ T}$ und einen festen Abstand $z_0 = 65\text{ nm}$ zum 2DEG für verschiedene Filmdicken sowie im Inset die jeweiligen vollen Halbwertsbreiten $2x_{1/2} = 2\sqrt{z_0^2 + z_0 h_0}$ der Barriere. Die Höhe der Barriere steigt mit zunehmender Filmdicke, gleichzeitig nimmt auch die Halbwertsbreite zu. Man erkennt, dass letzter im Bereich einiger 100 Nanometer liegt und damit deutlich kleiner als typische elastische freie Weglängen der Elektronen in HEMTs bei tiefen Temperaturen ($> 2\mu\text{m}$) ist. Mit zunehmendem Abstand z_0 zum 2DEG nimmt die maximale Barrierenhöhe ab, die Halbwertsbreite hingegen zu. Die Stärke des Feldes lässt sich nun durch ein äußeres, homogenes Magnetfeld in x-Richtung abstimmen, da durch dieses Feld die Magnetisierung $\mu_0 M$ des Ferromagneten kontrolliert werden kann. Da dieses äußere Feld keine z-Komponente hat, ist lediglich das Streufeld des Ferromagneten für die Elektronenbewegung interessant². Dieser Aufbau erlaubt also die Erzeugung eines inhomogenen, lokalisierten und in seiner Stärke abstimmbaren Magnetfeldes in z-Richtung. Ist die Barriere hingegen senkrecht zur Probe magnetisiert, entspricht die Form der z-Komponente des Barrierenfeldes derjenigen der x-Komponente bei paralleler Magnetisierung (Abb. 3.3b). Im Gegensatz zur Situation bei paralleler Orientierung lässt sich eine solche Feldverteilung in z-Richtung aber nicht ohne eine zusätzliche homogene Komponente erzeugen, da das äußere Feld zur Magnetisierung des Films nun senkrecht zum 2DEG liegt.

Die maximale Höhe der Barriere hängt bei gegebenen geometrischen Abmessungen des Films von der Sättigungsmagnetisierung des verwendeten Ferromagneten ab. Hier wurden Kobalt und Dysprosium verwendet. Die relevanten Eigenschaften dieser Materialien werden im folgenden kurz beschrieben.

Dysprosium (Dy) mit der Ordnungszahl 66 aus der Gruppe der seltenen Erden ist das Element mit der höchsten bekannten Sättigungsmagnetisierung, bei $T=0$ ist $\mu_0 M_S = 3.75\text{ T}$ [53]. Es hat eine Dichte von 8.551 gcm^{-3} , der Schmelzpunkt liegt bei 1407°C . Der Siedepunkt bei einem Druck von 10^{-6} Torr liegt bei 750°C [54]. Dysprosium ist nur bei tiefen Temperaturen ferromagnetisch und geht bei 85 K in eine antiferromagnetische Phase über. Dysprosium wurde thermisch bei einem Basisdruck von $\sim 2 \cdot 10^{-6}\text{ mbar}$ aus Wolfram-Schiffchen in einer Eigenbau-Aufdampfanlage verdampft. Dabei zeigt sich, dass Dy ein Getter-Material ist, d.h. der Druck in der Kammer sinkt beim Aufdampfen, weil andere Moleküle auf entstehenden Dysprosium-Schichten an den Wänden der Anlage gefangen werden. Dysprosium oxidiert an Luft und verliert dabei seinen Ferromagnetismus, weshalb die Filme mit einem weiteren

²Parallele Felder beeinflussen die Dynamik der Elektronen wesentlich geringer, s. Abschnitt 4.1.

nichtmagnetischen Metall (Chrom-Gold) abgedeckt wurden.

Kobalt (Co) mit der Ordnungszahl 27 aus der Gruppe der Übergangsmetalle hat eine Dichte 8.9 gcm^{-3} , einen Schmelzpunkt von 1768K und einen Siedepunkt von 990°C bei einem Druck von 10^{-6} Torr [54]. Kobalt ist im Gegensatz zu Dysprosium auch bei Raumtemperatur ferromagnetisch, die Curie-Temperatur liegt bei 1150°C . Das ermöglicht in unserem Fall z.B. auch MFM-Messungen (magnetic force microscopy, Abschnitt 3.5) an Kobalt-Filmen. Kobalt hat eine Sättigungsmagnetisierung von $\mu_0 M_S = 1.8 \text{ T}$ [19]. Kobaltfilme wurden mit einem Elektronenstrahlverdampfer (BOC-Edwards Auto 500) bei einem Basisdruck von $5 - 8 \cdot 10^{-7}$ mbar aufgedampft. Da Kobalt wie Dysprosium an Luft oxidiert, werden die Filme ebenfalls mit einem weiteren Metall abgedeckt und im Vakuum aufbewahrt.

3.4 Messaufbau

3.4.1 Helium-Kryostat und drehbarer Probenhalter

Die Transportmessungen wurden in einem ^4He -Durchflusskryostaten der Firma Oxford Instruments durchgeführt (Abb. 3.4). Der Kryostat verfügt über einen Einsatz, der die Regelung der Temperatur zwischen 2K und 300K erlaubt, sowie über einen supraleitenden Magneten für Felder bis $\pm 8 \text{ T}$. Die Probenkammer wird kontinuierlich gepumpt. Sie ist abgesehen von einer Verbindung über ein Nadelventil thermisch durch eine Vakuum-Kammer vom Helium-Reservoir isoliert. Über das Nadelventil kann Helium-Gas kontrolliert in die Kammer gelassen werden, der Fluss wird so eingestellt, dass ein Druck von $< 50 \text{ mbar}$ in der Kammer entsteht und sich kein flüssiges Helium ansammelt. Durch die Expansion des Gases lassen sich Temperaturen bis 1.4K erreichen, allerdings wurden bei den hier gezeigten Experimenten nicht weniger als 1.8K erreicht, eventuell aufgrund einer ungenügenden Isolierung der Kammer von dem 4.2K kalten Helium-Reservoir. Das Helium-Reservoir wird durch ein weiteres Vakuum und einen Flüssig-Stickstoff-Schirm nach außen thermisch isoliert, um den Helium-Verbrauch zu minimieren.

Für die Messungen stand ein drehbarer Probenhalter zur Verfügung, Abb. 3.4b, womit sich der Winkel zwischen Probe und äußerem Magnetfeld einstellen lässt. Dieser Winkel lässt sich bei bekannter Elektronendichte präzise durch eine Hallmessung an der Probe bestimmen. Für die häufig benötigten Stellungen parallel bzw. senkrecht

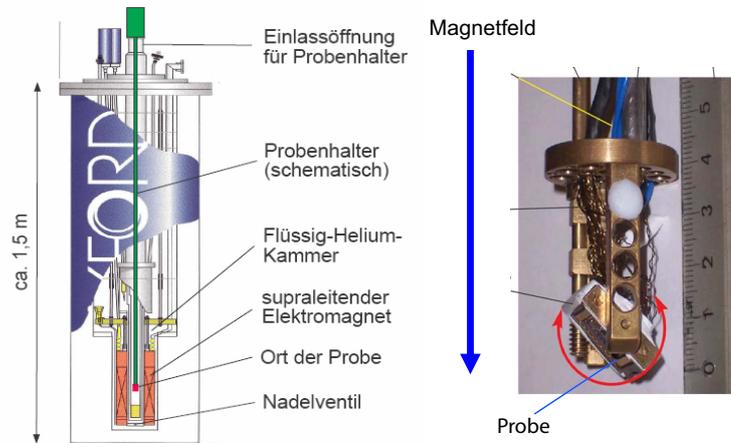


Abbildung 3.4: (a) Schematische Darstellung des Kryostaten, der Temperaturen zwischen 2K und 300K sowie Magnetfelder bis zu 8T ermöglicht. Die Richtung des Magnetfelds ist vertikal. (b) Der drehbare Probenhalter zur Ausrichtung der Probe im Magnetfeld (Abb. aus [55]).

zum äußeren Feld hingegen ist die Kenntnis der Dichte, die selbst normalerweise erst aus Messungen im senkrechten Feld bestimmt wird, nicht notwendig. Sie sind durch verschwindende bzw. maximale Hallspannung ausgezeichnet. Bei der senkrechten Einstellung müssen hierbei kleine äußere Felder verwendet werden, bei denen noch keine Quanten-Hall-Plateaus auftreten, während für die parallele Orientierung das maximal mögliche äußere Feld benutzt wird. Für Messungen, in denen der Probenwinkel kontinuierlich variiert wurde, kam ein Schrittmotor mit PC-Steuerung zum Einsatz.

3.4.2 Transportmessungen

Alle Transportmessungen wurden als AC-Messungen in 4-Punkt-Geometrie (Abb. 3.5) unter Verwendung eines Lock-In-Verstärkers (Stanford SR830DSP) bei Frequenzen zwischen 13.57 Hz und 117.7 Hz und Strömen zwischen 10 nA und 200 nA durchgeführt. Zur Definition einer Stromquelle dient dabei ein Vorwiderstand $R_0 \gg R_{Probe}$, so dass trotz konstanter Spannung auch bei Variation des Probenwiderstands ein praktisch konstanter Strom $I = U/(R_0 + R_{Probe}) \simeq U/R_0$ fließt. Zum Anlegen der von Gleichspannungen an die Gate-Kontakte wurde eine Yokogawa 7651 DC-Quelle verwendet, Leckströme und I-V-Kennlinien wurden mit dieser Spannungsquelle, einem I-V-Wandler der Firma DL Instruments, Ithaca und einem Yokokawa 7555 Multimeter gemessen. Zur Bestimmung des spezifischen Probenwiderstands $\rho_{xx} = R_{12} \cdot \frac{W}{L}$

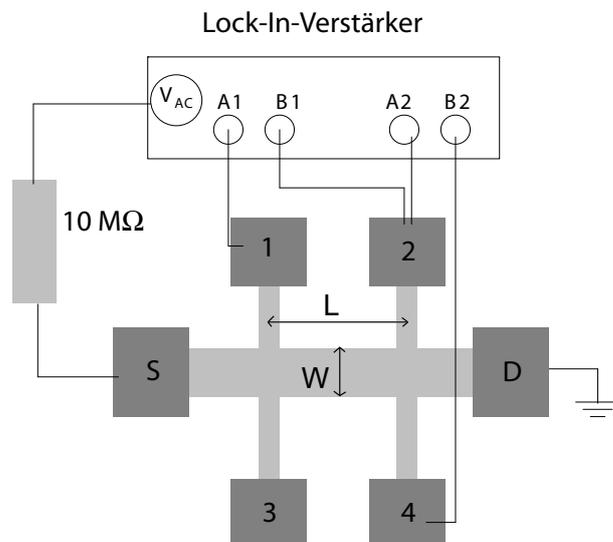


Abbildung 3.5: Messaufbau für die Transportmessungen. Über den gemessenen Spannungsabfall A1-B1 kann der longitudinale Widerstand R_{xx} bestimmt werden, während gleichzeitig mit einem zweiten Lock-In-Verstärker die Hall-Spannung A2-B2 gemessen wird.

wurde der mittige Abstand der Spannungskontakte verwendet (Abb. 3.5).

3.5 Rasterkraftmikroskopie und Lithographie

Das Rasterkraftmikroskop (AFM, atomic force microscope) wurde 1986 von Binnig et al. entwickelt [56]. Es erlaubt die Untersuchung und Manipulation von Oberflächen im Bereich von etwa 0.1mm bis hin zu einer Auflösung von weniger als 1nm. Das Funktionsprinzip ist in Abb. 3.6 verdeutlicht. Eine an einem flexiblen Cantilever befestigte Messspitze wird über die zu untersuchende Oberfläche geführt. Die zwischen Spitze und Oberfläche wirkenden Kräfte, die abhängig vom Abstand anziehend oder abstoßend sein können, führen zu einer Auslenkung des Cantilevers, die mit Hilfe eines Laserstrahls detektiert wird. Die rasterförmige Bewegung der Spitze geschieht über einen Piezokristall, wodurch eine hohe räumliche Auflösung gewährleistet ist³. Zunächst werden die beiden grundlegenden Messmodi, Contact Mode und Tapping Mode, erläutert.

³Einige andere Modelle als das hier verwendete Dimension 3100 von Veeco Instruments bewegen statt der Spitze die Probe

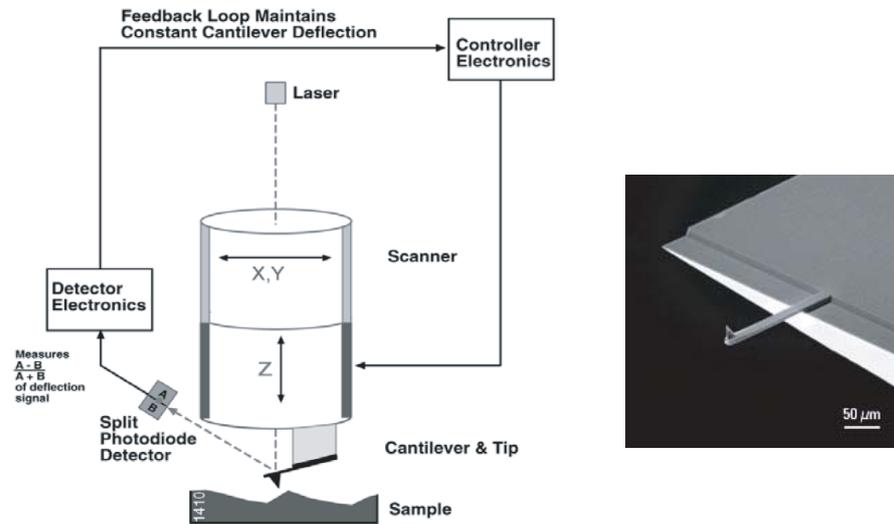


Abbildung 3.6: (a) Prinzipieller Aufbau eines Rasterkraftmikroskops (aus [57]). Die Auslenkung des Cantilevers wird mit einem reflektierten Laser detektiert und über eine Feedbackschleife durch entsprechende Bewegungen des z-Piezos konstant gehalten. (b) Aufnahme eines Cantilevers mit Spitze.

3.5.1 Contact Mode

Die Spitze wird soweit angenähert, bis der Bereich abstoßender Kräfte erreicht ist und der Cantilever eine voreingestellte Auslenkung erreicht hat. Während des Scannvorgangs wird diese Auslenkung und damit auch die zwischen Probe und Spitze wirkenden Kraft über eine Feedbackschleife konstant gehalten. Da zumindest bei homogenem Probenmaterial eine konstante Kraft einem konstanten Abstand entspricht, erhält man aus der dazu nötigen Bewegung des z-Piezos die Topographie der Oberfläche. Contact Mode - Cantilever bestehen meist aus SiN und haben Kraftkonstanten im Bereich 0.1 Nm^{-1} . Beim Scannen wirken demnach Kräfte im Bereich von Nano-Newton.

3.5.2 Tapping Mode

Im Tapping-Mode wird der Cantilever zu Schwingungen nahe seiner Resonanzfrequenz angeregt. Die Amplitude dieser Schwingung übernimmt hier die Rolle der Auslenkung im Contact Mode. Durch Wechselwirkungen zwischen Spitze und Probe wird die Schwingung gedämpft, und die Amplitude nimmt ab. Beim Scannen wird

nun die Amplitude durch entsprechende Bewegungen des z-Piezos konstant gehalten (typischerweise auf 60%-90% der freien Amplitude). Im Tapping Mode sind die Kräfte zwischen Probe und Spitze wesentlich geringer als im Contact Mode, weshalb sich dieser Modus auch zur Untersuchung weicher Oberflächen (Polymere, biologische Proben) eignet, die im Contact Mode zerstört würden. Tapping-Mode Cantilever bestehen aus Si, typische Resonanzfrequenzen, Kraftkonstanten und Amplituden liegen zwischen 50-500 kHz, 5-50 N/m und 10-100nm.

Phase Imaging

Neben der Amplitude kann auch die Phasenlage zwischen Anregung und Cantileverschwingung gemessen werden, was zusätzliche Informationen über die Oberfläche liefern kann (Phase Imaging). So lassen sich verschiedene Komponenten eines heterogenen Materials unterscheiden, da ihre unterschiedlichen viskoelastischen Eigenschaften zu verschiedenen Phasenverschiebungen führen (Beispiele sind etwa teilkristalline Materialien oder phasenseparierte Blockcopolymere). Die Phase zeigt einen deutlichen Kontrast auch bei Stufen selbst geringer Höhe und offenbart deshalb speziell bei Proben mit sehr großen Höhenunterschieden auch Strukturen, die im Topographiebild aufgrund der bei solchen Proben notwendigerweise großen z-Skala nicht sichtbar sind.

Magnetic Force Microscopy (MFM)

Es existieren zahlreiche weitere Messmodi, die meist auf den oben genannten aufbauen, für die vorliegende Arbeit ist der MFM (Magnetic Force Microscopy)-Mode von Bedeutung. Dabei wird eine mit einem ferromagnetischen Material beschichtete Spitze verwendet, um Gradienten des Feldes einer magnetischen Probe sichtbar zu machen. Zunächst wird im Tapping Mode die Topographie einer Scanlinie bestimmt, anschließend folgt die Spitze nochmals der soeben aufgenommenen Topographie in einem konstantem Abstand, der etwas größer als die Amplitude der Cantileverschwingung ist. Da nun kein direkter Kontakt mehr mit der Probe vorliegt, werden Amplitude und Phase der Cantileverschwingung nur noch von langreichweitigen magnetischen Kräften beeinflusst, deren Änderungen somit im Phasenbild (oder im Amplitudenbild, die Phase reagiert jedoch empfindlicher) dargestellt werden können.

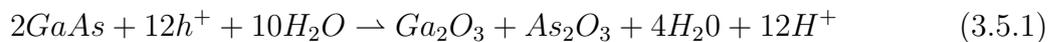
3.5.3 AFM-Lithographie

Neben den umfassenden Möglichkeiten des AFM zur Oberflächenanalyse ist vor allem in der wissenschaftlichen Anwendung die gezielte Modifizierung einer Probe im Nanometerbereich von Bedeutung.

Zur Erzeugung von lateralen Nanostrukturen in 2DEGs in GaAs-AlGaAs-HEMTs stehen dabei mehrere Möglichkeiten zur Verfügung. So lassen sich in einer wenigen Nanometer dicken Photolackschicht mechanisch Gräben erzeugen [58], die so erzeugte strukturierte Lackschicht kann als Ätzmaske verwendet werden. Auch ein direktes Kratzen auf der Halbleiteroberfläche ist möglich, wird aber aufgrund der schnellen Degradation der Spitze kaum benutzt. In diesem Abschnitt wird die in dieser Arbeit zum Einsatz gekommene Methode, die lokale anodische Oxidation, etwas detaillierter behandelt.

Lokale Anodische Oxidation

Die Anodische Oxidation ist ein Standardverfahren zur Oberflächenoxidation von Halbleitern und geeigneten Metallen (z.B. Eloxieren von Aluminium). Die zu oxidierende Fläche wird in einen Elektrolyten getaucht und gegenüber einer metallischen Gegenelektrode auf positives Potential gelegt, d.h. als Anode geschaltet (Abb. 3.7). Die bei der Oxidation ablaufende chemische Reaktion ist [59]



Bei der lokalen anodischen Oxidation von GaAs-AlGaAs-HEMTs übernimmt die AFM-Spitze die Rolle der negativen Kathode, während die zu oxidierende geerdete Probe die Anode darstellt. Der bei ausreichender Luftfeuchtigkeit immer vorhandene, wenige Nanometer dicke Wasserfilm agiert hier als Elektrolyt (Abb. 3.7). Im vorliegenden Fall konnte die Luftfeuchtigkeit geregelt werden, der Prozess wurde typischerweise bei 45% LF durchgeführt. Da die Oxidation der Oberfläche nur in unmittelbarer Nähe der Spitze stattfindet, lassen sich Strukturen mit sehr hoher Auflösung schreiben. Unterhalb der Oxidlinie ist die Elektronendichte reduziert, und bei nicht zu tief liegenden Elektronengasen kann eine vollständige Verarmung erreicht werden [59], [60], [61]. In dieser Arbeit war dies für das 55nm unter der Oberfläche liegendes 2DEG in Heterostruktur 2 (Abschnitt 3.1) bei einer Höhe der Oxidlinie von etwa 15nm der Fall, für das 65nm tief liegendes 2DEG in Heterostruktur 1 waren mindestens 20nm nötig. Letzteres ist scheinbar jedoch eine obere Grenze zu sein, da mit zunehmender Oxidhöhe und der damit verbundenen hohen Spannungen der Prozess weniger zuverlässig wird, d.h. die Höhe der geschriebenen Linien ist nicht mehr konstant. Die Breite der Linien steigt zudem mit ihrer Höhe an, d.h. die minimalen Strukturgrößen nehmen zu,

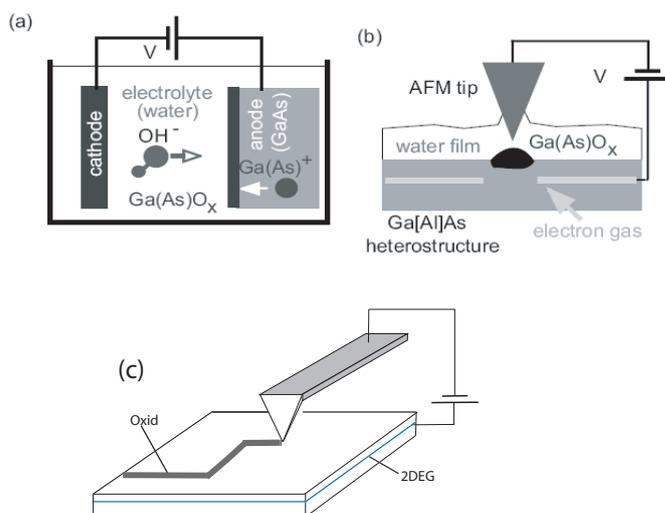


Abbildung 3.7: (a) Prinzip der anodischen Oxidation. (b) lokale anodische Oxidation mit einer AFM-Spitze. Der adsorbierte Wasserfilm wirkt als Elektrolyt. Aus [26]. (c) Schreibvorgang

je weiter das 2DEG unter der Oberfläche liegt. Das entstandene Oxid löst sich z.B. in Salzsäure und kann somit selektiv entfernt werden. Dabei stellt sich heraus, dass die Oxidationstiefe mit der Höhe der Oxidlinie vergleichbar ist. Während lange davon ausgegangen wurde, dass das beschriebene Entfernen des Oxids für die elektronischen Eigenschaften der Nanostrukturen nicht von Bedeutung ist [59], zeigen neuere Untersuchungen, dass sowohl die elektronische Breite als auch die Durchbruchfeldstärke der oxidierten Linien zunimmt, wenn das Oxid durch HCl-Ätzen entfernt wurde [62]. Abb. 3.8 zeigt einige Beispiele von Strukturen, die mit dem AFM geschrieben wurden. Wir verwenden den Tapping Mode, die Feedback-Schleife bleibt auch während des Oxidationsvorgangs aktiv. Der Zielwert (Setpoint) für die Schwingungsamplitude wird während der Oxidation auf etwa 5% der freien Amplitude gesetzt, wobei die Reduzierung der Amplitude nicht nur durch Dämpfung durch Kontakt mit der Probe, sondern auch durch ein Verschieben der Resonanzfrequenz aufgrund der elektrischen Felder zurückzuführen ist. Dennoch führt der Oxidationsvorgang zu einer viel schnelleren Degradation der AFM-Spitze als normales Scannen. Wir verwenden deshalb Spitzen mit einer dotierten Diamant-Beschichtung (Modell DCP-20 der Firma NT-MDT), die eine wesentlich höhere Lebensdauer als reine Silizium-Spitzen haben. Typische Schreibspannungen liegen abhängig von der gewünschten Oxidhöhe im Bereich -18V bis -40V. Die nötige Spannung hängt jedoch auch vom Zustand der Spitze

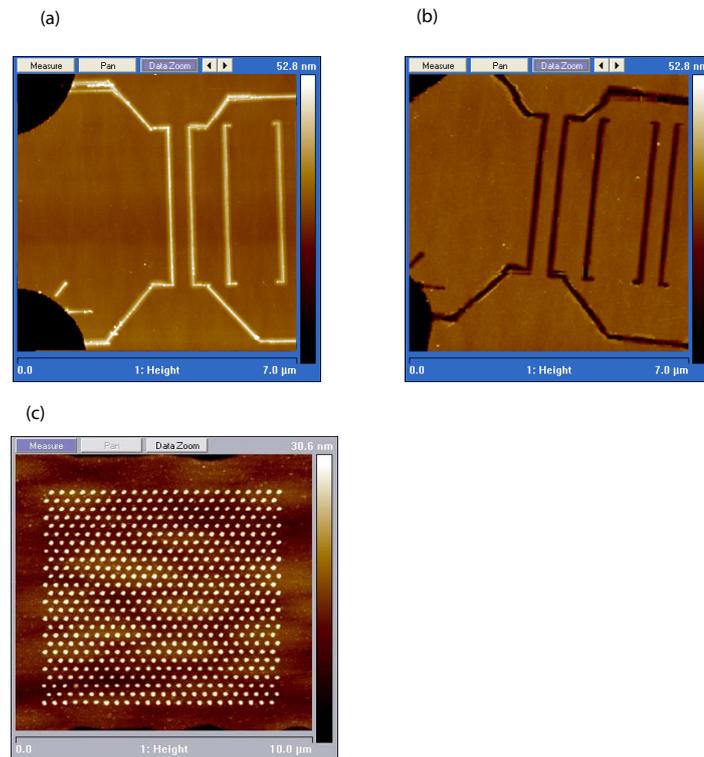


Abbildung 3.8: Beispiele für Strukturen, die durch lokale anodische Oxidation erzeugt wurden. (a) Quantendraht (b) selbe Struktur, das Oxid wurde durch kurzes Eintauchen in HCl entfernt. Die Tiefe der Gräben entspricht etwa der vormaligen Höhe der Oxidlinien. (c) Antidotgitter.

ab und steigt an, je länger eine Spitze verwendet wird. Dies ist vermutlich auf Ablagerungen (z.B. Teile des entstehenden Oxids) auf der Spitze zurückzuführen, an denen ein Teil der Spannung abfällt. So wurde beobachtet, dass sich die notwendige Schreibspannung wieder erniedrigte, nachdem die Spitze kurz in HCl getaucht wurde. Spontane Verbesserungen des Schreibverhaltens einer nur noch schwach oxidierenden Spitze treten ebenfalls gelegentlich auf, vermutlich weil sich Ablagerungen beim Scan/Oxidationsvorgang wieder ablösen. Das Problem der abnehmenden Oxidationsstärke wird vor allem dann sehr schnell aktuell, wenn sehr hohe Linien (~ 20 nm) geschrieben werden sollen. Die Schreibgeschwindigkeit bei der lokalen Oxidation liegt zwischen 100nm/s und 1000nm/s, wiederum abhängig von der gewünschten Höhe der Linien. Eine höhere Schreibgeschwindigkeit bei gleichzeitig erhöhter Spannung führt zu einer geringeren Linienbreite bei gleicher Oxidhöhe als langsames Schreiben bei

geringerer Spannung, für hohe Linien (15-20nm) ergaben sich aber meist nur mit Geschwindigkeiten $< 200\text{nm/s}$ gleichmäßige Strukturen. Aus den gegebenen Erläuterungen wird deutlich, dass bei der lokalen anodischen Oxidation keine exakt reproduzierbaren Parameter für eine Oxidlinie gegebener Höhe existieren (eine neue Spitze für jeden Schreibvorgang würde vielleicht die Bestimmung solcher Parameter erlauben). Dieses Problem lässt sich praktisch einfach dadurch lösen, dass man vor der eigentlichen Struktur einige Tests in unkritischen Regionen der Probe, etwa auf den normalerweise sehr breiten Zuleitungen zum Hallbar, durchführt.

Im Vergleich einer anderen hochauflösenden Lithographiemethode, der Elektronenstrahlolithographie, besteht ein Vorteil der AFM-Lithographie darin, dass eine Struktur unmittelbar nachdem sie geschrieben wurde, mit der selben Spitze inspiziert werden und gegebenenfalls korrigiert werden kann. Weiterhin ist ein fast perfektes Alignment relativ zu bereits auf der Probe existierenden Strukturen möglich. Nachteile sind die wesentlich geringere Geschwindigkeit und die wegen der Abnutzung der Spitze beim Schreibvorgang geringere Zuverlässigkeit beim Schreiben größerer Strukturen.

Natürlich können auch andere Halbleiter und Metalle mit einer AFM-Spitze lokal oxidiert werden. Dünne Titanfilme ($\sim 10\text{ nm}$) lassen sich vollständig oxidieren, es können also isolierende Linien geschrieben und somit z.B. eine strukturierte Gate-Elektrode erzeugt werden [63]. Eine Kombination dieser Methode mit der direkten Oxidation der Heterostruktur erlaubt die Erzeugung komplexer Nanostrukturen [64].

Kapitel 4

Experimente an magnetischen Barrieren

4.1 Einfluss von Randtransmission und Streuung auf magnetische Barrieren in zweidimensionalen Elektronengasen

Im diesem Abschnitt wird das Transportverhalten zweidimensionaler Elektronen durch magnetische Barrieren in Abhängigkeit der Barrierenhöhe und Temperatur untersucht. Die Magnetisierung der Barriere als Funktion eines äußeren parallelen Feldes wird mittels Hall-Magnetometrie bestimmt. Die Verwendung von Dysprosium als Barrierenmaterial erlaubt die Untersuchung des ballistisch geschlossenen Bereichs, hier ist die Transmission durch die Barriere ausschließlich durch Randtransmission und Streuung möglich. Die experimentellen Resultate werden mit Hilfe semiklassischer Simulationen interpretiert. Die Untersuchungen dieses und des nächsten Abschnittes (4.2) wurden in Zusammenarbeit mit Dr. Mihai Cerchez durchgeführt.

4.1.1 Messungen

Die Parameter der im folgenden gezeigten Probe, basierend auf Heterostruktur-1 waren $n_{2D} = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 29 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Das 2DEG befindet sich 65 nm unter der Oberfläche. Die Quantenstreuzeit wurde aus den Amplituden der Shubnikov-de Hass-Oszillationen bei kleinen Felder zu $\tau_q = 1.05 \text{ ps}$ bestimmt (Abschnitt 2.3). Der Probenaufbau ist in Abb. 4.1 gezeigt. Zur Erzeugung der magnetischen Barriere

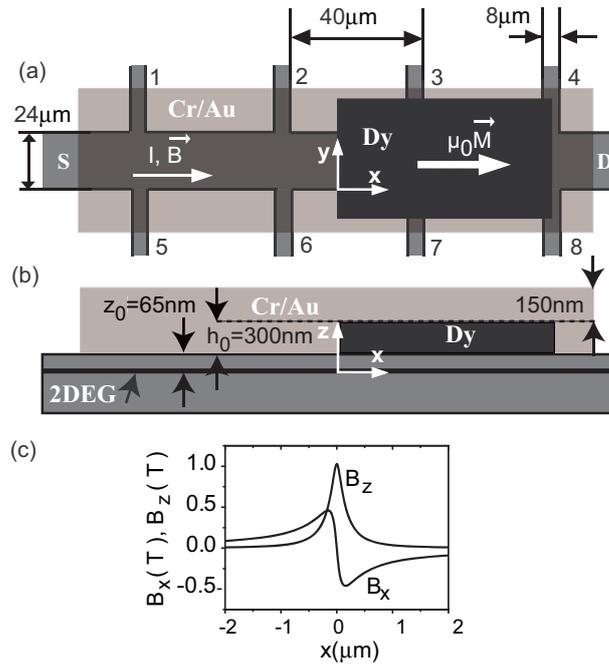


Abbildung 4.1: (a),(b): Probenaufbau. Die Barriere wird durch einen 300nm dicken Dysprosium-Film erzeugt, dessen Magnetisierung durch ein paralleles äußeres Feld erfolgt. Der longitudinale Barrierenwiderstand wird zwischen den Kontakten 2 und 3 gemessen, die Magnetisierung des Films wird aus der durch das Barrierenfeld hervorgerufenen Hall-Spannung zwischen den Kontakten 4 und 8 bestimmt. Die parallele Ausrichtung der Probe im äußeren Feld wird durch das Verschwinden der Hall-Spannung außerhalb der Barriere (Kontakte 1 und 5) überprüft. (c) z- und x-Komponenten des Streufelds des Dysprosium-Films auf Höhe des 2DEGs bei einer Sättigungsmagnetisierung von 3.75T.

wurde ein 300 nm dicker Dysprosium-Film aufgedampft und anschließend mit einem Chrom-Gold-Film abgedeckt. Die parallele Ausrichtung im äußeren Feld mithilfe eines drehbaren Probenhalters wurde durch das Verschwinden des Hall-Widerstands

R_{56} sichergestellt. Die hierbei erreichte Genauigkeit liegt unterhalb von 0.03° , entsprechend einer senkrechten Feldkomponente von 5mT bei einem maximalen äußeren Feld von 8T. Die Magnetisierung des Films und damit die Einstellung der Barrierenhöhe erfolgte durch ein paralleles äußeres Feld, wie in Abschnitt 3.3 erläutert. Die Messungen wurden bei einem Source-Drain-Strom von 100nA und einer Frequenz 13.57 Hz durchgeführt. Der durch die Barriere hervorgerufene longitudinale Widerstand R_{xx} wird zwischen Kontakten 2 und 3 gemessen. Zur Messung der Magnetisierung wird die Kante des Films innerhalb eines Spannungskontakts platziert. Das Barrierenfeld erzeugt hier einen Hall-Widerstand [19]

$$R_{xy} = \frac{-\alpha \langle B_z \rangle}{n_{2D} e} = \frac{\alpha}{n_{2D} e L} \int_{-L/2}^{L/2} B_z(x) dx \quad (4.1.1)$$

$\langle B_z \rangle$ ist hierbei das gemittelte Feld über einen Kontakt der Breite L , α der sogenannte Hall-Faktor, der in diffusiven Proben kleiner als 1 sein kann [65],[18],[66], während in ballistischen Systemen $\alpha = 1$ erwartet wird [67]. Unsere Proben sind zwar nicht ballistisch, allerdings sicherlich auch nicht völlig diffusiv. Speziell im Bereich der Barriere, deren Halbwertsbreite deutlich unterhalb der freien Weglänge liegt, kann der Transport als quasi-ballistisch angesehen werden. Es existiert unseres Wissens derzeit kein theoretisches Modell für die in diesen Fall erwartete Hallspannung, so dass wir $\alpha = 1$ wählen. Nach Abschnitt 3.3 gilt für die Barriere Gleichung (3.3.2), somit folgt mit (4.1.1) schließlich ein proportionaler Zusammenhang zwischen R_{xy} und der Magnetisierung $\mu_0 M$ des Films:

$$R_{xy} = \frac{\alpha \mu_0 M}{4\pi n_{2D} e L} \int_{-L/2}^{L/2} \ln \frac{x^2 + x_0^2}{x^2 + (x_0 + h)^2} dx \quad (4.1.2)$$

Abb. 4.2(Einsatz) zeigt den gemessenen Hall-Widerstand R_{xy} . Das Magnetisierungsverhalten des Film ist hysteretisch, das Koerzitivfeld beträgt ± 0.9 T, die maximale Magnetisierung ergab sich nach Gleichung (3.3.2) zu $\mu_0 M = 1.9$ T. Das liegt deutlich unter dem Literaturwert für Volumen-Dysprosium von 3.75 T und kann durch die polykristalline Natur des Films sowie mit einer teilweisen Oxidation des Films erklärt werden. Letztere kann sowohl während des Aufdampfens als auch während des zweiten Lithographieschritts zur Herstellung des Chrom-Gold-Films entstehen. Bei Filmen, die nicht durch einen zusätzlichen Metallfilm geschützt wurden, wurde eine deutliche Abnahme der Sättigungsmagnetisierung nach einiger Zeit an Luft beobachtet, was die Vermutung untermauert, dass Oxidation zumindest zum Teil für die geringere Magnetisierung verantwortlich ist. Da der ballistisch geschlossene Bereich für diese Probe bei einer Magnetisierung von $\mu_0 M = 1.06$ T beginnt, lässt sich dieses

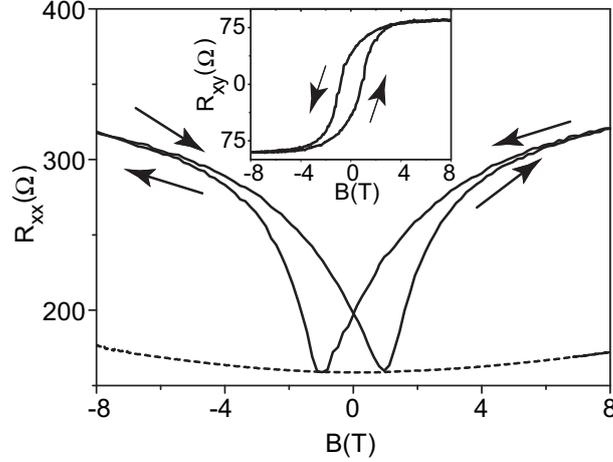


Abbildung 4.2: Longitudinaler Widerstand R_{12} über die Barriere sowie des 2DEGs ohne Barriere bei 2K. Die Pfeile geben jeweils die Richtung der Änderung des äußeren parallelen Magnetfeldes an. Der Verlauf ist hysteretisch und bleibt auch im ballistisch geschlossenen Bereich endlich. Einsatz: Hall-Widerstand aufgrund des Barrierenfeldes zur Bestimmung der Magnetisierung. Das Koerzitivfeld entspricht der Position minimalen longitudinalen Widerstandes über die Barriere.

Regime leicht mit der vorliegenden Barriere erreichen.

Abb. 4.2 zeigt R_{xx} über die Barriere sowie des unstrukturierten 2DEGs als Funktion des parallelen äußeren Felds B bei einer Temperatur von 2 K. Starke parallele Felder beeinflussen die Zustandsdichte des 2DEGs, zudem wird die effektive Masse leicht anisotrop [68]. Diese Effekte erzeugen den schwachen, näherungsweise parabolischen Magnetowiderstand im unstrukturierten Teil der Probe. Der Widerstand R_{xx} über die Barriere ist hysteretisch, was durch das oben diskutierte Magnetisierungsverhalten des Dysprosium-Films bedingt ist. R_{xx} steigt mit zunehmender Magnetisierung des Films, die Position der Widerstandsminima entsprechen dabei dem Koerzitivfeld. Ein qualitativ identisches Verhalten wurde an weiteren Proben unterschiedlicher Barrierenstärke gefunden, Anhang A enthält Messungen an Proben mit dickeren Filmen und somit höheren Barrieren. Da der Widerstand im Minimum dem des 2DEGs ohne Barriere entspricht, haben eventuelle von der mikromagnetischen Struktur des bei diesem Feld auf größerer Skala unmagnetisierten Dysprosium-Films herrührenden Streufelder [19] keinen signifikanten Effekt auf die hier gezeigten Experimente. Der ballistisch geschlossene Bereich beginnt 0.7 T vom Widerstandsminimum entfernt, der gemessene Widerstand bleibt auch bei maximaler Magnetisierung endlich. Somit wird die

Transmission im größten Teil des untersuchten Magnetfeldintervalls durch Randtransmission und Streuung bestimmt. Abb. 4.3 zeigt die Temperaturabhängigkeit des Barrierenwiderstandes. Die durch die Barriere hervorgerufene Widerstandsänderung sinkt

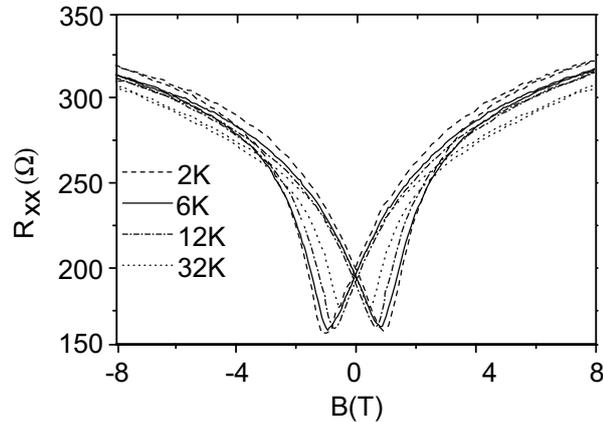


Abbildung 4.3: Temperaturabhängigkeit des Barrierenwiderstands. Mit zunehmender Temperatur wird der Barriereneffekt schwächer, das Minimum bewegt sich zu kleineren Werten von $|B|$, während der Widerstand des 2DEGs ansteigt. Die relativ schwache Temperaturabhängigkeit bis 32K legt einen klassischen Ursprung der Magnetowiderstandsstruktur nahe.

mit steigender Temperatur, weiterhin steigt der Widerstandswert im Minimum, dessen Position sich mit steigender Temperatur hin zu kleineren absoluten B-Feldern bewegt. Letzteres ist durch die Abnahme des Koerzitivfeldes des Dysprosium-Filmes bedingt, während der Anstieg des minimalen Widerstandswertes durch zunehmende Streuung im 2DEG zu erklären ist. Die schwache Temperaturabhängigkeit bis $T = 32K$ deutet auf einen klassischen Ursprung des Barriereneffekts hin.

4.1.2 Simulationen und Interpretation

Die gezeigten Experimente bestätigen den aus früheren Untersuchungen bekannten Sachverhalt, dass magnetische Barrieren auch im ballistisch undurchsichtigen Bereich nur einen endlichen Widerstand erzeugen. Die schwache Temperaturabhängigkeit des Barrierenwiderstand legt nahe, dass er durch klassische Betrachtungen erklärbar ist. Im folgenden verwenden wir semiklassische Simulationsrechnungen auf Basis des in Abschnitt 2.2.3 erläuterten Landauer-Büttiker-Formalismus, um ein quantitatives Verständnis für das Zustandekommen des durch die Barriere hervorgerufenen Widerstandes zu erlangen. Da außer der lokalisierten Barriere keine senkrechten Felder

vorhanden sind und somit keine Hall-Komponente berücksichtigt werden muss, simulieren wir nur die Transmission durch die Barriere von S nach D. Die zu dem jeweiligen äußeren Feld gehörende Magnetisierung des Dysprosium-Films und somit die Barrierenhöhe nach Gleichung (3.3.2) entnehmen wir der in Abb. 4.2 gezeigten Hall-Messung. Elektronen mit der Fermi-Geschwindigkeit werden $10\ \mu\text{m}$ links von der Barriere mit zufälligen, gleichverteilten y-Positionen und ebenfalls gleichverteilten Startwinkeln mit $\alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$) injiziert, wobei α den Winkel zwischen x-Achse und der anfänglichen Richtung der Elektronenbewegung bezeichnet. In diesem Abstand ist das Feld der Barriere vernachlässigbar, größere Abstände führten zu identischen Resultaten für die Widerstandsänderung durch die Barriere. Die Ränder der Probe wurden durch ein konstantes elektrisches Feld der Stärke $10^6\ \text{V/m}$ für $|y| > 12\ \mu\text{m}$ modelliert. Um die Transmissionswahrscheinlichkeit zu erhalten, wurden die Trajektorien numerisch aus den semiklassischen Bewegungsgleichungen berechnet, bis das Elektronen entweder die Linie $x = +10\ \mu\text{m}$ auf der anderen Seite der Barriere erreicht und als transmittiert gilt oder die Startlinie in umgekehrter Richtung überquert. Streuung wird in den Trajektorien durch zufällig generierte Streueignisse berücksichtigt. Wir nehmen an, dass die Streueignisse unkorreliert sind und es sich um einen Poisson-Prozess handelt. Die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Streueignissen folgt demnach der Verteilung $p(t) = \frac{1}{\tau_q} e^{-t/\tau_q}$ mit der experimentell bestimmten Quantenstreuzeit τ_q als Erwartungswert. Elektronen in modulationsdotierten Heterostrukturen werden bei tiefen Temperaturen vorwiegend an ionisierten Donatoren aus der Dotierschicht gestreut. Diese abgeschirmte Coulomb-Streuung führt zu Kleinwinkelstreuung, die wir durch eine Gaussverteilung für die Streuwinkel θ mit der Einschränkung $|\theta| < \pi$ beschreiben [69]. Die Breite σ der Winkelverteilung erhält man aus der Forderung, dass sie die Simulation die Leitfähigkeit des 2DEGs bei $B = 0\ \text{T}$ reproduziert, hier ergab sich $\sigma = 0.114\pi$. Die Transmission berechnet sich zu

$$T(B) = \frac{1}{2W} \int_{-W/2}^{W/2} dy \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha) t(B, \alpha, y) d\alpha \quad (4.1.3)$$

hierbei ist $t(\alpha) = 1$ für transmittierte und $t(\alpha) = 0$ für reflektierte Elektronen. Der Faktor $\cos(\alpha)$ trägt der Tatsache Rechnung, dass nur die x-Komponente der Elektronengeschwindigkeit für den Stromfluss relevant ist. Alternativ kann die Häufigkeitsverteilung der Startwinkel der Elektronen auch als Kosinus-Verteilung gewählt werden [34], die Winkelintegration in 4.1.3 entfällt dann. Der Leitwert folgt nun aus der Transmission aus

$$G(E_F, B) = N(E_F) \frac{2e^2}{h} \frac{T(B)}{1 - T(B)} = R_{xx}(B)^{-1} \quad (4.1.4)$$

wobei $N = 2W/\lambda_F = 918$ die Anzahl transversaler Moden des Hallbars und $\lambda_F = \sqrt{2\pi/n_{2D}}$ die Fermi-Wellenlänge bezeichnet. Pro B-Feld wurden die Trajektorien von 40.000 Elektronen berechnet. Als Testsimulation wurden sowohl Streuung als auch das elektrische Feld am Probenrand auf Null gesetzt, die numerischen Ergebnisse entsprechen dann dem analytischen Ausdruck (2.5.3) und reproduzieren den kritischen Einfallswinkel, bei dem die Barriere schließt (Abschnitt 2.5), mit einer Genauigkeit von 1 Grad.

Abb. 4.4(a) zeigt den Vergleich der Simulationen mit dem experimentellen Ergebnis. Bei der gemessenen Kurve wurde der parabolische Hintergrundwiderstand des 2DEGs subtrahiert und durch seinen Wert bei $B=0$ ersetzt, da die Simulation diesen Effekt des parallelen äußeren Feldes nicht berücksichtigt. Zunächst wird deutlich, dass

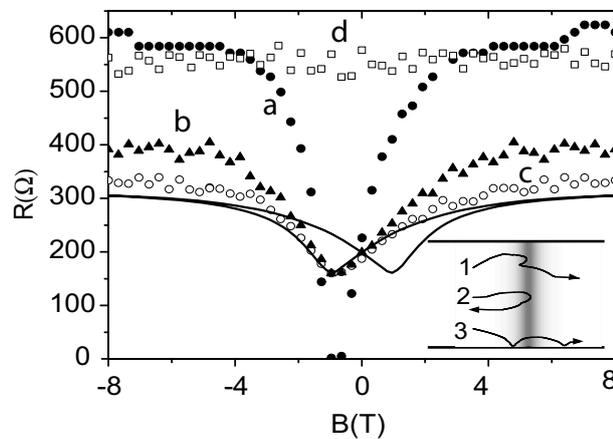


Abbildung 4.4: (a) Vergleich der Simulationsergebnisse mit dem experimentellen Resultat (durchgezogene Linie). (a) Eine ballistische Simulation, die nur die Probenränder berücksichtigt, führt zwar zu einem endlichen Widerstand im geschlossenen Regime, überschätzt den gemessenen Widerstand aber noch deutlich. (b) Das Ergebnis für Streuung ohne Berücksichtigung des Probenrands liegt bereits näher der gemessenen Kurve (c) Berücksichtigt man hingegen Streuung und Randtransmission, so ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Eine sehr kleine Streuzeit (0.2ps) führt zu diffusem Transport, die Barriere wird irrelevant. Inset: Simulierte Trajektorien im geschlossenen Regime, $E \times B$ -Drift und Streuung ermöglichen die Transmission durch die Barriere.

durch die Berücksichtigung des Probenrandes in einer ballistischen Probe der Widerstand erwartungsgemäß auch im undurchsichtigen Regime endlich bleibt, quantitativ wird der Barrierenwiderstand aber im Vergleich mit dem Experiment noch um etwa einen Faktor 4 überschätzt. Die Transmission durch die Barriere erfolgt hier ausschließlich durch $E \times B$ -Drift am Probenrand. Die Simulation mit Streuung ohne

Berücksichtigung des Randes liegt bereits näher am gemessenen Resultat, produziert aber immer noch einen deutlich zu hohen Widerstand. Nur durch die Berücksichtigung von Streuung und Randtransmission wird eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen erzielt. Die verbleibenden Abweichungen können auf mehrere Gründe zurückgeführt werden. Zum einen kann das reale Barrierenfeld von der idealen Form (3.3.2) abweichen und zudem auch Inhomogenitäten in y -Richtung aufweisen. Zudem werden Magnetisierung und Transmission nicht an der selben Kante des Films gemessen, die jeweiligen Barrieren könnten sich unterscheiden. Weiterhin kann die Dichte unter dem Dy-Film leicht von der unterhalb des Chroms abweichen, was sich prinzipiell durch eine dünne Chrom-Schicht unter dem Dy vermeiden ließe. Unter Berücksichtigung dieser Unsicherheiten und der Tatsache, dass keinerlei freie Fitparameter verwendet wurden, besteht eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment.

Für die Parameter unserer Proben können wir somit aufgrund der Simulationen feststellen, dass Streuung den größeren Einfluss auf den Barrierenwiderstand hat, für eine quantitative Beschreibung die Transmission am Probenrand jedoch nicht vernachlässigbar ist. Eine Simulation mit der kleineren Streuzzeit $\tau_q = 0.2$ ps zeigt weiterhin, dass der Barriereneffekt verschwindet, wenn die freien Weglänge im Bereich der Ausdehnung der Barriere liegt.

Bislang wurde immer von $T = 0$ K ausgegangen, d.h. es galt $E = E_F$ für alle Elektronen. Im folgenden wird der Einfluss endlicher Temperaturen untersucht. Den temperaturabhängigen Leitwert $G(T)$ erhält man aus der Kenntnis der Energieabhängigkeit des Leitwerts bei $T=0$, $G(E)_{T=0}$, es gilt

$$G(T) = \int_0^\infty G(E) \left(-\frac{\partial f}{\partial E} \right) dE \quad (4.1.5)$$

wobei f die Fermi-Dirac-Verteilung bezeichnet. In Abb. 4.5 ist $G(E)$ für verschiedene Magnetisierungen der Barriere gezeigt. Da $G(E)$ für alle Magnetisierungen näherungsweise proportional zur Energie ist, also $G(E) = c \cdot E$, folgt aus (4.1.5) nach partieller Integration

$$G(T) = c \int f(E - E_F, T) dE = c \cdot E_F = G(T = 0) \quad (4.1.6)$$

Die Berücksichtigung endlicher Temperaturen hat also keinen Einfluss auf das Simulationsergebnis. Die beobachtete Temperaturabhängigkeit im Barrierenwiderstand ist somit auf eine abnehmende Magnetisierung und die mit der Temperatur zunehmende Streuung zurückzuführen, nicht aber auf die thermische Verschmierung der Fermi-Verteilung. Da bei Temperaturen > 6 K eine Bestimmung der Quantenstreuzeit aus den Shubnikov-de Haas Oszillationen nicht mehr möglich war, konnten Simulationen

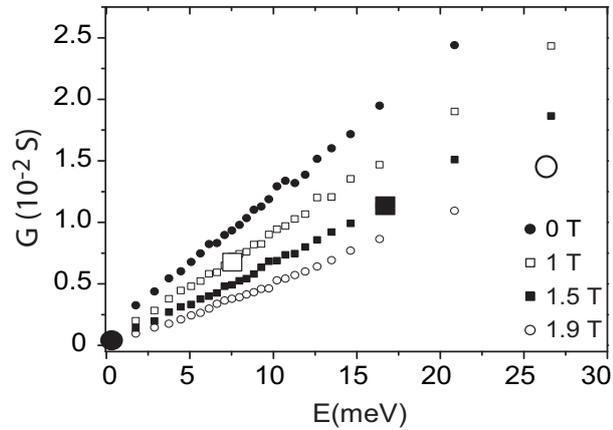


Abbildung 4.5: Leitwerte $G(E)$ für einige feste Magnetfelder als Funktion der Energie. Die großen Symbole kennzeichnen jeweils die Energie, ab der die Barriere ballistisch undurchsichtig ist. Da G näherungsweise proportional zur Energie ist, hat thermische Verschmierung keinen Einfluss auf den Barrierenwiderstand.

für höhere Temperaturen nicht in obiger Weise durchgeführt werden.

Prinzipiell sollte der Transport durch die Barriere in diesem experimentellen Aufbau spinabhängig sein, da durch Zeeman-Splitting im starken parallelen Feld die Energien und damit die Fermi-Geschwindigkeiten der beiden Spin-Richtungen unterschiedlich sind, was zu unterschiedlichen Transmissionswahrscheinlichkeiten führt. Dieser Effekt erwies sich jedoch in den Simulationen als vernachlässigbar, die Spin-Polarisation $(N_{\uparrow} - N_{\downarrow}) / (N_{\uparrow} + N_{\downarrow})$ des transmittierten Stroms lag bei allen Feldern unterhalb von 10^{-3} .

4.2 Verschieben der Barriere durch überlagerte senkrechte Felder

Während im vorhergehenden Abschnitt der Transport in Abhängigkeit der Höhe der Barriere untersucht wurde, werden im folgenden die Effekte eines zusätzlichen, der Barriere überlagerten homogenen Feldes beschrieben. Auf diese Weise wird eine magnetische Barriere konstanter Stärke und Form entlang der B_z -Achse verschoben. Ist das äußere Feld der Barriere entgegengesetzt ist, ändert sich nun die Polarität des resultierenden Gesamtfeldes $B_z(x)$ entlang der x-Achse. Folglich entstehen Linien verschwindenden Magnetfeldes parallel zur Barriere. Entlang dieser Linien tritt nun eine neue Art von Trajektorien auf, die ihren Krümmungssinn beim Überqueren der Nulllinie des Feldes ändern, sogenannte Snake Orbits (Abb. 4.12a und b). Das Auftreten dieser Trajektorien erhöht die Diffusion entlang der Barriere.

4.2.1 Messungen

Abb. 4.6b zeigt den Aufbau, der das Verschieben der Barriere ermöglicht. Die Probe

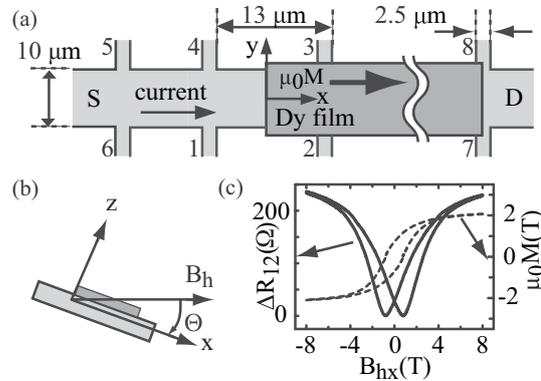


Abbildung 4.6: (a) Probenaufbau und Bezeichnung der Kontakte. Die Barriere wird durch einen 300nm dicken Dysprosium-Film erzeugt. (b) Durch Verkippen der Probe um kleine Winkel im starken parallelen Feld wird der magnetischen Barriere eine homogene senkrechte Feldkomponente überlagert, die durch die Hallspannung zwischen den Kontakten 5 und 6 gemessen wird. (c) Messung im parallelen Feld zur Charakterisierung der Barriere.

wird in ein starkes (8T), homogenes paralleles Feld B_h gebracht, wodurch die Barriere

vollständig magnetisiert wird und ihre maximale Stärke erreicht. Dann wird die Probe um eine Achse senkrecht zum äußeren Feld um kleine Winkel rotiert. Hierdurch entsteht eine senkrechte Feldkomponente $B_{hz} = B_h \sin \Theta$, gleichzeitig ändert sich die Magnetisierung des Film aufgrund der kleinen Winkel nicht wesentlich. Für den hier interessierenden Bereich $B_{hz} < 1T$ ist $\Theta < 7.2^\circ$, und die parallele Feldkomponente $B_{hp} = B_h \cos \Theta = 0.99B_h$ bleibt nahezu unverändert.

Abb. 4.6 zeigt das Probenlayout. Wir verwenden hier ebenfalls Heterostruktur 1, wobei die Parameter der im folgenden ausführlich diskutierten Probe leicht von denen des vorhergehenden Abschnitts abweichen. Es ergaben sich bei $T=2K$ $\mu = 22.1m^2V^{-1}s^{-1}$, $n_{2D} = 2.45 \cdot 10^{15}m^{-2}$ sowie eine Quantenstreuzeit von $\tau_q = 1.04ps$. Die Barriere besteht auch hier aus einem 300nm dicken Dy-Film, der durch einen Cr-Au-Film vor Oxidation geschützt wird. Der Winkel Θ zwischen 2DEG und äußerem Feld bzw. B_{hz} wurden über den Hall-Effekt zwischen Kontakten 5 und 6 bestimmt. Die Barriere wurde zunächst durch eine Messung im parallelen Feld charakterisiert (Abb. 4.6c), der Barrierenwiderstand zeigt den erwarteten Verlauf. Auffallend ist hierbei der relativ geringe Widerstand bei $B_{hx} = 0T$, was auf ein niedrigeres Remanenzfeld als bei den vorherigen Proben hindeutet. Ein Fit des gemessenen R_{xx} an das Modell des letzten Abschnitts ergibt die gezeigte Magnetisierungskurve mit einer maximalen Magnetisierung von 2.1 T, entsprechend einem maximalen Barrierenfeld von 0.57 T. An einer weiteren Probe wurden beim Rotieren der Probe simultane Hallmessungen außerhalb der Barriere (R_{56}) sowie an den Kontakten 7 und 8, in denen sich eine Kante des Films befindet, durchführt. Abb. 4.7b zeigt R_{78} als Funktion von R_{56} . Wir finden eine Gerade mit Steigung 1.04 und einem konstanten Offset, der durch das Feld der Barriere hervorgerufen wird. Somit können wir im betrachteten Bereich tatsächlich davon ausgehen, einer konstanten Barriere ein homogenes Feld zu überlagern. Abb. 4.7c zeigt die temperaturabhängigen Magnetowiderstandsmessungen zwischen Kontakt 1 und 2. Man beobachtet eine deutliches, asymmetrisches Minimum von etwa 90Ω (bei 2K) bei $B_{hz} = -125mT$. Bei Erhöhen der Temperatur verbreitert sich diese Struktur, bleibt aber auch bei 32K noch deutlich sichtbar. Es ist daher anzunehmen, dass es sich um einen semiklassischen Effekt handelt. Weiterhin fällt auf, dass die Shubnikov-de Haas-Oszillationen durch die Anwesenheit der magnetischen Barriere offenbar gestört und auf der negativen B_z -Seite unterdrückt werden. Die Tatsache, dass sich der absolute Wert des Widerstands im Minimum mit der Temperatur kaum verändert, ist durch die gegenläufigen Tendenzen steigenden Hintergrundwiderstands sowie fallenden Barrierenwiderstands zu erklären. Das sich diese Einflüsse im betrachteten Temperaturbereich gerade ausgleichen, ist eine Besonderheit dieser Probe und wurde bei anderen Proben (Anhang A) nicht beobachtet. Das Minimum tritt auf,

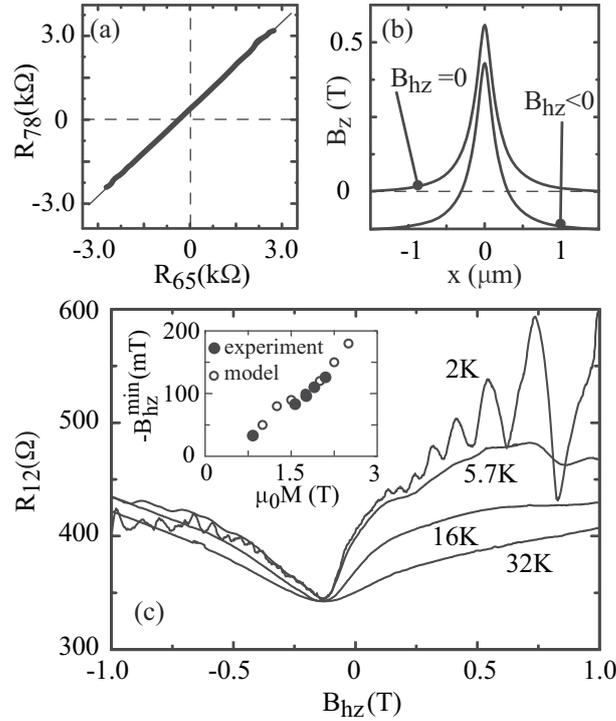


Abbildung 4.7: Messergebnisse beim Überlagern des homogenen Feldes und des Barrierenfeldes. (a) R_{78} als Funktion von R_{65} ergibt eine Gerade mit einem durch die Barriere erzeugten konstanten Offset. Durchgezogene Linie: linearer Fit. Der longitudinale Widerstand über die Barriere R_{12} weist als Funktion der homogenen Feldkomponente ein asymmetrisches Minimum von etwa $90\ \Omega$ auf, das mit zunehmender Temperatur breiter und schwächer wird, aber auch bei 32K noch sichtbar bleibt. Das Gesamtfeld im Bereich des Minimums ist in (b) veranschaulicht, das äußere Feld ist hier der Barriere entgegengesetzt. Die Shubnikov-de Haas-Oszillationen werden durch die Barriere gestört und sind auf der Seite des Minimums unterdrückt. Inset: Position des Minimums für verschiedene Magnetisierungen des Films, die Modellrechnungen werden in Abschnitt 4.2.2 erläutert.

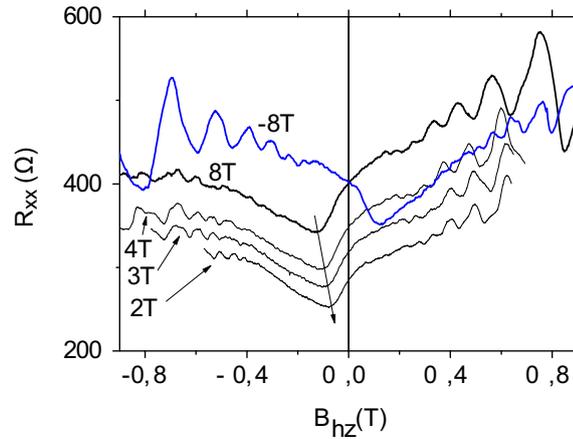


Abbildung 4.8: Bei einem äußeren Feld von -8T ist die Richtung der Barriere invertiert, des Minimum liegt nun auf der positiven B_{hz} -Seite. Durch schwächere äußere Felder verringert sich die Magnetisierung der Barriere, die Minimumsposition bewegt sich in Richtung kleinerer absoluter Felder.

wenn das äußere Feld dem Barrierenfeld entgegengesetzt ist, wie in Abb. 4.7b dargestellt. Dies wird durch identische Messungen bei einem äußeren Feld von -8T bestätigt. Die Richtung der Barriere ist dadurch invertiert, das Minimum erscheint nun bei positiven äußerem Feld. Die Position des Minimums hängt von der Barrierenstärke ab und bewegt sich mit abnehmender Barrierenstärke in Richtung $B_{hz} = 0\text{ T}$, wie Messungen an weiteren Proben mit unterschiedlichen Barrierenhöhen zeigten (Anhang A). Dieselbe Beobachtung lässt sich auch an der hier gezeigten Probe machen, indem man schwächere homogene Felder zur Magnetisierung der Barriere verwendet (Abb. 4.8). Für kleine äußere Felder lassen sich auch Messungen bei senkrechter Orientierung der Probe mit einem zuvor parallel magnetisierten Film durchführen, die Remanenzmagnetisierung bleibt dann aufgrund der Formanisotropie in der Filmebene (Anhang A).

4.2.2 Simulationen und Interpretation

Wie zuvor schon erwähnt, legt die schwache Temperaturabhängigkeit nahe, dass der Effekt semiklassisch erklärbar ist. Hierzu verwenden wir zunächst den Kubo-Formalismus (Abschnitt 2.2.2), der zwar nur zu qualitativer Übereinstimmung mit dem Experiment führt, aber nichtsdestotrotz einige Einsichten über das Zustandekommen des Widerstandsminimums liefert. Die Leitfähigkeit ergibt sich dabei aus

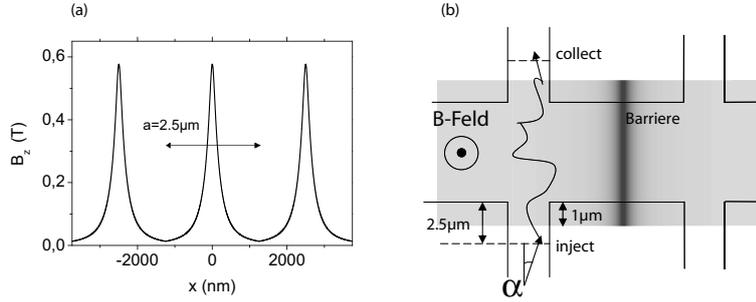


Abbildung 4.9: (a) Periodische Barriere, wie sie in den Kubo-Simulationen verwendet wird. Die Periode a wird als aktive Länge der Barriere interpretiert, hier ist $a = 2.5 \mu\text{m}$. Elektronen starten gleichverteilt in $x \in [-a/2, a/2]$. (b) Zur Simulation im Landauer-Büttiker-Formalismus. Elektronen starten auf einer Linie $2.5 \mu\text{m}$ innerhalb der Kontakte und werden als transmittiert gezählt, wenn die diese Linie in einem anderen Kontakt überschreiten. Das homogene B-Feld ist innerhalb der schraffierten Fläche aktiv, außerhalb wurde $B=0$ gesetzt.

numerisch berechneten Trajektorien zu

$$\sigma_{ij} = \frac{m^* e^2}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \langle v_i(0) v_j(t) \rangle dt \quad (4.2.1)$$

Da der Formalismus eine Leitfähigkeit und keinen Leitwert liefert, ist seine Anwendung auf eine einzelne Struktur wie eine magnetische Barriere zunächst nicht sinnvoll. Statt einer einzelnen Barriere wird eine periodische Anordnung von Barrieren betrachtet und aus dem Ergebnis der Widerstand pro Barriere berechnet [70]. Zunächst stellt sich die Frage nach der geeigneten Periode a , die nach [70] als aktive Länge der Barriere angesehen werden kann. Hierfür existiert keine eindeutiges Kriterium, wir verwendeten für eine Barriere mit $\mu_0 M = 2.1 \text{T}$, $h = 300 \text{nm}$ eine Periode von $a = 2.5 \mu\text{m}$. Damit enthält eine Periode 90% des integrierten Feldes der gesamten Barriere, während das Feld auf 2% seines Maximalwertes (hier also auf 11mT) gefallen ist (Abb. 4.9). Simulationen mit $a = 2 \mu$ und $a = 3 \mu$ ergaben keine wesentlichen Unterschiede im Magnetowiderstand.

Die Simulationen wurden mit 10^5 Elektronen pro B-Feld mit $E = E_F$ durchgeführt, d.h. wir nehmen $T=0\text{K}$ an. Die Anfangsbedingungen waren $y=0$, x gleichverteilt in $(-a/2, a/2)$ sowie eine zufällige Richtung des Geschwindigkeitsvektors. Streuung wurde in den Trajektorien wie in Abschnitt 4.1 als Kleinwinkelstreuung mit Gaußscher Streuwinkelverteilung und Poisson-verteilten Streuereignissen mit der experimentell bestimmten Quantenstreuzeit τ_q berücksichtigt. Für $\tau_q = 1 \text{ps}$ ergab eine Breite der Winkelverteilung von 0.157π die korrekte Leitfähigkeit der Probe ohne Magnetfeld.

Die Länge der simulierten Trajektorien betrug $31\mu\text{m}$, entsprechend 18 Drude-Zeiten. Energieerhaltung wurde während der Berechnung laufend überprüft und gegebenenfalls die Länge des Geschwindigkeitsvektors korrigiert. Die Effekte der parallelen Komponente des äußeren Feldes wurden nicht berücksichtigt.

Abb. 4.10 zeigt die simulierten Komponenten des Leitfähigkeitstensors. Die Form der

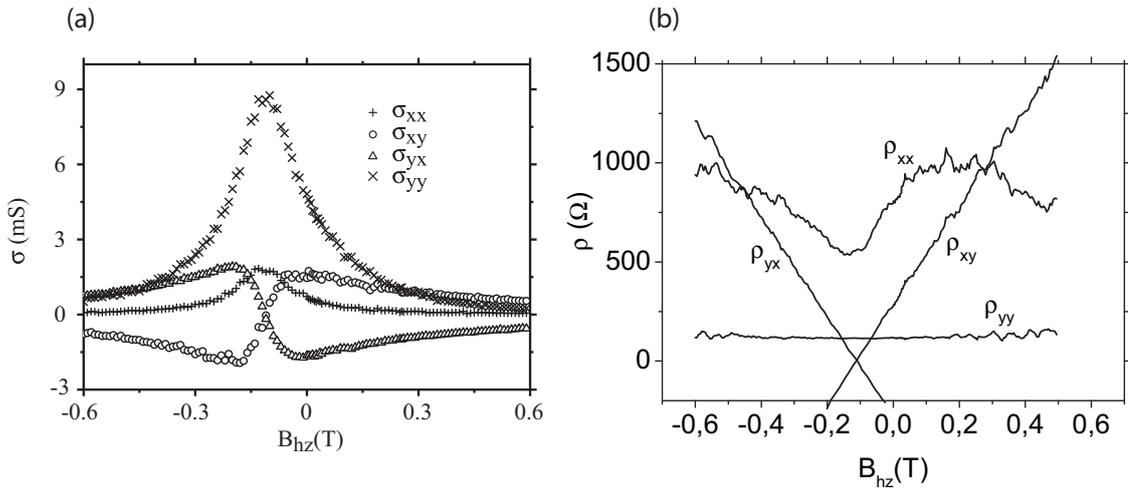


Abbildung 4.10: (a) Simulierte Komponenten des Leitfähigkeitstensors bei periodischer Barriere. σ_{yy} ist gegenüber den anderen Komponenten stark erhöht, da die Elektronen durch den Vorzeichenwechsel des Gesamtfeldes entlang der Barriere geführt werden. Alle Komponenten von σ sind um $\langle B_z \rangle$, das mittlere Barrierenfeld über eine Periode, verschoben. (b) Zugehöriger Tensor des spezifischen Widerstands ρ . ρ_{yy} bleibt durch die Barrieren unbeeinflusst, ρ_{xy} ist wie die σ -Komponenten um das mittlere Barrierenfeld verschoben. ρ_{xx} wird deutlich durch die Barrieren modifiziert, der Transport durch die Struktur ist stark anisotrop. Das Minimum von ρ_{xx} liegt im Bereich des experimentell Beobachteten.

Komponenten ähnelt den bekannten Ergebnissen des Boltzmann-Modells (Abb. 2.4, mit drei wesentlichen Unterschieden.

- die $\sigma_{ij}(B)$ sind in B_z -Richtung um $\langle B_{fz} \rangle$ verschoben, wobei $\langle B_z \rangle$ das über eine Periode gemittelte Barrierenfeld in z -Richtung bezeichnet, und somit bei $\langle B_z \rangle = 0$ zentriert.
- Die Leitfähigkeiten sind in x - und y -Richtung skaliert, wobei besonders die starke Erhöhung von σ_{yy} gegenüber den anderen Komponenten auffällt.
- Alle σ_{ij} sind etwas asymmetrisch um $\langle B_z \rangle = 0$. Dies ist besonders bei den

Nebendiagonalelementen auffällig, deren Extremwerte für $\langle B_z \rangle > 0$ deutlich kleiner für $\langle B_z \rangle < 0$ sind.

In Abb. 4.10b sind die Komponenten des Tensors des spezifischen Widerstands dargestellt. Der spezifische Widerstand parallel zu den Barrieren, ρ_{yy} , bleibt unbeeinflusst, während ρ_{xy} gegeben ist durch eine Gerade mit der üblichen Hall-Steigung, aber in B_z -Richtung versetzt um $-\langle B_{fz} \rangle$, also $\rho_{xy} = -\langle B_z \rangle / ne$. ρ_{xx} wird am deutlichsten durch die Barriere modifiziert und zeigt ein Minimum im selben Magnetfeldbereich wie die Messung. Für einen quantitativen Vergleich mit dem Experiment verwenden wir

$$R_{12} = (\rho_{xx} - \rho_0) \frac{a}{W} + \frac{L}{W} \rho_0 \quad (4.2.2)$$

also den Widerstand pro Barriere plus den Hintergrundwiderstand des 2DEG. Abb. 4.11 zeigt, dass zwischen simuliertem und gemessenem Magnetowiderstand bezüglich

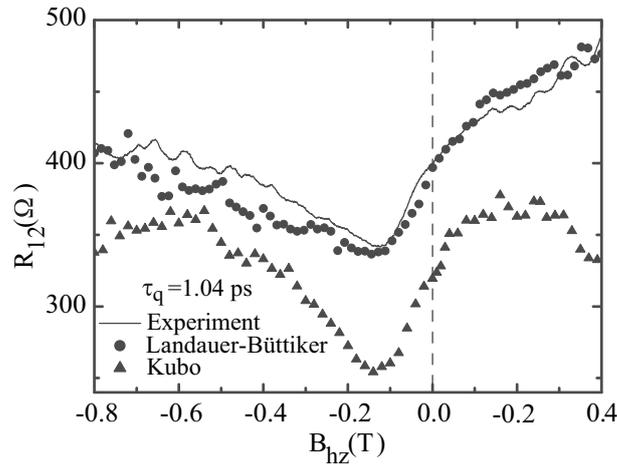


Abbildung 4.11: Vergleich des experimentellen Magnetowiderstands mit den Simulationen. Der Kubo-Formalismus liefert ein Widerstandsminimum im korrekten B-Feld-Bereich sowie der richtigen Größenordnung, der absolute Widerstandswert liegt aber zu tief. Eine qualitative Diskussion der Messungen aufgrund dieser Simulationsergebnisse ist demnach möglich. Die Simulation im 4-Punkt-Landauer-Büttiker-Formalismus steht hingegen in sehr guter quantitativer Übereinstimmung mit dem Experiment. Somit erklärt das unser Modell alle klassischen Aspekte der Messungen vollständig.

Position, Breite und Tiefe des Minimums eine vernünftige Übereinstimmung besteht. Die Asymmetrie des Minimums ist ebenfalls erkennbar, wenn auch schwächer ausgeprägt als im Experiment. Allerdings liegt der absolute Widerstand der simulierten

Kurve zu niedrig. Es bleibt also festzuhalten, dass die Simulation den Effekt qualitativ reproduziert und somit als Grundlage für eine Diskussion über seinen Ursprung geeignet ist. Es ist bekannt, dass eindimensionale elektrische [32] und magnetische [5] Überpotentiale die Diffusivität in y -Richtung erhöhen können, was zu einem positiven Magnetowiderstand in ρ_{xx} führt, wie in Abschnitt 2.2.1 erläutert. Die verstärkte Diffusion in y -Richtung liegt offensichtlich ebenfalls vor (Abb. 4.10), die hier gegebene Situation unterscheidet sich aber in einigen Punkten von diesen Arbeiten. Während in [5] das mittlere magnetische Feld der Modulation verschwindet, ist hier $\langle B_{fz} \rangle$ ungleich Null. Weiterhin ist die vorliegende Modulation asymmetrisch um $\langle B_z \rangle = 0$. Der erste Punkt führt nun offenbar einfach zu einer Verschiebung von ρ_{xx} in B , wie schon bei den Leitfähigkeiten deutlich sichtbar, während der zweite für die Asymmetrien verantwortlich ist. Somit lässt sich das beobachtete Minimum als positiver Magnetowiderstand um $\langle B_z \rangle = 0$, also um verschwindendes mittleres Feld in der aktiven Barrierenregion, verstehen, hervorgerufen durch entlang der Barriere laufende Trajektorien, die die Diffusivität in y -Richtung verstärken. In diesem Sinne können unsere Ergebnisse als komplementär zu früheren Arbeiten angesehen werden, die einen PMR um $B=0$ in periodischen Übergittern mit verschwindendem mittlerem Feld finden. Wir können somit festhalten, dass für den PMR keine Periodizität notwendig ist, im Gegensatz zu anderen dort beobachteten Effekten wie etwa Kommensurabilitätsoszillationen.

Die gegebene Interpretation gibt zwar einen qualitativen Verständnis des Minimums, auf quantitativer Ebene bestehen aber Abweichungen. Diese können zum einen darauf zurückgeführt werden, dass die Annahme unabhängiger Barrieren, die Gleichung (4.2.2) zugrunde liegt, nicht streng gerechtfertigt ist, da der Abstand der Barrieren zu gering ist, um eine vollständige Equilibrierung der Geschwindigkeitsverteilung auf ihrem Weg von einer Barriere zur nächsten zu erlauben. Weiterhin wird die tatsächliche Probengeometrie nicht berücksichtigt, speziell nicht die Ränder, an denen Transmissionskanäle durch die geschlossene Barriere entstehen. Eine realistischere Simulation, die diese Punkte berücksichtigt, ist im Landauer-Büttiker-Formalismus möglich (Abschnitt 2.2.3). Wir modellieren die Probe mit den in Abb. 4.6) gezeigten Dimensionen und den Kontakten 1-4 sowie S und D. Es wurden harte Wände verwendet, was zu vernachlässigbaren Unterschieden im Vergleich mit der Modellierung der Wände durch ein endliches elektrisches Feld realistischer Größenordnung ($\sim 10^6$ V/m) führt, die Rechenzeit aber wesentlich verkürzt hat. Zur Berechnung der benötigten Transmissionswahrscheinlichkeiten (Abschnitt 2.2.3) werden Elektronen mit der Fermi-Geschwindigkeit von einer Linie $2.5 \mu\text{m}$ innerhalb der Kontakte injiziert (Abb. 4.9). Das senkrechte Feld beginnt $1 \mu\text{m}$ innerhalb des Kontakts. Der Grund hierfür ist, dass so die Winkelverteilung der Anfangsgeschwindigkeiten, $p(\alpha) = 1/2 \cos \alpha$, die nur im

magnetfeldfreien Raum gilt, verwendet werden kann [33]. Die Bewegungsgleichungen wurden numerisch gelöst, Streuung wurde wie bei der oben beschriebenen Simulation im Kubo-Formalismus mit identischen Parametern implementiert. Da die Simulation den Einfluss der parallelen Komponente des äußeren Feldes nicht berücksichtigt, wurden für einen quantitativen Vergleich zum simulierten Widerstand R_{12} noch 12Ω addiert, entsprechend der experimentell bestimmten Widerstandszunahme bei einem parallelen Feld von 8 T. Abb. 4.11 zeigt die hervorragende Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment, wobei hier besonders betont werden muss, dass die simulierte Kurve als Funktion von B_{hz} keinerlei Fitparameter enthält. Angepasst wurde lediglich die Breite der Streuwinkelverteilung unter der Voraussetzung, den korrekten Wert für den Probenwiderstand bei $B=0$ zu erhalten, sowie die (konstante) Magnetisierung des Dy-Film, die den korrekten Wert für $R_{12}(B_{hz} = 0)$ ergibt. Letztere ist vergleichbar mit der an anderen Proben über Hall-Magnetometrie bestimmten Magnetisierung. Die Simulation reproduziert auch die experimentell beobachtete Verschiebung der Position des Minimums bei einer Veränderung der Barrierenhöhe. Es zeigt sich somit, dass der 4-Punkt-Landauer-Büttiker-Formalismus unter Einbeziehung einer realistischen Verteilung der Streueignisse in der Lage ist, eine quantitative Beschreibung der semiklassischen Aspekte des Verhaltens unserer Proben auch als Funktion senkrechter Magnetfelder zu liefern.

Im Folgenden werden einige charakteristische ballistische Trajektorien diskutiert, die bei der Barriere entgegengesetztem Feld auftreten. Das maximale Feld der Barriere ist $B_{fz}^{max} = 0.57$ T. Für kleine negative Felder > 80 mT ist die Barriere geschlossen. Es sind dann abhängig von den Anfangsbedingungen verschiedene Szenarien möglich (Abb. 4.12a-c). Elektronen bewegen sich entweder in Snake Orbits entlang der Barriere oder passieren sie durch Reflexionen am unteren Rand. Diese Art der Transmission ist ohne äußeres Feld nicht möglich, wir bezeichnen diese Bahnen als Edge Orbits. Am oberen Rand spalten sich die Snake-Orbits in zwei Gruppen auf: Abhängig vom Auftreffpunkt werden sie entweder reflektiert (a) oder via $E \times B$ -Drift transmittiert (b), wobei prinzipiell, aber mit abnehmender Wahrscheinlichkeit auch mehrere Durchläufe durch die Barriere der Art (b) möglich sind. Der Mechanismus (b) hat zur Folge, dass Bahnen, die eigentlich zur Erhöhung des Leitwerts G_{yy} führen, nun auch zur Transmission durch die Barriere beitragen können und somit G_{yy} und G_{xx} koppeln. Transport via Edge Orbits setzt ab -50mT ein und wird mit negativerem Feld zunehmend wahrscheinlicher. Snake Orbits sind im Intervall $-B_{fz}^{max} < B_{hz} < 0$ möglich, in dem das Gesamtfeld in z-Richtung $B_z(x)$ seine Polarität ändert, ihr Anteil nimmt in diesem Bereich mit fallendem homogenem Feld ab. Doch auch ohne einen Vorzeichenwechsel des Gesamtfeldes, d.h für $B \leq B_{fz}^{max}$, erhöht die Anwesenheit der Barriere den Leitwert G_{yy} . Hier sind zyklodartige Bahnen wie in Abb. 4.12d möglich, die zu

einer erhöhten Rückstreuwahrscheinlichkeit führen und möglicherweise für die Unterdrückung der SdH-Oszillationen in diesem Magnetfeldbereich verantwortlich sind.

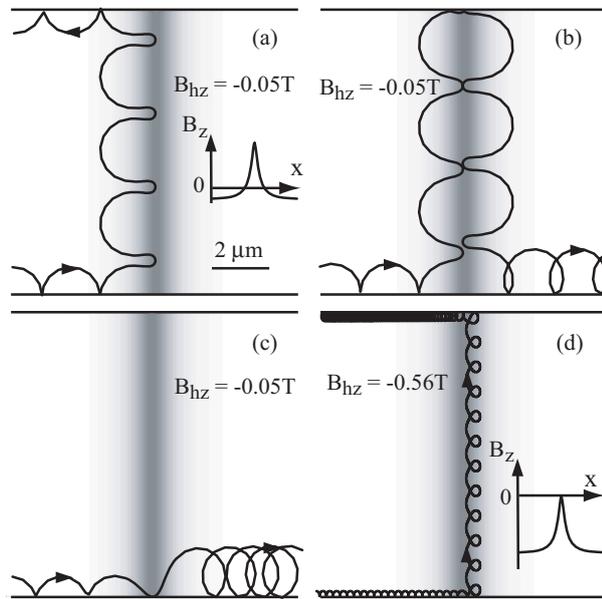


Abbildung 4.12: Charakteristische ballistische Trajektorien unter Berücksichtigung der Probenränder, wenn das äußere Feld der Barriere entgegengesetzt ist. (a) Snake-Orbit, reflektiert. (b) Snake-Orbit, transmittiert (c) Transmission via Edge Orbits. (d) Auch ohne Vorzeichenwechsel des Gesamtfeldes sind in y -Richtung driftende Orbits möglich, die zu erhöhter Rückstreuung führen.

Klassische Widerstandoszillationen

Hier stellen wir erste Simulationsergebnisse vor, die im quasi-ballistischen Fall zusätzliche Strukturen im Widerstand vorhersagen. Wir simulieren zunächst dieselbe Struktur wie bisher mit einer zehnmal höheren Streuzeit, die Magnetisierung des Film war $\mu_0 M = 1.9\text{T}$. Statt eines Minimums im Widerstand finden wir nun zwischen 0.1T und -0.1T eine hohe Stufe von $\sim 500\ \Omega$, ein Anstieg bei negativeren Feldern ist nicht mehr zu beobachten. Weiterhin zeigt der Widerstand deutliche Oszillationen sowohl für positive als auch für negative Felder, die für $B < -0.3\text{T}$ verschwinden. Die Ursache dieser Oszillationen ist derzeit noch nicht geklärt. Eine Simulation für die experimentell eher zugängliche Situation einer $3\ \mu\text{m}$ breiten Probe mit lediglich verdoppelter Streuzeit zeigt nur einen einzelnen, deutlichen Peak bei $B \sim -0.06\text{T}$. Diese Struktur

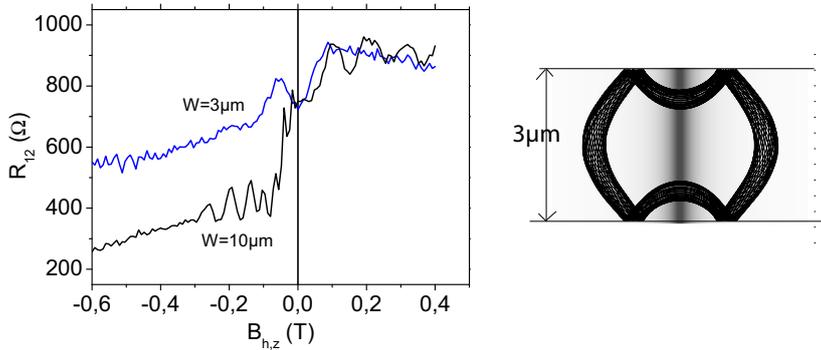


Abbildung 4.13: (a) Quasi-ballistische Simulationen mit einer Streuzeit von 10ps. Es zeigen sich zusätzliche Oszillationen, zudem steigt der Widerstand bei höheren negativen Feldern nicht weiter an. Für eine lediglich $3\mu\text{m}$ breite Struktur und einer Streuzeit von 2ps ergibt sich ein einzelnes deutliches Maximum bei $\sim -0,06T$. (b) Im Bereich dieses Maximums existieren ballistische Trajektorien, die den Bereich der Barriere über lange Zeiten nicht verlassen.

könnte sich geometrisch mit gebundenen Zuständen in der Barrierenregion in Verbindung bringen lassen. Die ballistische Trajektorie in Abb. 4.2b für $B = -0,06\text{ T}$, die im Barrierenbereich gestartet wurde, verlässt die Barrierenregion auch nach einer Strecke von mehreren hundert Mikrometern nicht. Bei dem Versuch einer vollständig ballistischen Simulationen des Barrierenwiderstands finden wir, dass für bestimmte Anfangsbedingungen von den Kontakten kommende Elektronen im Bereich der Barriere gefangen werden, d.h. sie scheinen sich stabilen Bahnen ähnlich der gezeigten anzunähern. Da diese Elektronen die Kontakte folglich nicht erreichen, lassen sich rein ballistische Resultate so nicht erhalten, stattdessen sind gelegentliche Streueignisse nötig, um die Elektronen zum Verlassen der besagten Trajektorien zu bringen. Alternativ wäre zu diesem Zweck auch die Implementierung von Unregelmäßigkeiten an den Probenrändern denkbar.

Eine experimentelle Überprüfung dieser Resultate konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr durchgeführt werden, sollte aber, da die Parameter zumindest im Fall der engeren Struktur gut realisierbar sind, prinzipiell möglich sein.

4.3 Magnetische Barrieren in Quantendrähten

Die bisherigen Experimente konnten vollständig im semiklassischen Bild verstanden werden. Quanteneffekte aufgrund der Barriere waren in 2DEGs mit lateralen Dimensionen von $\geq 10 \mu\text{m}$ nicht zu beobachten. Im Folgenden wird der Einfluss magnetischer Barrieren auf den Transport in Quantendrähten untersucht, die durch AFM-Lithographie hergestellt wurden. Hierbei zeigen sich klassisch nicht erklärbare Oszillationen im Widerstand mit ausgeprägter Temperaturabhängigkeit.

Wir verwenden im Gegensatz zu den vorherigen Abschnitten Heterostruktur 2, die sich durch das im Vergleich zu Heterostruktur 1 näher an der Oberfläche liegende (55nm statt 65nm) Elektronengas besser zur AFM-Lithographie eignet. Die Elektronendichte bei geerdetem Top-Gate betrug $3.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 59 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, entsprechend einer freien Weglänge von $l_e = 5.4 \mu$.

Abb. 4.14a zeigt einen Quantendraht, der durch lokale anodische Oxidation auf eine bereits in Form eines Hallbars vorprozessierte Heterostruktur geschrieben wurde (Abschnitt 3.5.3). Die Höhe der Oxidlinien ist 15–17 nm, die Breite (FWHM) 90–100 nm. Der Draht ist $4 \mu\text{m}$ lang, der Abstand der Maxima der Oxidlinien beträgt 450 nm. Die Position des Drahtes auf dem Hallbar und das Probenlayout sind in Abb. 4.14 skizziert. Die Zuleitungen IPG1 (In-Plane-Gate) und IPG2 sind vom restlichen 2DEG durch die Oxidlinien isoliert, durch Anlegen einer Gleichspannung kann der Draht etwas abgestimmt werden. Nach der Oxidation wurde zunächst das Oxid durch einen Dip-Etch in HCl (37%, 10s) entfernt, was die Durchbruchspannung der isolierenden Linien etwas erhöht [62]. Anschließend wurde durch eine Schattenmaske ein Chrom-Film von nominell 10nm Dicke als Top-Gate aufgedampft. Dadurch wird einerseits erreicht, dass Dichtegradienten durch unterschiedliche Gate-Materialien minimiert werden (das wäre der Fall, wenn direkt der Ferromagnet und anschließend Chrom als Gate aufgedampft würde). Völlig ausschließen lassen sich solche Gradienten allerdings auch durch das homogenen Chrom-Gate nicht, da trotzdem noch Verspannungen aufgrund unterschiedlicher thermischer Ausdehnungskoeffizienten von Chrom und Kobalt auftreten können, die durch den piezoelektrischen Effekt die Bandverbiegung im GaAs beeinflussen [3]. Die wichtigste Funktion des Chrom-Films ist jedoch, dass die oxidierten Linien nicht in direkten Kontakt mit dem basischen Entwickler (MIF 726 von Clariant, enthält Tetramethylammoniumhydroxid.) kommt. Schlessner et al. [62] berichteten, dass dies die Linien und auch die Oberfläche der Heterostruktur in ihrer Umgebung beschädigen, was auch experimentell in mehreren Fällen beobachtet wurde.

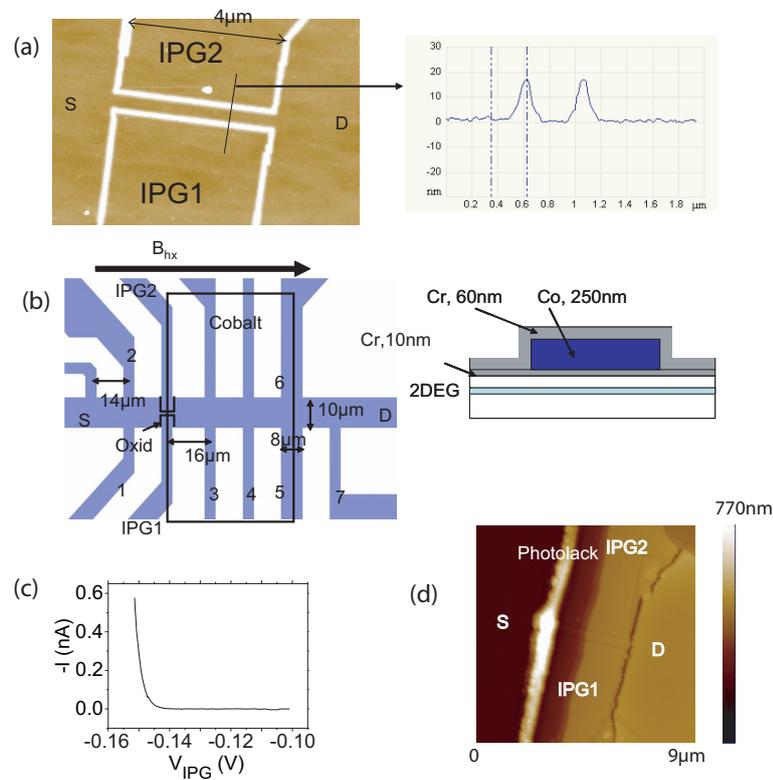


Abbildung 4.14: (a) Oxidlinien, die den Quantendraht definieren. (b) Probengeometrie. Die Oxidlinien isolieren die Zuleitungen IPG1 und IPG2 vom restlichen 2DEG. Eine Kante des Kobalt-Films liegt im Quantendraht, die zweite innerhalb der Kontakte 5 und 6 zur Bestimmung der Magnetisierung. Der Drahtwiderstand R_{QW} wird zwischen Kontakt 1 und 3 gemessen, über den Hallwiderstand R_{12} erhält man den Winkel zwischen Probe und äußerem Feld. Zwischen Kobalt-Film und Probenoberfläche befindet sich ein dünner Chrom-Film. (c) Leckstromkurve über die Oxidlinien. (d) AFM-Aufnahme des Kobalt-Films (hell) auf dem Quantendraht. Das optische Alignment ist sehr gut gelungen, die obere Kante des Films liegt in der Mitte des Drahtes. Die hohen Temperaturen beim Aufdampfen führten zu einer nicht senkrecht abfallenden Kante sowie dem deutlich zu erkennenden nicht löslichen Photolackrest. Weiterhin ist ein Riss im Co/Cr-Film am rechten Ende des Drahtes zu erkennen.

Als magnetische Barriere wurde ein 250nm dicker Kobalt-Film aufgedampft. Die Verwendung von Kobalt statt dem in den vorangegangenen Abschnitten benutzen Dysprosium war rein technisch begründet, die Anlage zum Verdampfen von Dysprosium fiel längere Zeit aus. Die Genauigkeit, mit der Strukturen mithilfe der optischen Lithographie relativ zueinander ausgerichtet werden können, betrug in unserem Fall etwa $\pm 1 \mu\text{m}$. Die Länge des beschriebenen Quantendrahts liegt also noch im Bereich des mit dieser Methode machbaren. Da die Oxidlinien optisch kaum sichtbar sind¹, dienen die IPG-Kontakte während des Ausrichtens der Maske als Referenz. Abschließend wurde der Kobalt-Film als Oxidationsschutz noch mit weiteren 50 nm Chrom abgedeckt. Abb. 4.14(d) zeigt den Draht mit Kobalt-Film und Chrom-Abdeckung. Die Erhebung links vom Kobalt-Film ist höchstwahrscheinlich ein Photolack-Rest, der sich beim Lift-Off nicht gelöst hat. Eine MFM-Messung bestätigt, dass diese Struktur nicht ferromagnetisch ist und deshalb die Messungen nicht beeinflussen sollte, zudem befindet sich der Lackrest auf der ersten Chrom-Schicht, so dass auch die Gate-Wirkung hier nicht beeinträchtigt wird. Das Kantenprofil des Kobalt-Films zeigt eine Schwierigkeit, die beim Aufdampfen dieses Materials festgestellt wurde. Die Proben werden bei vernünftigen Aufdampfzeiten (0.02-0.1nm/s) sehr heiß ($> 100^\circ\text{C}$). Offenbar ist Kobalt bei diesen Temperaturen auf der Oberfläche der Probe sehr mobil, und migriert auch unter das undercut-Profil des Photolacks (Abschnitt 3.2). Dies soll in Zukunft durch einen derzeit im Bau befindlichen gekühlten Probenhalter verhindert werden. Dieses Kantenprofil wird sicherlich zu einer Abweichung von der idealisierten Form (3.3.2) der Barriere führen, produziert aber weiterhin ein lokalisiertes, inhomogenes Feld. Man erkennt, dass das Alignment in diesem Fall sehr gut war, die obere Kante des Films liegt fast perfekt in der Mitte des Drahts. Optisch auffällig, für die Barrierenform aber weniger bedeutsam ist ein Riss im Cr/Co-Film etwa parallel zu den Oxidlinien auf der rechten Seite des Drahtes. Bei magnetisiertem Film sollten hier zwei sehr eng beieinander liegende, aber in unterschiedliche Richtungen orientierte Barrieren entstehen, die sich daher gegenseitig größtenteils auslöschen. Abb. 4.14c zeigt eine I-V-Kennlinie über die Oxidlinien. Es lassen sich bei geerdetem Top-Gate Spannungen bis -140mV anlegen, ohne dass ein merklicher Leckstrom fließt. Diese Durchbruchspannung steigt mit abnehmender Elektronendichte, d.h. negativerer Top-Gate-Spannung. Der Draht lässt sich durch die In-Plane-Gates etwas abstimmen, durch Anlegen von -130 mV an IPG1 und IPG2 erhöht sich der Drahtwiderstand um 20%.

¹20nm hohe Linien sieht man im optischen Mikroskop durchaus, allerdings nicht mit den Objektiven unseres Mask-Aligners, die notwendigerweise einen Arbeitsabstand von mehreren Zentimetern haben.

4.3.1 Messungen

Alle Messungen am Quantendraht wurden mit einem Source-Drain-Strom von 20 nA durchgeführt. Sofern nicht explizit erwähnt, sind die IPGs sowie das Top-Gate im Folgenden geerdet. Die Bezeichnung der verschiedenen Magnetfelder entspricht Abschnitt 4.2. Abb. 4.15 zeigt $R_{xy} = R_{56}$ als Funktion eines parallelen Magnetfeldes, d.h. den durch das Streufeld des Ferromagneten hervorgerufenen Hallwiderstand. Die maximale Magnetisierung ergibt sich daraus zu $\mu_0 M_{max} = 1.1T$, die maximale Barrierenhöhe beträgt demnach 0.28T, wenn die ideale Barrierenform zugrundegelegt wird. Das Koerzitivfeld liegt bei 60mT.

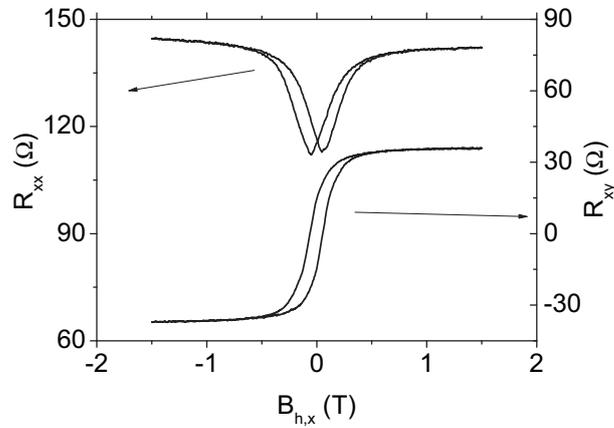


Abbildung 4.15: Hall-Widerstand R_{56} zur Bestimmung der Magnetisierung und Transmission $R_{xx} = R_{47}$ über die Barriere.

Abb.4.16 zeigt eine Messung des Drahtwiderstands $R_{QW} = R_{13}$ im senkrechten Feld bei 1.8K. Bei Feldern $< 1T$ zeigen sich ein starker Widerstandsabfall mit steigendem B-Feld sowie kleinere Fluktuationen des Widerstands. Für größere Felder beobachtet man SdH-artige Oszillationen, die die Depopulation der magnetoelektrischen Subbänder widerspiegeln. Für diffusive Drähte lassen sich die charakteristischen Drahtparameter aus den Positionen der SdH-artigen Oszillationen erhalten (Abschnitt 2.4). Die vorliegende Drahtlänge von $4\mu m$ entspricht etwa der freien Weglänge im 2DEG, d.h. das diffusive Model ist hier nur eingeschränkt anwendbar. In diesem Fall war ein Fit mit der Bergren-Formel 2.4.7 nicht möglich, was auf die Drahtlänge und die zusätzliche senkrechte, über den Draht räumlich variierende Feldkomponente des durch das senkrechte Feld magnetisierten Kobalt-Films zurückgeführt wird. Die Oszillationen bei hohen Feldern extrapolieren nicht genau auf Null, und die Krümmung

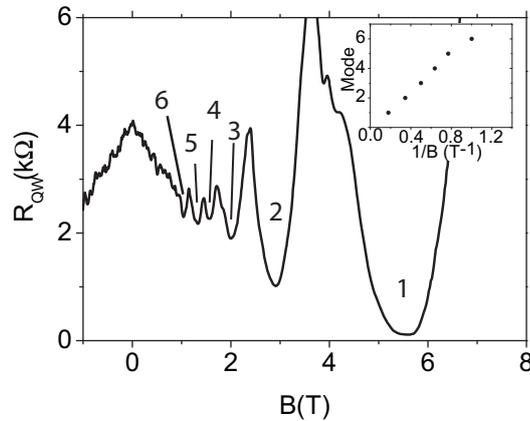


Abbildung 4.16: Quantendraht mit Barriere im senkrechten Feld, Gates geerdet. Die Zahlen geben die Zuordnung der SdH-artigen Oszillatoren zur Anzahl besetzter eindimensionaler Moden an. Einsatz: Modenindex gegen $1/B$ im jeweiligen Minimum.

ist bei $M=5$ sogar positiv, erst bei $M=6$ setzt ein Abknicken ein. Eindeutige Minima bei kleineren Feldern, wo die deutlichsten Abweichungen vom linearen Verhalten erwartet werden, konnten nicht beobachtet werden. Es wird deshalb versucht, auf andere Weise Drahtbreite und Anzahl besetzter Moden abzuschätzen. Der starke Abfall des Widerstands mit B wird durch eine verminderte Rückstreuung beim Einkoppeln der Elektronen im senkrechten Feld in den Draht erklärt [47], wie in Abb. 4.17 verdeutlicht. Nach dieser geometrischen Interpretation sollte der Effekt sättigen,

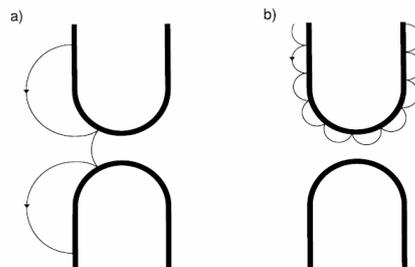


Abbildung 4.17: Geometrische Veranschaulichung des negativen Magnetowiderstand in Quantendrähten. Das Feld unterdrückt die Rückstreuung einfallender Elektronen, der Effekt sättigt, wenn der Zyklotrondurchmesser der Drahtbreite entspricht. Abbildung aus [47].

wenn der Zyklotrondurchmesser $2r_c = 2\hbar\sqrt{2\pi n}/eB$ der Drahtbreite entspricht. Für $n = 3.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ ist $W = \frac{184 \text{ nm}}{B}$, wir finden also, da B etwa im Bereich 0.9 bis 1T liegt,

$W \sim 184 - 204$ nm. Weiterhin sind mindestens 6 Moden besetzt, wie aus der Anzahl der deutlichen Minima im Magnetowiderstand erkennbar ist. Die Fermi-Energie bei Drähten dieser Breite ist typischerweise etwas niedriger als im angrenzenden weiten 2DEG (vgl. [71]). Für $E_{F,wire} = 0.8 \times E_{F,2DEG} = 8.9$ meV und ein parabolisches Einschlusspotential bei gegebener Breite von 200nm ergibt sich aus Gleichung (2.4.8) ein Modenabstand von $\hbar\omega_0 = 1.42$ meV. Damit wären nach Gleichung (2.4.2) bei $B = 0$ tatsächlich $M = 6$ Moden besetzt. Eine identische Rechnung mit $E_{F,wire} = E_{F,2DEG}$ ergibt $M=7$, was ebenfalls konsistent mit Messdaten ist, da das Vorliegen eines zu $M = 7$ gehörenden Minimums im fluktuierenden Magnetowiderstand für $B < 1$ T nicht ausgeschlossen werden kann. Die freie Weglänge l_e im Draht lässt sich aus $R_{QW} = (h/2e^2M)(1 + L/l_e)$ abschätzen [72], mit $M = 7$ folgt $l_e = 3.3 \mu\text{m}$, für $M=6$, der Anzahl mindestens besetzter Moden, stattdessen $l_e = 4.5 \mu\text{m}$.

Abb. 4.18 zeigt das Verhalten des Drahtwiderstands bei Variation der Barrierenhöhe im parallelen Feld. Der Verlauf unterscheidet sich deutlich vom dem des weiten

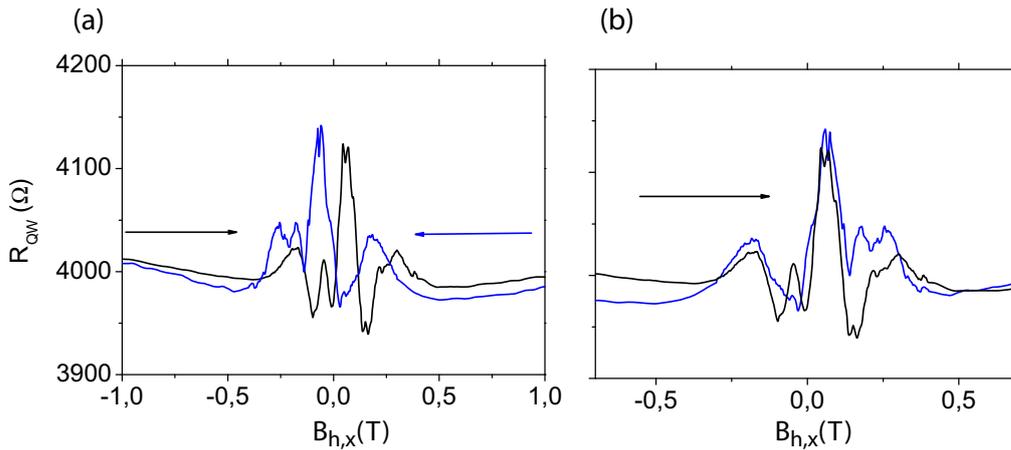


Abbildung 4.18: (a) Widerstand des Quantendrahtes bei Variation der Barrierenhöhe im parallelen Feld. Die horizontalen Pfeile geben die Änderungsrichtung des homogenen Feldes an. Es ergibt sich hier im Gegensatz zur Situation beim weiten 2DEG ein oszillierendes Verhalten. Die Kurve ist hysteretisch, was beweist, dass sie tatsächlich durch das Streufeld des Ferromagneten zustande kommt. (b) Daten aus (a), die blaue Kurve ist jedoch an der y-Achse gespiegelt, d.h. bei beiden Kurven sollte sich die Magnetisierung des Kobalt-Films nun nur im Vorzeichen unterscheiden. Die Kurven stimmen nun qualitativ überein, quantitativ bleiben insbesondere bei den kleineren Fluktuationen deutliche Unterschiede.

2DEGs. Während der Widerstand im 2DEG einfach mit der Magnetisierung ansteigt, finden wir hier ein nichtmonotones Verhalten. Der Widerstand fluktuiert und nimmt

seinen maximalen Wert nicht bei maximaler Barrierenhöhe, sondern im Bereich des Koerzitivfeldes, also verschwindender Barriere, an. Das diese Oszillationen auf das Streufeld des Ferromagneten und nicht etwa auf das äußere Feld zurückzuführen sind, zeigt ihr hysteretisches Verhalten. So ist ein kompletter Durchlauf $-1\text{ T} \rightarrow 1\text{ T} \rightarrow -1\text{ T}$ reproduzierbar, offensichtlich unterscheiden sich die Werte aber bei identischem äußeren Feld bei Hin- und Rückrichtung der Magnetisierungsschleife (besonders deutlich z.B. bei 0.06 T , wo man von -1 T kommend ein Maximum, von $+1\text{ T}$ kommend jedoch ein Minimum findet). Abb. 4.18b zeigt einen Vergleich von $R(B)_{-1..1\text{ T}}$ und $R(-B)_{1..-1\text{ T}}$, d.h. die Barrieren sollten sich nur in ihrem Vorzeichen unterscheiden. Die Kurven stimmen nun wesentlich besser überein, allerdings bleiben besonders bei den kleineren Oszillationen quantitative Unterschiede bestehen.

Anzahl und Stärke der Oszillationen unterscheiden sich bei verschiedenen Abkühlzyklen der Probe, wie in Abb. 4.19 deutlich wird. Zur besseren Übersichtlichkeit wird hier und im Folgenden nur noch eine Richtung der Hystereseschleife gezeigt, die andere Richtung ergibt qualitativ identische Resultate. Eine Gemeinsamkeit ist jedoch ein

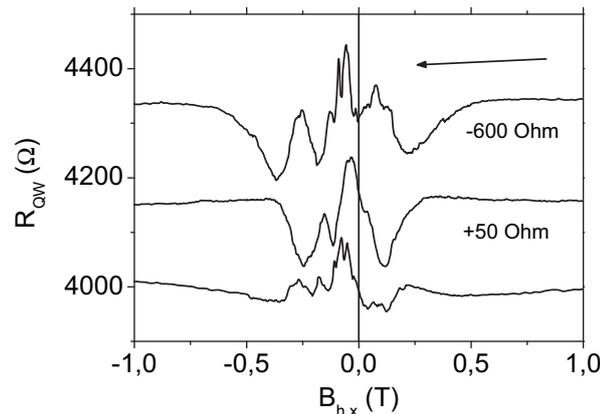


Abbildung 4.19: Barrierenwiderstand im parallelen Feld bei verschiedenen Abkühlzyklen. Anzahl und Amplitude der Oszillationen sind nicht identisch.

Maximum im Bereich des Koerzitivfeldes.

Abb. 4.20 zeigt die Temperaturabhängigkeit des Effekts. Wir finden im Gegensatz zum weiten 2DEG deutliche Änderungen im Bereich $2..16\text{ K}$. Die Oszillationen verschwinden mit zunehmender Temperatur, bei 16 K entspricht das Verhalten qualitativ dem des 2DEGs mit einem Minimum im Bereich des Koerzitivfeldes. Die genaue Temperatur, bei der die Oszillationen verschwinden, hängt allerdings von Abkühlzyklus

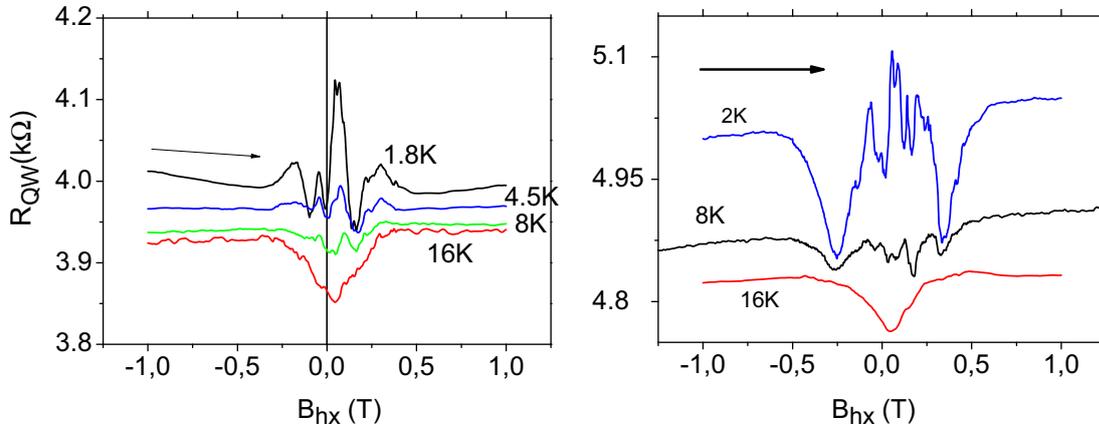


Abbildung 4.20: Temperaturabhängigkeit bei zwei verschiedenen Abkühlzyklen. Die Oszillationen verschwinden bereits bei 16K, der Verlauf des Widerstands entspricht dann qualitativ dem eines 2DEG mit Barriere.

und Gatespannung ab, bei einer weiteren Messung mit $IPG = -30\text{mV}$, $TG = -20\text{mV}$ war der größte Peak bei 16K noch deutlich vorhanden, und selbst bei 24K noch andeutungsweise zu erkennen.

Gatespannungsabhängigkeit

Im Folgenden werden Abhängigkeiten von der Top-Gate-Spannung untersucht, d.h. wir variieren die Elektronendichte und somit die Fermi-Energie. Zunächst wird bei festem parallelem Magnetfeld von $B = +1\text{ T}$ $R_{QW}(V_{TG})$ bestimmt, anschließend nochmals bei $B = -0.05\text{ T}$. Im ersten Fall ist die Magnetisierung maximal, das zweite Feld liegt im Bereich des deutlichsten Peaks in den $R(B_{h,x})$ -Kurven und entspricht somit maximalem Widerstand. Abb. 4.21 zeigt R_{QW} bei fester IPG -Spannung von -130mV für verschiedene Top-Gate-Spannungen. Abb. 4.21a zeigt die Differenz von $R_{B=-0.05T}(V_{TG}) - R_{B=+1T}(V_{TG})$, wir finden ein oszillierendes Verhalten dieser Differenz mit einer Periode von etwa 40mV . Die Amplitude nimmt mit zunehmendem absolutem Widerstand zu und erreicht im untersuchten Bereich maximal $2.7\text{ k}\Omega$. Die Widerstandsänderung ist in diesem Fall eine Größenordnung höher als bei den in den vorherigen Abschnitten betrachteten 2DEGs. Betrachtet man die Leitwertsdifferenzen, so ist keine Zunahme der Amplitude mit negativerer Gatespannung zu beobachten. Für einige Top-Gate-Spannungen, die Maxima und Minima von ΔR entsprechen, wurde nun nochmals das parallele Magnetfeld gefahren (Abb. 4.21b,c). Hierbei zeigt

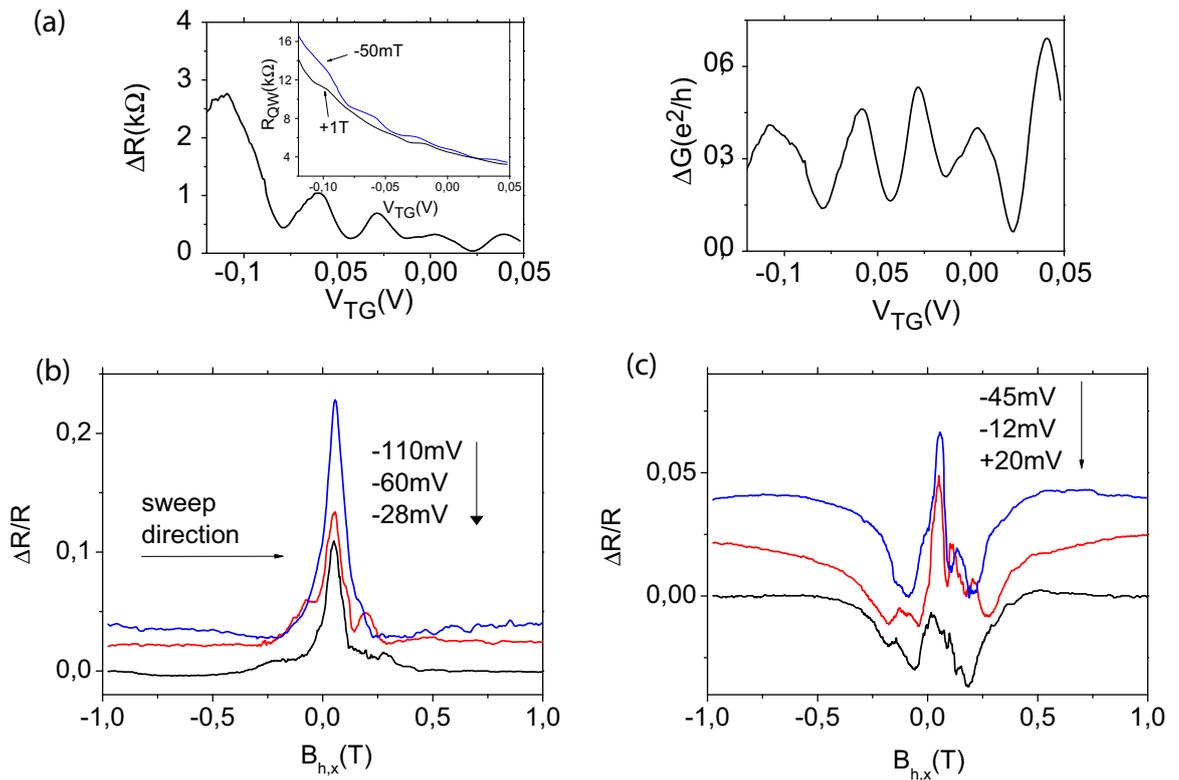


Abbildung 4.21: Abhängigkeit von der Top-Gate-Spannung. (a) Inset: Drahtwiderstandes bei verschiedenen Magnetisierungen. Die Differenz $\Delta R = R_{QW}(B = -50mT) - R_{QW}(B = +1T)$ oszilliert mit einer Periode etwa 40mV und mit negativerer Gatespannung zunehmender Amplitude, die Amplitude der zugehörige Leitwertsdifferenzen fällt dagegen leicht. (b)+(c) Messungen im parallelen Feld für Top-Gate-Spannungen, die Maxima (b) und Minima (c) der Widerstandsdifferenz entsprechen. Dargestellt ist $\Delta R/R_{-1}$ mit $R_{-1} = R_{QW}(B_{hx} = -1T)$. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die blauen Kurven um 0.02, die roten um 0.04 vertikal verschoben.

sich, dass die zu den Maxima gehörenden Kurven einen ausgeprägtes Widerstandsmaximum im Bereich $0.05 \text{ T} \pm 0.01 \text{ T}$ aufweisen und der Widerstand bei maximaler Barrierenhöhe nur unwesentlich über dem jeweiligen minimalen Widerstand der ganzen Kurve liegt. Dies trifft für die zu den Minima gehörenden Gate-Spannungen nicht zu, hier weißt der Widerstand als Funktion der Barrierenhöhe jeweils zwei deutlich lokale Minima auf.

Ein Vergleich mit Messungen im senkrechten² Feld lässt sich durchführen, indem die Messungen im parallelen Feld mit Hilfe der Hystereseurve (Abb. 4.15) als Funktion der Magnetisierung des Films dargestellt werden, zu der das Barrierenfeld $B_{fz}(x)$ für festes x proportional ist. Abb. 4.22 zeigt zwei der obigen Kurven als Funktion von $\mu_0 M / \mu_0 M_{max}$, sowie die entsprechenden Messungen im senkrechten Feld. Die obere Achse ist so skaliert, dass die Werte der B_{hz} -Achse gleichzeitig dem maximalen Barrierenfeld bei idealer Barrierenform und $\mu_0 M_{max} = 1.1 \text{ T}$ entsprechen. Es wird deutlich, dass bei dieser Skalierung die Messungen im senkrechten Feld schneller variieren. Eine bessere Übereinstimmung ergäbe sich bei einer Skalierung mit dem Faktor $1/2$, d.h. wenn die Messungen im parallelen Feld also Funktion von $\frac{1}{2} B_{fz,max}$ dargestellt würden.

Verschieben der Barriere

Die folgenden Experimente wurden analog zu Abschnitt 4.2 durchgeführt, d.h. wir überlagern der Barriere ein homogenes, senkrecht Feld $B_{h,z}$, indem die Probe im starken parallelen Feld ($\pm 8 \text{ T}$) um kleine Winkel gegen die parallele Ausrichtung rotiert wird. Wir legen hier $V_{TG} = -60 \text{ mV}$ und $V_{IPG} = -130 \text{ mV}$ an, die zu diesen Parametern gehörende Messung im parallelen Feld ist in Abb. 4.21c gezeigt. Abb. 4.23a zeigt den Verlauf bei einem äußeren Feld von $+8 \text{ T}$, die Barriere zeigt hier in positive z -Richtung. Wir finden einen asymmetrischen Verlauf mit Fluktuationen im Bereich von mehreren 100Ω sowie einem stärkeren Abfall des Widerstands für größere Felder, bedingt durch den in Abb. 4.17 erläuterten Effekt. Bei einem äußeren Feld von -8 T , also in negative Richtung zeigenden Barrierenfeld, finden wir einen identischen, aber an der Achse $B_{h,z} = 0$ gespiegelten Verlauf. Die quantitative Übereinstimmung von $R_{QW}(B_{h,z}; B_x = 8 \text{ T})$ und $R_{QW}(-B_{h,z}; B_x = -8 \text{ T})$ ist hier bemerkenswert hoch. Vergleicht man diese Kurven mit einer Messung bei senkrechter Orientierung der Probe,

²Dem homogenen senkrechten Feld ist zwangsläufig auch eine vom Kobalt-Film ausgehende inhomogene Komponente überlagert, deren Form jedoch wegen dem bei dieser Orientierung nicht messbaren Zusammenhang zwischen angelegtem Feld und Magnetisierung unbekannt ist.

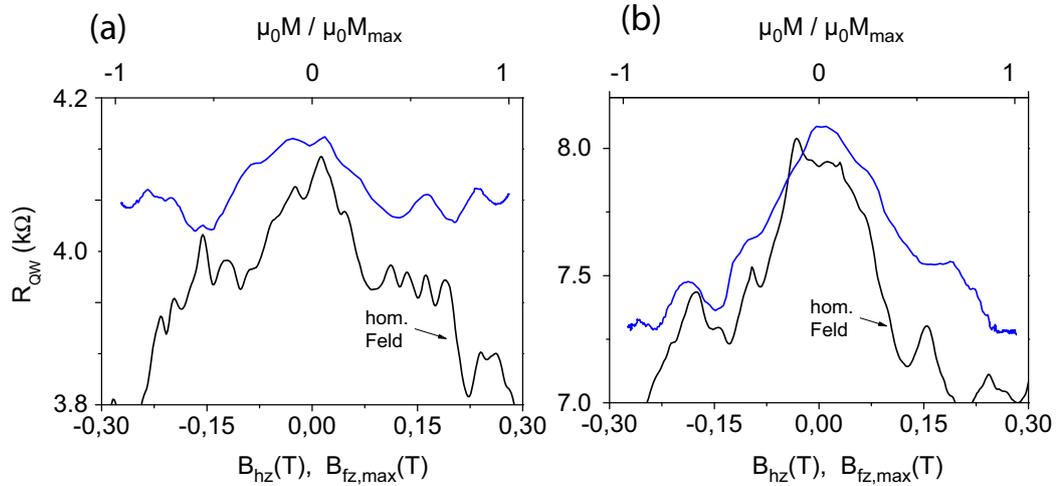


Abbildung 4.22: Vergleich der Messungen im senkrechten Feld sowie im parallelen Feld als Funktion der Magnetisierung der Barriere (blaue Kurve). Nimmt man die ideale Barrierenform an, so ist die Messung im parallelen Feld auch als Funktion des maximalen Barrierenfeldes dargestellt. (a) Gates geerdet (b) Top-Gate -60mV , IPG -130mV .

so zeigen sich zwar Fluktuation ähnlicher Stärke und Periode, allerdings bei unterschiedlichen Feldern. Die Kurven erscheinen gegeneinander verschoben und ähneln einander qualitativ, wenn die Messung mit überlagertem Barrierenfeld um $0,27\text{T}$ entlang der $B_{h,z}$ -Achse verschoben wird. Diese Verschiebung entspricht dem maximalen Barrierenfeld, wenn die ideale (aber hier nicht wahrscheinliche, weil eine senkrechten Kante des Films voraussetzende) Barrierenform angenommen wird.

Abschließend zeigen wir Messungen an einem weiteren Quantendraht mit einer Dysprosium - Barriere, deren Magnetisierung sich bei dieser Probe wegen fehlender Kontakte leider nicht bestimmen ließ. Der Draht war länger ($9\ \mu\text{m}$) und breiter (Abstand der Maxima der Oxidlinien $610\ \text{nm}$) als der bislang betrachtete (Abb. 4.24). Wir finden in Übereinstimmung mit den bisher gezeigten Resultaten reproduzierbare, hysteretische Widerstandoszillationen im parallelen Feld, die bereits bei einer Temperatur von $7,5\text{K}$ verschwunden sind. Die Oszillationen sind reichhaltiger als die des oben gezeigten Drahtes, ihre Amplituden geringer. Diese Messungen bestätigen somit das fluktuierende Verhalten des Widerstands als Funktion der Barrierenhöhe, wenn die Breite des 2DEGs auf wenige 100nm eingeschränkt wird, sowie die starke Temperaturabhängigkeit dieser Oszillationen.

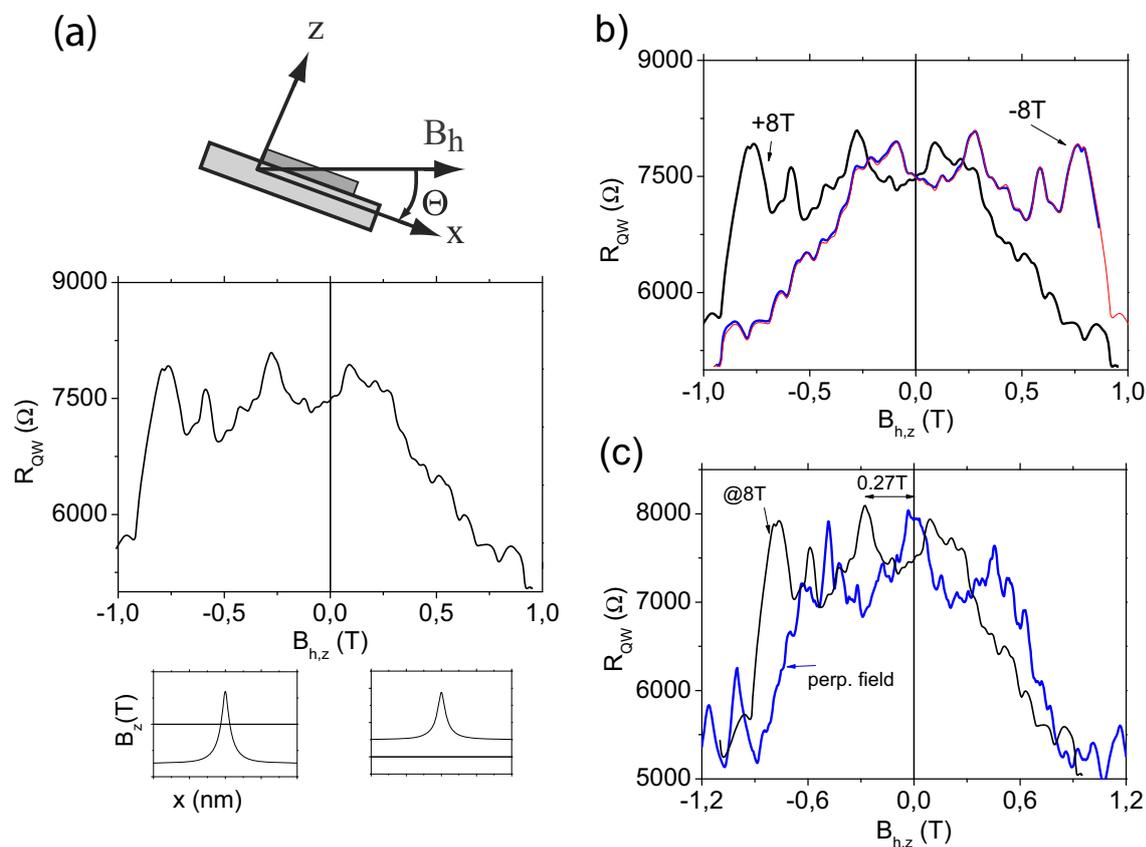


Abbildung 4.23: (a) Der Barriere wird ein homogenes senkrechtes Feld überlagert, indem die Probe im starken parallelen Feld um kleine Winkel rotiert wird. Messung bei einem äußeren Feld von +8T, die Barriere zeigt in positive Richtung (das Gesamtfeld in z -Richtung ist in den kleinen Grafiken darunter dargestellt). (b) blau: Äußeres Feld -8T, die Barrierenrichtung ist invertiert. Die Messung stimmt mit der an der y -Achse gespiegelten +8T-Messung überein (rot). (c) blau: Messung im senkrechten äußeren Feld ($\Theta = 90^\circ$). schwarz: Messung bei 8T aus (a). Die Kurven unterscheiden sich deutlich, eine Verschiebung um 0.27T entlang der $B_{h,z}$ -Achse würde eine zu einer qualitativen Übereinstimmung führen.

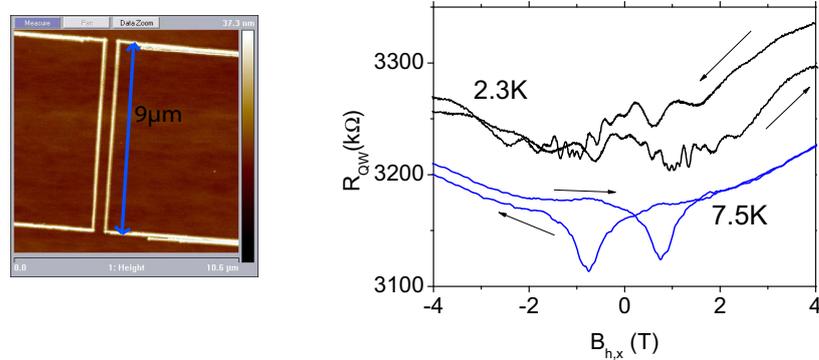


Abbildung 4.24: Weiterer Quantendraht mit größeren Abmessungen ($L = 9\ \mu\text{m}$, mittlerer Abstand der Oxidlinien 610nm). Die Barriere wurde hier durch einen Dysprosium-Film erzeugt. Das oszillierende Verhalten des Widerstands als Funktion der Barrierenhöhe sowie die starke Temperaturabhängigkeit werden bestätigt.

4.3.2 Interpretation

Die Temperaturabhängigkeit der Widerstandsozillationen im parallelen Feld deutet auf einen nichtklassischen Ursprung hin. Ab etwa 20K sind die Oszillationen verschwunden, der Kurvenverlauf entspricht nun qualitativ dem semiklassisch zu verstehenden Verhalten weiter 2DEGs. Eine Simulation im Landauer-Büttiker-Formalismus analog zu den vorangegangenen Abschnitten mit einer angenommenen Drahtbreite von 300nm und harten Wänden konnte das oszillatorische Verhalten nicht reproduzieren und ergab lediglich die bekannte Widerstandszunahme mit steigender Barrierenhöhe. Es ist davon auszugehen, dass das bei höheren Temperaturen beobachtete Widerstandsminimum bei verschwindender Barriere im realen Quantendraht auch bei tiefen Temperaturen vorhanden ist, dort aber durch die stärkeren Widerstandsfluktuationen überdeckt wird.

Betrachten wir die für die Messungen aus Abb. 4.22 statt des Widerstand den Leitwert, finden wir, dass die Fluktuationen eine Amplitude der Größenordnung $0.1e^2/h$ besitzen (Abb. 4.25). Die Größenordnung der Fluktuationen, ihre Temperaturabhängigkeit und die Tatsache, dass Anzahl und Amplitude bei verschiedenen Abkühlzyklen und Gatespannungen nicht identisch sind, sind charakteristische Anzeichen von universellen Leitwertfluktuationen (UCF, Abschnitt 2.4). Damit konsistent ist auch die Beobachtung, dass die Widerstandsozillationen im längeren Draht (Abb. 4.24) eine geringere Amplitude haben, ein solches Verhalten der UCF ist für diffusive Quantendrähte mit $L > l_\phi$ bekannt. Es ist prinzipiell nicht unerwartet, diesen Effekt auch in inhomogenen Magnetfeldern zu beobachten. So berichten Hara et al. [73], [74] von

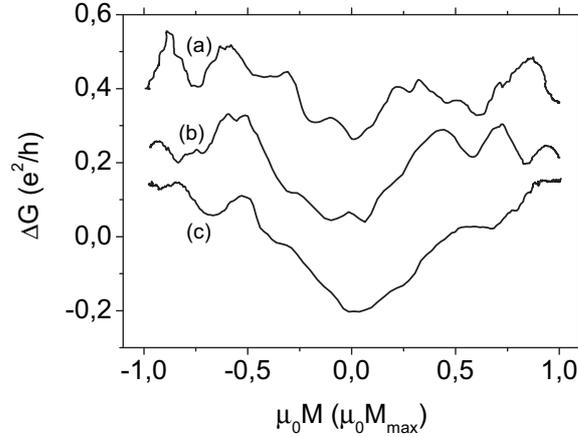


Abbildung 4.25: Leitwertfluktuationen $\Delta G = G_{QW}(B) - \langle G_{QW} \rangle$ für die Messungen aus Abb. 4.22 (b) (Gates geerdet), (c) (TG=-60mV, IPG=-130mV) sowie Abb. 4.20 rechts (Gates geerdet, anderer Cooldown). (a) ist um $0.4e^2/h$ verschoben, (b) um $0.2e^2/h$. Die Fluktuationen haben eine Amplitude $\sim 0.1e^2/h$.

universellen Leitwertfluktuation in einen $1.5\mu\text{m}$ breiten Kanal als Funktion eines inhomogenen Feldes in Form einer bipolaren magnetischen Barriere, dass allerdings im Gegensatz zur hier gezeigten Barriere senkrecht zur Transportrichtung variierte und über den ganzen Kanal ausgedehnt war. Interessant ist nun, dass in unserem Fall offenbar bereits ein Feld, dass lediglich über wenige 100nm von nennenswerter Stärke ist, vergleichbare Effekte hervorruft. In welcher Weise kann eine lokalisierte Barriere UCF induzieren? Wir verändern offenbar hier nicht den Mikrozustand des ganzen Drahtes, wie es in üblichen Experimenten durch homogene Felder oder Gatespannungen der Fall ist. Im Folgenden werden einige mögliche Mechanismen vorgeschlagen. Geht man wie oben erwähnt davon aus, dass die Barriere auch bei tiefen Temperaturen prinzipiell den Leitwert erniedrigt und dieser Effekt lediglich durch die UCF überdeckt wird, besteht folglich eine gewisse Reflexionswahrscheinlichkeit für einfallende Elektronen, die im übrigen auch durch theoretische Arbeiten nahegelegt wird [23]. Interpretiert man die Barriere somit als einzelnen repulsiven Streuer, so ähnelt die Situation einer theoretischen Arbeit von Cahay et al. [75], in der der Leitwert einer Probe mit vielen festen Streuzentren als Funktion der variablen Position eines einzelnen Streuer simuliert wurde, was zu Leitwertfluktuationen der Größenordnung e^2/h führte. Im vorliegenden Fall würde dann ebenfalls ein einzelner Streuer manipuliert, wobei aber nicht seine Position, sondern seine Stärke verändert wird.

Eine andere Möglichkeit ist in Abb. 4.26 gezeigt. Angenommen, die Barriere ist zwi-

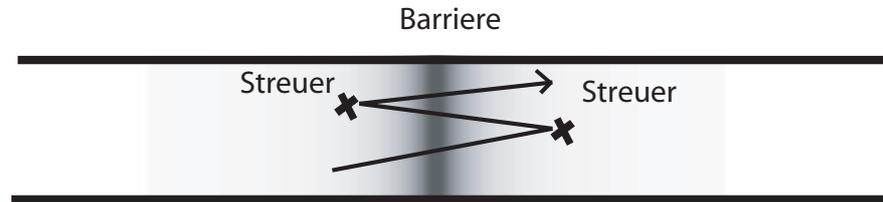


Abbildung 4.26: Veranschaulichung einer möglichen Auswirkung der magnetischen Barriere. Die Barriere ist hier zwischen zwei starken Streuern lokalisiert und verändert das Interferenzmuster der Elektronen beim Durchlaufen dieser Struktur abhängig von ihrer Stärke.

schen zwei starken Streuern lokalisiert, die einen Resonator formen. Elektronen erhalten nun beim Durchlaufen dieser Struktur eine von der Barrierrhöhe abhängige zusätzliche Phase, somit verändert die Barriere die durch diese Streuer erzeugten Interferenzen der elektronischen Wellenfunktion.

Magnetfelder verstärken das effektive Einschlusspotential des Quantendrahts (Abschnitt 2.4), wodurch sich Abstand und Energie der Drahtmoden erhöhen. Einen vergleichbaren Effekt sollte die magnetische Barriere lokal hervorrufen und somit in diesem Bereich die Energie der Drahtmoden relativ zu den Streuzentren verändern. Somit sind mehrere Szenarien denkbar, in denen die magnetische Barriere bei phasenkohärentem Transport zu Fluktuation des Leitwerts führen kann.

Bei den Kurven aus Abb. 4.25 ist der Leitwert um $\mu_0 M = 0$ erniedrigt, dies ist eine Gemeinsamkeit der meisten Messungen und erinnert damit an schwache Lokalisierung (WL), die unabhängig von der speziellen Konfiguration der Streuer immer eine Leitwerterniedrigung um $B=0$ erzeugt. Ein inhomogenes Feld sollte wie auch ein homogenes in der Lage sein, schwache Lokalisierung zu zerstören, da es ebenfalls die Zeitumkehrinvarianz bricht und somit identische Bahnen mit invertiertem Umlaufsinn, mit denen die kohärente Rückstreuung erklärt wird, keine identischen Wahrscheinlichkeitsamplituden mehr besitzen. Bei einem ~ 200 nm breiten und $4 \mu\text{m}$ langen Draht ist die Verwendung des Begriffs der schwachen Lokalisierung bereits problematisch, da wegen der geringen Anzahl an Streuern keine statistisch relevante Anzahl von Pfaden zur Verfügung steht. Dies gilt besonders im Falle der lokalisierten Barriere, die nur einen Teil dieses Drahtes abdeckt, so dass WL hier unwahrscheinlich ist. Kohärente Rückstreuung benötigt allerdings nicht viele mögliche Trajektorien, wie der Extremfall der Altshuler-Aronov-Spivak-(AAS)-Oszillationen (Abschnitt

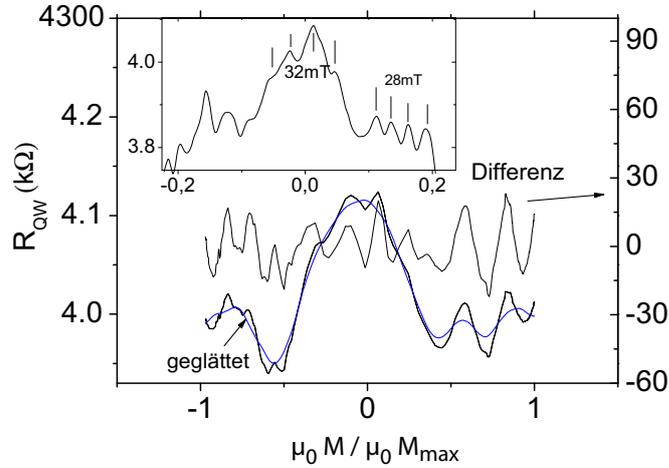


Abbildung 4.27: Messungen aus 4.22 sowie die Differenz dieser Messung und einer geglätteten Kurve (blau). Einsatz: entsprechende Messung im senkrechten Feld, die näherungsweise periodische Fluktuationen zeigt.

2.4) zeigt. Bei der vorliegenden Probe befinden wir uns vermutlich weder im einen noch im anderen Limit. Um zu überprüfen, ob durch wenige Streuer und die dadurch eingeschränkte Zahl an Trajektorien eventuell Anzeichen von AAS- oder AB-artigen Effekten auftreten, betrachten wir nochmals die Messungen aus Abbildung 4.22a. Zur Verdeutlichung der Modulationen auf dem zentralen Widerstandspeak ist in Abb. 4.27 die Differenz der Messung und einer geglätteten Kurve gezeigt. Es ergeben sich als Funktion der Magnetisierung Oszillationen mit einer mittleren Periode von etwa $0.18\mu_0 M_{max}$, entsprechend einer Änderung des magnetischen Flusses um $\Delta\Phi = W \int_{x_1}^{x_2} \Delta B_{f,z}(x) dx$, wobei $W \leq 200\text{nm}$ die Ausdehnung der eingeschlossenen Fläche senkrecht zum Draht und x_1 und x_2 die Grenzen dieser Fläche entlang des Drahtes bezeichnen, wenn vereinfacht eine rechteckige Fläche angenommen wird. Die Oszillationen der entsprechenden Messung im homogenen Feld sind ebenfalls nicht streng periodisch mit einem mittleren Abstand von $\Delta B \approx 30\text{mT}$. Dies entspricht einer AB-Fläche von $h/e\Delta B \sim 14 \cdot 10^{-14}\text{m}^2 = L \cdot W$. Für $W=200\text{nm}$ ist $L=700\text{nm} < L_{QW}$. Wenn dieselben Oszillationen auch von der Barriere erzeugt werden, muss also $x_1 + x_2 = L$ gelten. Für $x_1 = -L/2$, $x_2 = +L/2$ und $\mu_0 M_{max} = 1.1T$ ergibt die obige Integration $\Delta\Phi_{Barriere} = 0.75h/e$. Für $h/2e$ -periodische (AAS) Oszillationen ergibt sich entsprechend eine halb so große Fläche und $\Delta\Phi_{Barriere} = 1.08h/2e$. Die Übereinstimmung ist also für den AAS-Fall etwas besser. Diese Überlegungen stellen natürlich keinen Nachweis von AAS- oder AB-artigen Effekten dar, zeigen aber, dass ihr Auftreten mit der beobachteten mittleren Periode konsistent wäre.

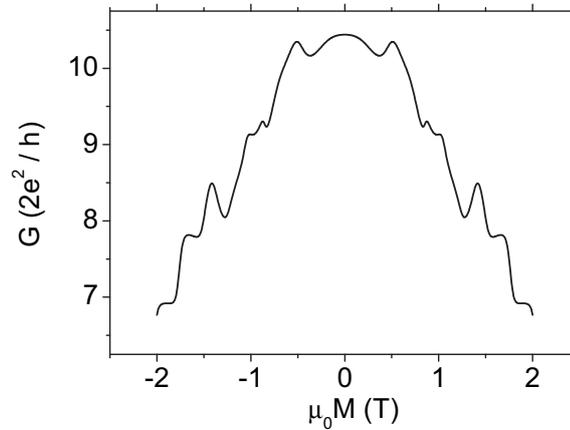


Abbildung 4.28: Numerische Berechnung des Leitwerts als Funktion der Magnetisierung für ein realistisches Potential.

Zusammenfassend stellen wir fest, dass die Fluktuationen als Funktion der Barrierehöhe als Phasenkohärenzeffekt interpretiert werden können und universellen Leitwertfluktuationen ähneln, wobei die vorliegenden Daten keine eindeutige Unterscheidung zwischen UCF oder AB-artigen Effekten zulassen.

Abb. 4.28 zeigt eine numerische quantenmechanische Berechnung des Leitwerts, die von Dr. Henqyi Xu für einen Draht mit 12 besetzten Moden mit der Methode der rekursiven Greensfunktionen bei $T=0\text{K}$ durchgeführt wurde. Das zugrunde liegende Potential wurde selbstkonsistent für eine realistische Verteilung der ionisierten Donatoren der Dotierschicht einer Heterostruktur berechnet, weshalb es einen realistischen Unordnungsgrad beinhaltet. Es ist näherungsweise kastenförmig mit einer Breite von $\sim 500\text{ nm}$, die Länge des Drahtes betrug 2100 nm . Diese Daten wurden uns freundlicherweise von M. Evaldsson und I. V. Zozoulenko (Linköping University, Schweden) zur Verfügung gestellt. Der Abstand des Films zum 2DEG betrug 65 nm , die Filmdicke 250 nm . Die Drahtparameter entsprechen zwar nicht denen des Experiment, ein qualitativer Vergleich sollte dennoch möglich sein. Der Leitwert ist symmetrisch als Funktionen der Magnetisierung des Films, dieses Verhalten wurde in den Experimenten zumindest qualitativ bestätigt (Abb. 4.18). Die fehlende quantitative Symmetrie der Messung könnte dadurch bedingt sein, dass ein realer Kobaltfilm nicht wie idealisiert angenommen bei allen äußeren Feldern völlig homogen magnetisiert ist und als Funktion des äußeren Feldes lediglich die Stärke der Magnetisierung variiert. Vielmehr können vor allem im Bereich des Koerzitivfeldes zusätzliche Streufelder aufgrund

von Domänenbildung auftreten. Der Leitwert der Simulation sinkt als Funktion der Barrierenhöhe, was wie oben erwähnt als lokale Depopulation der Drahtmoden gedeutet werden kann. Weiterhin tritt eine dem Experiment vergleichbare Anzahl von Fluktuationen des Leitwerts auf. Die deutliche Abnahme von G lies sich experimentell jedoch nicht beobachten, vermutlich eine Folge des größeren Modenabstands des engeren realen Drahtes. Ein weiter Unterschied ist das Maximum um $\mu_0 M = 0$, wogegen der reale Quantendraht hier ein Minimum in G aufweist. Es ist derzeit nicht klar, ob dies einen prinzipiellen Unterschied darstellt oder in der jeweiligen Konfiguration der Streuer und den Details der Probengeometrie begründet ist, hierfür sind Experimente an weiteren Drähten bzw. Rechnungen mit weiteren Potentialen nötig. Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass die Modellrechnung mit einem realistischen Drahtpotential Oszillationen des Leitwerts liefert, deren Anzahl vergleichbar denen des Experiments ist. Quantitative Vergleiche mit dem Experiment sind jedoch aufgrund der unterschiedlichen Drahtparameter nicht möglich. Derzeit wird untersucht, ob auf Grundlage solcher Simulationen in Zukunft ein besseres Verständnis des Effekts möglich ist, indem spezielle Konfigurationen mit wenigen starken Streuern, vergleichbar Abb. 4.26, implementiert werden.

Eine weitergehende Interpretation der Ergebnisse für die Barriere mit überlagertem homogenem Feld (Abb. 4.23) kann derzeit nicht gegeben werden. Die Anwesenheit der Barriere beeinflusst das Verhalten im senkrechten Feld offenbar wesentlich, wie anhand der deutlichen Unterschiede der Messungen für maximal positiv, maximal negativ und nicht magnetisierte Barriere ersichtlich ist. Im Gegensatz zu der im Vergleich sehr übersichtlichen Situation beim 2DEG, wo ein deutliches Minimum zu erklären war, lässt sich der Einfluss der Barriere hier nicht auf eine einzelne Struktur reduzieren. Speziell im Bereich kleiner Felder scheint die Barriere zu einer Verschiebung in B_{hz} um 0.27T zu führen. Die Identifizierung dieses Feldes mit dem maximalen Barrierenfeld könnte jedoch irreführend sein, da eine ideale Barrierenform hier wegen der Kantenform des Kobaltfilms eigentlich nicht angenommen werden kann. Die Symmetrie der Messungen bei invertiertem Vorzeichen der Barriere untermauert die oben geäußerte Vermutung, dass die quantitativen Abweichungen von dieser Symmetrie bei den Messungen im parallelen Feld auf ein nichtideales Magnetisierungsverhalten bei kleinen Feldern hinweist. Bei den Messungen mit überlagertem Feld war der Magnetisierungszustand des Films besser definiert, da immer ein starkes äußeres Feld von ± 8 T anlag. Hier sind sicherlich von sowohl von experimenteller Seite weitere Ergebnisse notwendig, etwa parametrische Abhängigkeiten von Gatespannungen, Barrierenhöhe oder Temperatur, als auch entsprechende Modellrechnungen, die für diese Situation unseres Wissen in der Literatur derzeit nicht existieren.

Für einen Vergleich mit publizierten theoretischen Arbeiten betrachten wir die Resultate von Xu et al. [23]. Hier werden für einen ballistischen Quantendraht mit einer einzelnen magnetischen Barriere Fano-Resonanzen vorhergesagt. Die verwendeten Parameter unterscheiden sich allerdings deutlich von denen des hier untersuchten Drahtes. So wurde ein sehr geringer energetischer Abstand der besetzten Moden angenommen, so dass die Barriere in der Lage war, diese Moden vollständig zu depopulieren, was bei unserem System nicht der Fall ist. Weiterhin wurde der Effekt für verschwindende Temperatur und ein Kastenpotential berechnet. Nichtsdestotrotz stellt sich die Frage, ob Aspekte dieser Arbeit, etwa die Ausbildung eines Zustand in der Barriere, nicht auch in unserem System Auswirkungen haben. Hier erweist sich das Auftreten der UCF jedoch als hinderlich, da es auf Grundlage der gezeigten Daten und mangels theoretischer Ergebnisse für identische Probenparameter nicht möglich war, die UCF von eventuellen weiteren Strukturen im Leitwert zu trennen.

4.4 Magnetische Barrieren in zweidimensionalen Lochgasen

Lochgasen

Der folgende Abschnitt beschreibt erste Ergebnisse zum Einfluss magnetischer Barrieren auf die Transporteigenschaften zweidimensionaler Lochgase. Vergleichbare Untersuchungen sind aus der Literatur bislang nicht bekannt. Es werden Experimente analog zu Abschnitt 4.1 durchgeführt, d.h. wir stimmen die Höhe der magnetischen Barriere durch ein äußeres, paralleles Magnetfeld ab. Die Barriere wurde hier durch einen 250nm dicken Kobalt-Film erzeugt, ein durch eine Schattenmaske aufgedampftes Chrom-Top-Gate schützt das Cobalt vor Oxidation. Zudem wurde eine weitere Probe ohne Barriere zur Charakterisierung des Lochgases vermessen. Die Herstellung dieser Proben war Gegenstand der Diplomarbeit von Marcus Friedrich.

4.4.1 Messungen

Die Proben basieren auf Heterostruktur 3, das Lochgas befindet sich 45nm unter der Oberfläche. Abb. 4.29a zeigt zunächst Messungen der Probe ohne Barriere bei 2.5K

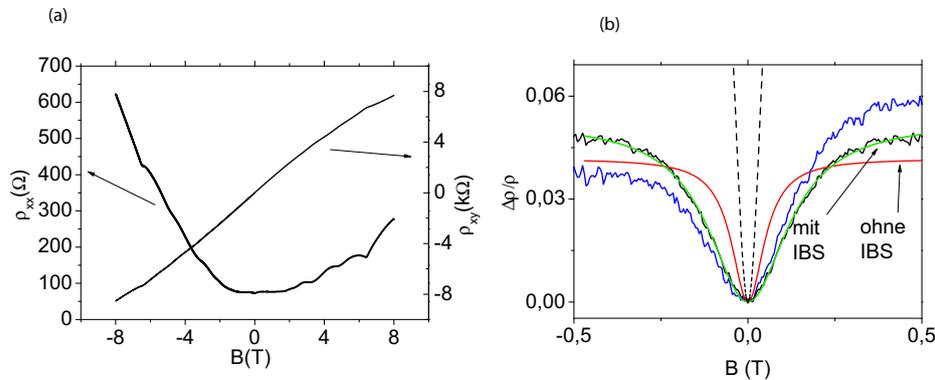


Abbildung 4.29: (a) 2DHG ohne Barriere im senkrechten Feld. (b) PMR bei kleinen Feldern. blau: Messdaten, schwarz: Symmetrisierte Daten. Für die Fits im 2-Band-Modell an die symmetrisierten Daten werden die Partialdichten sowie $\rho(B=0)$ als bekannt vorausgesetzt. rot: ohne Berücksichtigung von Inter-Band-Streuung (IBS). grün: mit IBS. Die gestrichelte Linie zeigt $\Delta\rho/\rho$ wenn die Mobilitäten aus $\sqrt{\mu_1/\mu_2} = m_2/m_1$ bestimmt werden, $\Delta\rho/\rho$ erreicht hier Werte > 0.2 .

im senkrechten Feld. Die aus dem Hall-Effekt bei kleinen Feldern folgende Gesamtdichte ist $n_{ges} = 5.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, aus dem spezifischen Widerstand bei $B = 0 \text{ T}$ erhält

man eine Mobilität von $\mu = (\rho_{xx}n_{ges}e)^{-1} = 16.8 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, die eine mittlere Gesamtmobilität beider Bänder darstellt. Das Abflachen der Hall-Steigung bei hohen Feldern sowie der starke asymmetrische, nicht sättigende positive Magnetowiderstand in ρ_{xx} können derzeit nicht erklärt werden. Die Annahme, dass aus der Hall-Steigung die Gesamtdichte bestimmt wird, ist im Rahmen des Modells zweier unabhängiger Bänder eine sehr gute Näherung im Bereich der vorliegenden Dichten und Mobilitäten, wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt wurde.

Shubnikov-de Hass-Oszillationen und Andeutungen des Quanten-Hall-Effekts sind hier nur bei hohen Feldern sichtbar. Dies ist auf die hohen effektiven Massen im Lochgas zurückzuführen, die einen geringeren energetischen Abstand der Landau-Niveaus bei gleichen Magnetfeld zur Folge haben ($\Delta E = \hbar \frac{eB}{m^*}$, Abschnitt 2.3). Das Fehlen einer ausreichenden Anzahl von SdH - Oszillationen bei kleinen Feldern bedeutet aber, dass die Ladungsträgerdichten der beiden besetzten Bänder nicht direkt bestimmt werden können [37], [76]. Ebenso entfällt die Möglichkeit, die effektive Masse des Bandes mit der höheren Mobilität aus temperaturabhängigen SdH - Oszillationen zu erhalten. Es ist zu erwarten, dass diese Oszillationen bei erst bei wesentlich geringeren Temperaturen beobachtbar werden. Um zumindest näherungsweise Werte für unsere Probe zu erhalten, betrachten wir aus der Literatur bekannte Ergebnisse. Grbic et al. [37] erhalten für ein Lochgas mit $n_{ges} = 3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ $\Delta n/n_{ges} = 0.33$, wobei $\Delta n = n_{HH} - n_{LH}$ bezeichnet, und finden, dass diese Asymmetrie im Bereich $n_{ges} = 2 - 3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ ansteigt. Stormer et al. [76] hingegen finden für $n_{ges} = 5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ $\Delta n/n_{ges} = 0.2$, also für höhere Dichten wieder eine geringere Asymmetrie, in Übereinstimmung mit Lu et al. [77]. Da bei Stormer et. al die Dichte nahe an der unserer Proben liegt, verwenden wir die dort angegebenen Dichteverhältnisse sowie die effektiven Massen $m_{LH} = 0.38m_e$ und $m_{HH} = 0.6m_e$. Damit finden wir $n_{HH} = 3.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $n_{LH} = 2.0 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Die Zustandsdichte ist im Band mit der größeren Masse höher, deshalb ist dies das Band mit der höheren Dichte. Verwenden wir jetzt nach [37] $m_1/m_2 = \sqrt{\mu_2/\mu_1}$ zusammen mit der Bedingung

$$n_1\mu_1e + n_2\mu_2e = 1/\rho_{xx}(0) \quad (4.4.1)$$

folgt für die Mobilitäten bei dieser Probe bei 2.5K $\mu_{HH} = 10.6 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, $\mu_{LH} = 26.4$.

Der schwache positive Magnetowiderstand nahe $B=0$ (Abb. 4.29) wird bei zwei besetzten Bändern erwartet (Abschnitt 2.2.1). Die erhaltenen Dichten und Mobilitäten ergeben für $\Delta\rho = (\rho_{xx}(B) - \rho_{xx}(0))/\rho_{xx}(0)$ in diesem Modell allerdings einen wesentlich stärkeren PMR als experimentell beobachtet. Setzen wir nur die obigen Dichten sowie den gemessenen Widerstand bei $B = 0 \text{ T}$ als gegeben voraus, verbleibt eine der Mobilitäten als freier Parameter, es ergibt sich $\mu_{HH} = 14 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, $\mu_{LH} = 21.2 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, was die Messung wesentlich besser, aber noch nicht befriedigend beschreibt. Gemäß

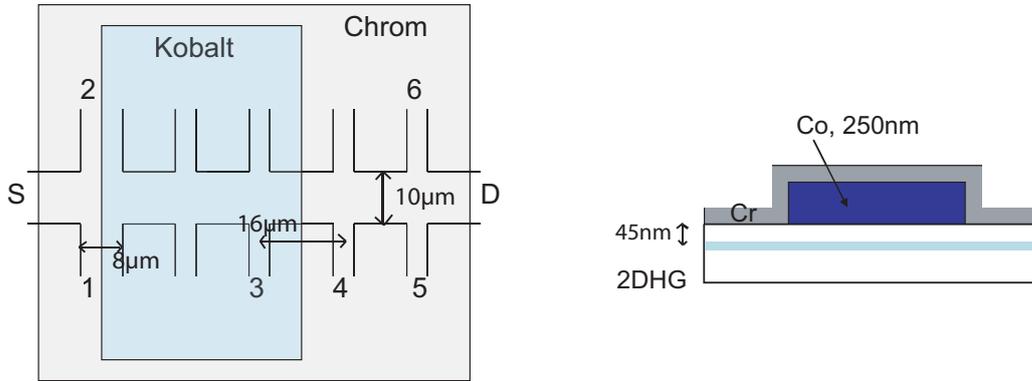


Abbildung 4.30: 2DHG mit magnetischer Barriere. Die Magnetisierung wird aus dem Hall-Widerstand $R_{xy} = R_{12}$ bestimmt, $R_{xx} = R_{34}$ misst den longitudinalen Barrierenwiderstand.

[78] kann bei unseren Temperaturen bereits Interband-Streuung wesentlich sein. Dies kann durch einen weiteren Parameter r , s. Gleichung (2.2.15), berücksichtigt werden [35]. Wir erhalten für $r=0.42$ eine gute Übereinstimmung (allerdings mit einem freien Parameter mehr), und

$$\mu_{HH} = 14.8 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1} \quad \mu_{LH} = 19.9 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$$

Diese Werte unterscheiden sich nicht wesentlich von denen beim Fit ohne Interbandstreuung, wir nehmen sie im folgenden als näherungsweise für diese Probe gültig an. Es bleibt jedoch festzuhalten, dass eine akkurate Bestimmung dieser Parameter Messungen bei wesentlich tieferen Temperaturen benötigt, die im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich waren.

Der Leitfähigkeit des 2DHGs erweist sich als wesentlich stärker temperaturabhängig als diejenige der bisher betrachteten Elektronengase, sie verringerte sich bei einer Temperaturerhöhung von 2K auf 16K bereits um mehr als einen Faktor 4.

Im Folgenden diskutieren wir die Ergebnisse der Probe mit magnetischer Barriere. Abb. 4.30 zeigt das Probenlayout und die Bezeichnung der Kontakte. Bei dieser Probe trat das Problem auf, dass das Top-Gate nicht ausreichend vom 2DHG isoliert war, so dass bei geerdetem Top-Gate ein nennenswerter Anteil des Stroms über das Gate abfließt (24% bei $T=2\text{K}$). Mangelnde Gatebarkeit ist ein bei Lochgasen häufiger auftretendes Problem und soll zukünftig durch eine dünne Isolatorschicht (SiO_2 oder Al_2O_3) zwischen Heterostruktur und Metallfilm vermieden werden. Die Messungen wurden daher bei offenem Gate-Kontakt durchgeführt. Im senkrechten Feld ergab sich außerhalb der Barriere aus der Hall-Steigung eine Dichte von $n_{ges} = 5.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$

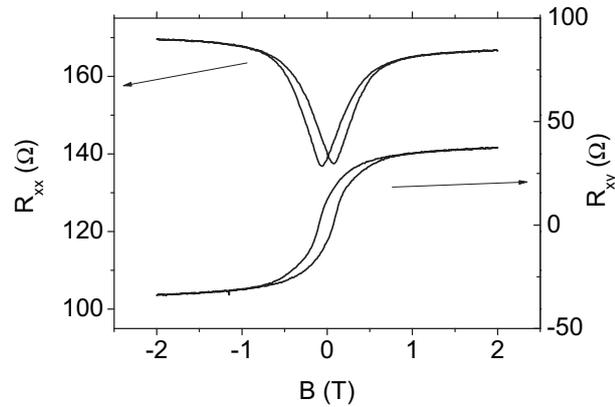


Abbildung 4.31: Der longitudinale Widerstands R_{xx} über die Barriere sowie der durch die Barriere erzeugte Hall-Widerstand R_{xy} unter der anderen Kante des Films im parallelen Feld bei 2.3K. Der Barrierenwiderstand verhält sich qualitativ ähnlich wie der eines 2DEGs. Die maximale Magnetisierung des Kobalt-Films beträgt hier 1.75T.

und eine Mobilität von $\mu = 13.2 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ bei 2.3K.

Diese Ergebnisse sind vergleichbar mit denen der oben besprochenen Probe ohne Barriere, somit können wir davon ausgehen, dass zumindest bei dieser Temperatur das schlecht vom 2DHG isolierte Top-Gate die Ergebnisse nicht wesentlich beeinflusst. Unter den selben Annahmen wie oben gilt hier $n_{LH} = 2.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $n_{HH} = 3.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Der PMR bei kleinen B-Feldern war hier nicht zu beobachten. Unter der Annahme, dass das Verhältnis der Mobilitäten dem obigen entspricht, ist $\mu_{LH} = 15.6 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $\mu_{HH} = 11.6 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Abb. 4.31 zeigt den longitudinalen Widerstand über die Barriere sowie den durch die andere Kante des Films hervorgerufenen Hall-Widerstand R_{xy} zur Bestimmung der Barrierenhöhe im parallelen Feldes bei $T = 2.2 \text{ K}$. R_{xy} hat einen kleinen ($\sim 2\Omega$) symmetrischen Anteil, vermutlich eine Beimischung einer longitudinalen Widerstandskomponente. Der Hallwiderstand scheint auch bei $B_x = 2 \text{ T}$ nicht zu sättigen, was aber durch eine senkrechte Feldkomponente durch eine leichte Fehlorientierung von 0.1° erklärt werden kann. Aus der dahingehend korrigierten Kurve ergibt sich ein Koerzitivfeld von 85mT und eine maximale Magnetisierung von $\mu_0 M = 1.75 \text{ T}$, resultierend in eine maximale Barrierenhöhe von 0.52 T (ohne die genannte Korrektur läge die maximale Magnetisierung oberhalb der maximalen Sättigungsmagnetisierung für Kobalt). Der reversible Anteil der Magnetisierungskurve beginnt bei etwa 1T. Diese Werte unterscheiden sich merklich von denen des Kobalt-Filmes in Abschnitt 4.3, wobei in beiden Fällen die Kanten der Filme wegen der hohen Temperaturen bei der Kobalt-Deposition nicht ideal und daher nicht gut vergleichbar sind. Weiterhin

wurden beim Aufdampfen einige Pausen von mehreren Minuten eingelegt, um den Probenhalter etwas abkühlen zu lassen, sicherlich waren diese nicht in beiden Fällen identisch.

Der durch die Barriere induzierte longitudinale Widerstand R_{xx} steigt mit zunehmender Magnetisierung an, das qualitative Verhalten entspricht damit dem bereits von Elektronengasen bekannten. R_{xx} ist etwas asymmetrisch, was höchstwahrscheinlich daran liegt, dass die Spannungskontakte recht nahe bei der Barriere liegen (die innere Kante ist $6\ \mu\text{m}$ vom Maximum entfernt). Eine Messung des longitudinalen Widerstand R_{45} außerhalb der Barriere im parallelen Feld zeigte auch tatsächlich noch ein schwach hysteretisches Verhalten. Die maximale Widerstandszunahme ΔR_{xx} aufgrund der Barriere beträgt $33\ \Omega$. R_{xx} im Minimum entspricht dem Mittelwert der gemessenen Werte unterhalb und außerhalb des Kobalt-Film, wobei der Widerstand unter dem Film etwa 12% geringer war. Die Barriere ist bei maximaler Magnetisierung ballistisch geschlossen, dieser Bereich beginnt für die Ladungsträger des LH-Bands bei $\mu_0 M = 1.21\ \text{T}$, für die des HH-Bands bei $\mu_0 M = 1.47\ \text{T}$.

Die Temperaturabhängigkeit des Barrierenwiderstands ist in Abb. 4.32a gezeigt. Wie bereits bei der Probe ohne Barriere beobachtet, steigt der Widerstand des 2DHGs stark mit der Temperatur an. $\Delta R_{xx} = R_{max} - R_{min}$ hingegen fällt mit der Temperatur, bis bereits bei 48K keinerlei Barriereneffekt mehr zu beobachten ist. Der Unterschied zwischen 5K und 2.3K liegt noch im Bereich der Schwankungen zwischen verschiedenen Messungen an dieser Probe, eine weitere Messung bei 2.3K ergab sogar einen etwas geringeren Barriereneffekt als bei 5K.

Die Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung offenbarte bei dieser Probe zwei Schwierigkeiten. In Abb. 4.32 (b) fällt zunächst ein deutlicher Offset in den R_{xy} -Kurven auf, der wahrscheinlich durch die bereits erwähnte xx-Beimischung zustandekommt. Diese bei tiefen Temperaturen kleine Störung wird wegen der starken Temperaturabhängigkeit von ρ_{xx} zunehmend dominant, lässt sich aber von der durch die Barriere hervorgerufenen Hall-Spannung trennen. Weiterhin fällt auf, dass die Amplitude der Magnetisierung mit steigender Temperatur stark abzunehmen scheint, ein Effekt, der für Kobalt in diesem Temperaturbereich nicht erwartet wird und auch im Widerspruch zu den Resultaten des Kobalt-Films aus Abschnitt 4.3 steht, bei dem keine Abnahme der Sättigungsmagnetisierung bei 24K im Vergleich zu 2K gefunden wurde. Eine Möglichkeit zur Erklärung dieses unerwarteten Ergebnisses ist, dass das bei steigender Temperatur der Widerstand zwischen 2DHG und Top-Gate weiter abnimmt, und der Strom teilweise über das Top-Gate von Source nach Drain fließt. Der mit der Temperatur ansteigende Widerstand des 2DHGs trägt zusätzlich dazu bei, dass ein eventueller paralleler Kanal über das Gate bei höheren Temperaturen zunehmend wichtig wird. Bei 2K scheint dieser Effekt dagegen noch keine Rolle zu

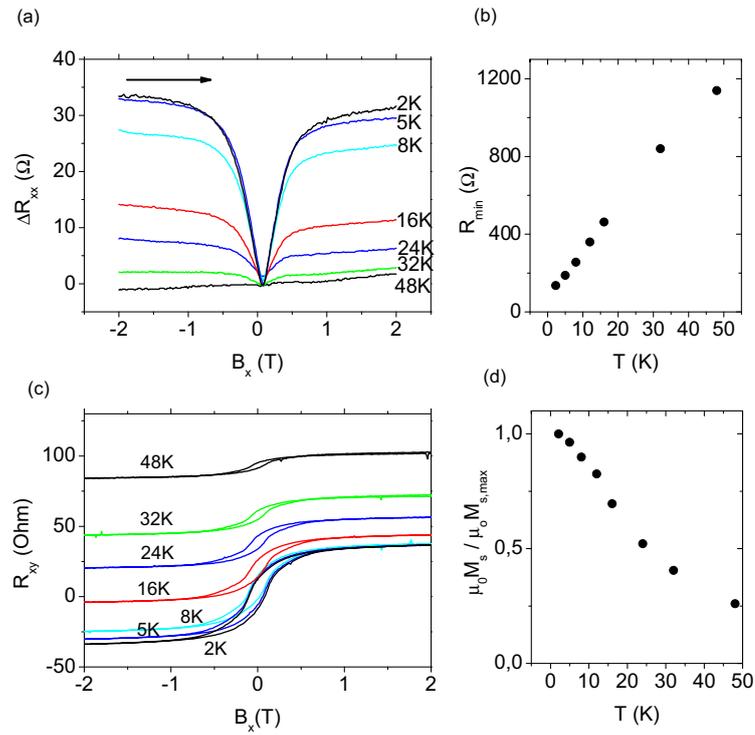


Abbildung 4.32: (a) Temperaturabhängigkeit der Widerstandsänderung ΔR_{xx} aufgrund der Barriere. Bei 48K wird die Barriere irrelevant. (b) Entwicklung des Widerstandsminimums. (c) Magnetisierungsmessung. Mit zunehmender Temperatur beobachtet man einen stärker werdenden Offset der Kurven, der vermutlich auf eine xx-Beimischung zurückzuführen ist. Die Amplitude der Hysteresekurve nimmt bei steigender Temperatur deutlich ab. (d) Aus (c) folgende Entwicklung der maximalen Magnetisierung des Films. Wir gehen davon aus, dass diese Abnahme nicht realistisch ist und das Messergebnis stattdessen durch einen Hall-Faktor < 1 sowie die mangelnde Gate-Isolierung zustandekommt.

spielen, da die erhaltene Magnetisierung hier bereits nahe an der maximal möglichen Sättigungsmagnetisierung von Kobalt liegt. Messen wir den Source-Drain-Strom bei geerdetem Gate, finden wir tatsächlich eine Abnahme von 76% des Gesamtstroms bei 2K auf 44% bei 48K. Zusätzlich zu diesem bei zukünftigen Proben prinzipiell vermeidbaren Problems kann aber auch ein physikalisch interessanterer Effekt für die scheinbare Abnahme der Magnetisierung verantwortlich sein: Bisher wurde angenommen, dass der Hall-Effekt durch das mittlere Feld im Kontakt gegeben ist, wobei der Hall-Faktor (Abschnitt 4.1) $\alpha = 1$ gesetzt wurde, was aber für diffusive Proben nicht mehr korrekt ist. Der Lochtransport durch die Barriere muss nun offenbar bereits bei tieferen Temperaturen als im Falle der Elektronen als diffusiv angesehen werden, wie auch durch das völlige Verschwinden des Barriereneffekts bei 48K und den starken Widerstandsanstieg mit der Temperatur nahe gelegt wird. Somit muss hier von $\alpha < 1$ ausgegangen werden, und die Magnetisierung lässt sich für nicht in der bisherigen Weise bestimmen.

4.4.2 Interpretation

Die obigen Resultate zeigten, dass zweidimensionale Lochgase in qualitativ ähnlicher Weise auf magnetische Barrieren reagieren wie 2DEGs. Im Folgenden wird untersucht, ob sich die beobachtete Widerstandszunahme quantitativ ebenfalls im semiklassischen Bild verstehen lässt. Wir verwenden wie in Abschnitt 4.2 den Landauer-Büttiker-Multiterminal-Formalismus. Die beiden besetzten Bänder werden als nichtwechselwirkende, parallele Kanäle angesehen. Wir bestimmen also zunächst für beide Bänder separat die Leitfähigkeiten von Kontakt j nach Kontakt i , $G_{ij} = 2\frac{e^2}{h}T_{ij}M_j$, mit der zur jeweiligen Fermi-Wellenlänge gehörenden Modenanzahl $M_j = 2W_j/\lambda_F$, und addieren diese dann, bevor die Widerstände durch Invertieren der Leitfähigkeitsmatrix (2.2.27) berechnet werden. Bei den zur Verfügung stehenden Temperaturen war eine Bestimmung der Quantenstreuzeit wegen der fehlenden SdH-Oszillationen bei niedrigen Feldern aus dem Experiment nicht möglich. Stattdessen nehmen wir ein Verhältnis von $\tau_D/\tau_q = 10$ an, was zumindest ein für Elektronengase moderater Mobilität typischer Wert ist. Aus den oben bestimmten Mobilitäten folgt $\tau_{LH} = 33.8$ ps, $\tau_{HH} = 39.1$ ps. Die Breite der Streuwinkelverteilungen der Simulation war $\sigma = 0.148\pi$ (HH) bzw. $\sigma = 0.152\pi$ (LH). Die Simulation benötigt weiterhin die Fermi-Geschwindigkeiten, die aus $v_F = \frac{\hbar\sqrt{2\pi n}}{m^*}$ berechnet wurden, was allerdings eine konstante Zustandsdichte $D(E) = m^*/\pi\hbar^2$ voraussetzt, d.h. eine nicht von der Fermi-Energie abhängige effektive Masse, und somit hier nur näherungsweise gültig ist. Abb. 4.33 zeigt, dass das simulierte ΔR in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnissen

steht. Wir stellen hier die Änderung ΔR des Barrierenwiderstands da, da den Simu-

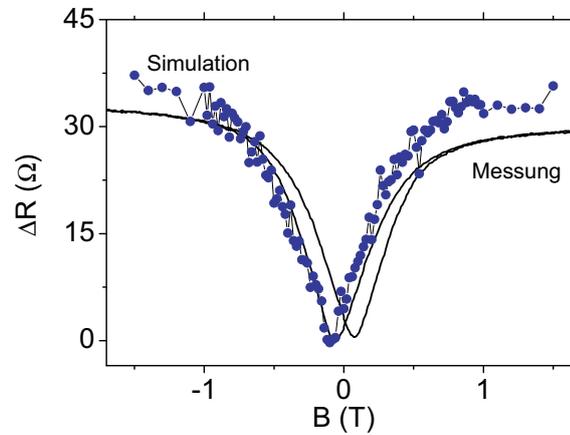


Abbildung 4.33: Durchgezogene Linie: Experimenteller Barrierenwiderstand im 2DHG. Symbole: Simulation im Landauer-Büttiker-Formalismus unter Berücksichtigung von Streuung und Randtransmission.

lationsparametern der außerhalb der Kobalt-Films gemessene Widerstand zugrunde liegt, der Widerstand im Minimum der Messung aber durch den erwähnten geringeren Widerstand unter dem Kobalt-Film etwas tiefer liegt ($\sim 7\%$). Es lässt sich also feststellen, dass das klassische Modell mit Streuung und Randtransmission auch im Falle der Lochgase zur Erklärung der experimentellen Resultate in der Lage ist. Da die Parameter des Lochgases für die Simulationen jedoch lediglich auf plausiblen Abschätzungen beruhen, erscheint eine Diskussion der Frage, ob spezifische Eigenschaften der Lochgase wie etwa die stärkere Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander für einen quantitativen Vergleich notwendig sind, auf Basis der vorliegenden Daten als nicht sinnvoll. Hierfür sind Tieftemperaturmessungen nötig, bei denen die Probenparameter direkt experimentell bestimmt werden.

Kapitel 5

Schlussfolgerungen und Ausblick

Es konnte gezeigt werden, dass das Transportverhalten zweidimensionaler Elektrogase durch starke, ballistisch undurchsichtige magnetische Barrieren vollständig zu verstehen ist, wenn sowohl Transmission am Probenrand als auch Transmission durch Streuung im Bereich der Barriere berücksichtigt wird. Durch semiklassische Simulationen auf Grundlage des Landauer-Büttiker-Formalismus, die die Experimente quantitativ beschreiben, lässt sich zudem die relative Wichtigkeit der beiden Mechanismen für gegebene Probenparameter bestimmen. Weiterhin wurde gezeigt, dass thermische Verschmierung bei 2K den Barrierenwiderstand nicht beeinflusst. Ein der Barriere überlagertes, homogenes Feldes führte zu einem bislang nicht bekannten, asymmetrischen Minimum im Widerstand als Funktion des homogenen Feldes, wenn dieses der Barriere entgegengerichtet ist. Ein anschauliches Verständnis erweist sich als wesentlich komplexer als bei der einfachen Transmission durch die Barriere. Mit Hilfe von Simulationen im Kubo-Formalismus konnte dieses Minimum als positiver Magnetowiderstand (PMR) um verschwindendes mittleres Feld in der aktiven Barrierenregion interpretiert werden, der durch erhöhte Diffusion entlang der Barriere, hervorgerufen von Elektronen in Snake Orbits, erzeugt wird. Dadurch lässt sich eine Verbindung mit dem aus der Literatur bekannten PMR um $B=0$ bei Proben mit periodisch moduliertem Magnetfeld, dessen Mittelwert verschwindet, herstellen. Die Periodizität ist somit keine Voraussetzung für das Auftreten des PMR in diesen Systemen. Durch semiklassische Simulationen, die sowohl die reale Probengeometrie als auch Streuung berücksichtigen, lassen sich alle klassischen Aspekte dieser Messungen quantitativ reproduzieren. Für andere Probenabmessungen und größere Streuzeiten wurden in

dem Simulationen zudem klassische Oszillationen des Widerstands vorhergesagt, deren experimenteller Nachweis in nächster Zeit durchgeführt werden soll. Aufgrund der erhaltenen Resultate kann festgestellt werden, dass für ein Verständnis der Effekte magnetischer Barrieren mit einer Höhe $< 0.6\text{T}$ auf 2DEGs klassische Überlegungen ausreichend sind, mit der Ausnahme der beobachteten Modifikationen der Shubnikov-de Hass-Oszillationen im homogenen Feld, dem die Barriere überlagert war. Mit dem 4-Punkt-Landauer-Büttiker Formalismus unter Berücksichtigung einer realistischen Verteilung der Streueignisse steht eine Methode zur Verfügung, die die Experimente quantitativ ohne Verwendung freier Parameter beschreibt. Auf Grundlage dieses Formalismus sollte es auch möglich sein, die Frage nach dem Hall-Faktor für das Regime zwischen den Extremfällen vollständig ballistischem und diffusivem Transport zu behandeln, die bislang in der Literatur nicht untersucht wurde. Dies zusammen mit den entsprechenden Experimenten sowie der Nachweis der erwähnten klassischen Oszillationen sind die nächsten Anknüpfungspunkte an die vorliegende Arbeit bei der Untersuchung des Transports durch magnetische Barrieren in 2DEGs. Die Charakterisierung der Magnetisierung der Dysprosium-Filme mittels Hall-Magnetometrie zeigte zudem, dass der Literaturwert der Sättigungsmagnetisierung bei thermisch im Hochvakuum aufgedampften Filmen nicht erreicht wird. Eine Optimierung dieses Prozesses durch das Aufbringen dieser Filme im Ultrahochvakuum unter Verwendung von Schattenmasken anstelle der Photolithographie zur Vermeidung der Kontamination des Dysprosium ist derzeit in Arbeit und könnte den erreichbaren Feldstärkebereich der Barrieren nochmals deutlich ausweiten.

In dieser Arbeit wurden erstmals magnetische Barrieren auf Quantendrähten realisiert. Die Drähte wurden mit dem Rasterkraftmikroskop durch lokale Oxidation hergestellt. Die Untersuchungen machten deutlich, dass zum Verständnis der beobachteten Phänomene klassische Betrachtungen im Gegensatz zur Situation bei ausgedehnten 2DEGs nicht ausreichen. Während bei höheren Temperaturen von $\sim 20\text{K}$ ein qualitativ ähnliches Verhalten wie beim 2DEG, ein Anstieg des Widerstand mit der Barrierenhöhe, gefunden wurde, ruft die Barriere bei einer Temperatur von 2K ausgeprägte, reproduzierbare Oszillationen im Widerstand hervor, die als universelle Leitwertfluktuationen (UCF) gedeutet wurden. Das wird durch die Beobachtung unterstützt, dass sich das genaue Aussehen dieser Oszillationen bei verschiedenen Abkühlzyklen unterscheidet. Zur einer detaillierten Untersuchung der interessanten Beobachtung, dass UCF auch durch lokalisierte Felder hervorgerufen werden, sollen in Zukunft einerseits Messungen bei tieferen Temperaturen als den hier zur Verfügung

gestandenen 2K durchgeführt werden, da Phasenkohärenzeffekte dann nochmals wesentlich stärker hervortreten. Weiterhin können die Effekte homogener und inhomogener, lokalisierter Felder verglichen werden, wenn identische Quantendrähte mit und ohne Barriere untersucht werden. Aufgrund der probenspezifischen Konfiguration der Streuer in nominell identischen Drähten sind hier jedoch möglicherweise jeweils mehrere Proben notwendig, um zweifelsfreie Aussagen zu machen. Die Barriere wurden mithilfe eines Kobalt-Films erzeugt. Durch Verwenden von Dysprosium-Filmen und der erwähnten Verbesserung der Deposition könnte die Barrierenstärke nochmals deutlich erhöht werden, wodurch auch die Anzahl der beobachteten Oszillationen zunehmen sollte und somit eine weitergehende Analyse, etwa die Bestimmung eines Korrelationsfeldes, möglich wird. Stärkere Barrieren sollten zudem eine lokale Depopulation der Drahtmoden und damit eine bessere Vergleichbarkeit mit existierenden Simulationsrechnungen ermöglichen

Das Auftreten der UCF erweist sich als hinderlich, wenn nach Signaturen von theoretisch vorhergesagten Effekten wie Fano-Resonanzen [23] oder Spin-Polarisation [24],[79] gesucht wird. Die gezeigten Experimente machen deutlich, dass zu diesem Zweck kürzere, ballistische Drähte untersucht werden müssen. Mit der demonstrierten Methode der AFM-Lithographie stellt die Herstellung solcher Drähte kein Problem dar. Die experimentelle Schwierigkeit ist vielmehr das Platzieren des ferromagnetischen Films in der Mitte des Drahtes, mit den in dieser Arbeit verwendeten optischen Methoden ist ein zuverlässiges Alignment auf Drähten von $500\text{ nm} - 1\text{ }\mu\text{m}$ Länge nicht möglich. Mit Hilfe der Elektronenstrahlithographie, die in absehbarer Zeit in dieser Arbeitsgruppe zur Verfügung stehen wird, sollte dies jedoch möglich sein.

Während wir davon ausgehen, dass die wesentlichen Aspekte des semiklassischen Transports durch einzelne magnetische Barrieren in weiten 2DEGs nun größtenteils verstanden sind, steht die Untersuchung von magnetischen Barrieren auf Quantendrähten experimentell noch am Anfang. Aufbauend auf den gezeigten Resultaten mit den genannten Verbesserungen sind zukünftig weitere interessante Ergebnisse zu erwarten, wobei durch die Abstimmbbarkeit eines Quantendrahts durch Top- und In-Plane-Gates ein großer Parameterraum zur Verfügung steht. Mit den in dieser Arbeit etablierten Prozessen bietet sich noch eine weitere Modifikationen des Probenaufbaus an. Es wurden magnetische Barrieren aus Dysprosium und Kobalt demonstriert. Eine Kombination dieser beiden Materialien ermöglicht etwa zwei Barrieren in Serie, die aufgrund der um eine Größenordnung verschiedenen Koerzitivfelder (Dy 0.9T, Co 60mT) durch das äußere Feld sowohl in dieselbe als auch in unterschiedliche Richtungen orientiert werden können. Auf eine solche Konfiguration könnte ein potentieller Nachweis spinabhängiger Effekte beim Transport durch die Barriere aufbauen.

Es wurde erstmals untersucht, in welcher Weise magnetische Barrieren den Widerstand eines zweidimensionalen Lochgases beeinflussen. Das Verhalten entspricht bei 2K qualitativ dem eines 2DEGs, semiklassische Simulationen ergeben auch hier einen Barrierenwiderstand, der dem gemessenen vergleichbar ist. Das 2DHG zeigt eine wesentlich ausgeprägtere Temperaturabhängigkeit als die untersuchten Elektronengase. Es wurden Anhaltspunkte dafür gefunden, dass der Hall-Faktor bereits bei Temperaturen unterhalb von 50K stark von 1 abweicht. Dies könnte in zukünftigen Experimenten durch vergleichende Messungen zwischen im selben Aufdampfschritt hergestellten Kobalt- (oder Dysprosium-) Filmen auf Elektronen- und Lochgasen überprüft werden. Die Experimente zeigten deutlich, dass zu einer genaueren Untersuchung der Barrieren auf Lochgasen wesentlich tiefere Temperaturen als die im Rahmen der hier möglich gewesenen 2K notwendig sind, da wichtige Probenparameter sonst nicht direkt aus dem Experiment erhalten werden können. Weiterhin soll der Probenaufbau zukünftig durch eine zusätzliche nichtleitende Schicht auf der Heterostruktur ergänzt werden, um die beschriebenen Schwierigkeiten durch die mangelnde Isolation des 2DHGs von Barriere/Top-Gate zu vermeiden. Lochgase lassen sich in gleicher Weise wie Elektronengase durch lokale anodische Oxidation mit dem Rasterkraftmikroskop strukturieren [80], so dass auf die erfolgreiche Demonstration des Barriereneffektes in 2DHGs nun im nächsten Schritt mithilfe der in dieser Arbeit etablierten Methoden die Untersuchung magnetischer Barrieren auf Quantendrähten oder anderen lateralen Nanostrukturen in diesem System erfolgen kann.

Anhang A

Ergänzungen

Dieser Abschnitt enthält einige ergänzende Messungen.

Abb. A.1 zeigt ρ_{xx} und ρ_{xy} im senkrechten Feld für die Heterostrukturen 1 und 2 bei $T=2\text{K}$, beide Proben hatten jeweils ein geerdetes Chrom-Gate (die Schichtfolgen dieser Heterostrukturen sind in Abschnitt 3.1 gezeigt). Es ergeben sich die erwarteten Plateaus, der longitudinale Widerstand verschwindet in den SdH-Minima ab Füllfaktor 4 bzw. 6. Die Dichten und Mobilitäten ergeben sich aus diesen Messungen zu $2.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $27 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ bzw. $n_{2D} = 3.1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 59 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$.

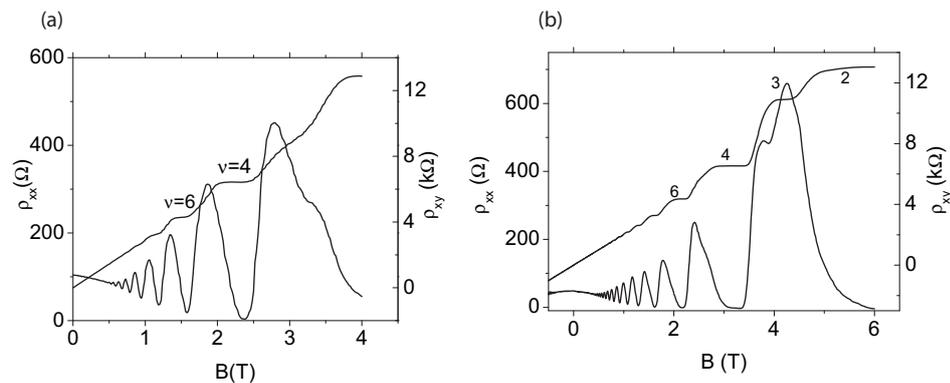


Abbildung A.1: Messungen unstrukturierter Proben mit Chrom-Gate im senkrechten Feld bei $T=2\text{K}$. (a) Heterostruktur 1, (b) Heterostruktur 2. Die Zahlen an einigen der Quanten-Hall-Plateaus geben den jeweiligen Füllfaktor an.

Abb. A.2 zeigt Messungen an zwei weiteren Proben mit Dysprosium-Barrieren im parallelen Feld, wie in Abschnitt 4.1 behandelt. Die Filmdicken betragen hier 400nm

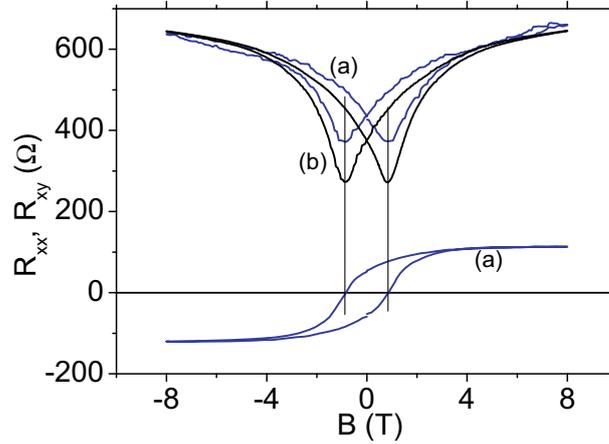


Abbildung A.2: Barrierenwiderstand und Hall-Widerstand unter der Filmkante im parallelen Feld bei dickeren Dysprosium-Filmen. (a) 400nm (b) 450nm (ohne Hall-Messung).

bzw. 450nm, somit sind die Barrieren stärker als die im Haupttext betrachteten. Die unterschiedlichen Hintergrundwiderstände sind durch verschiedene Geometrien bedingt (a) Breite $W=24\ \mu\text{m}$, Kontaktabstand $L=98\ \mu\text{m}$, Filmdicke $h=400\ \text{nm}$. (b) $W=10\ \mu\text{m}$, $L=26\ \mu\text{m}$, $h=450\ \mu\text{m}$ (dies war die stärkste aller gemessenen Barrieren). Der Barrierenwiderstand verhält sich qualitativ wie in Abschnitt 4.1 besprochen, eventuelle nichtklassische Effekte aufgrund der höheren Felder sind nicht zu beobachten. Die zu (b) gehörende Hallmessung ergab wiederum eine deutlich unter der maximalen Sättigungsmagnetisierung von Volumen-Dysprosium liegende Magnetisierung von $\mu_0 M_S = 1.8\ \text{T}$.

Das Auftreten des Minimums bei überlagertem senkrechtem Feld sowie die Abhängigkeit seiner Position von der Barrierenstärke wurde durch Messungen an weiteren Proben mit Dysprosium-Barrieren bestätigt (Abb. A.3). Im Einsatz sind Messungen im senkrechten Feld gezeigt, nachdem der Film zuvor im parallelen Feld magnetisiert wurde. Es liegt demnach noch eine Remanenzmagnetisierung vor, die durch kleine senkrechte Felder nicht zerstört wird.

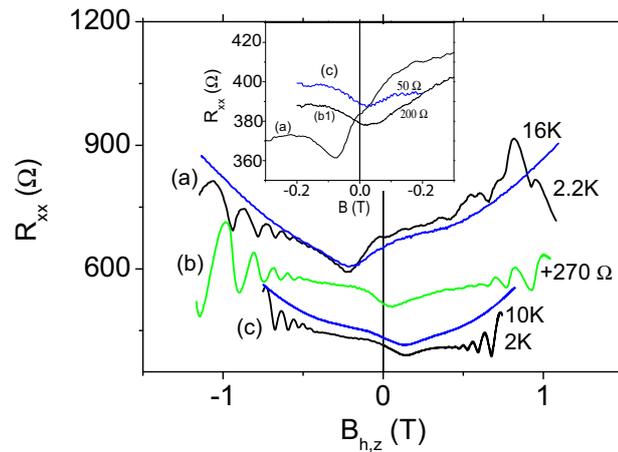


Abbildung A.3: Das Minimum im Magnetowiderstand bei der Barriere überlagertem homogenen Feld an weiteren Proben. (a) $h = 450$ nm dicker Dy-Film, der Hallbar war $W = 10 \mu\text{m}$ breit. Durch das hohe Barrierenfeld werden auch die SdH-Oszillationen deutlich modifiziert. (b) Probe mit schwacher Barriere, der Dysprosium-Film war vermutlich teilweise oxidiert, $W = 10 \mu\text{m}$, $h = 300$ nm (c) $W = 24 \mu\text{m}$, $h = 300$ nm. Bei (b) und (c) zeigte die Barriere in negative Richtung. Die Hintergrundwiderstände des 2DEGs außerhalb der Barriere unterscheiden sich wegen der unterschiedlichen Probenabmessungen. Einsatz: Messungen in kleinen senkrechten Feldern, das Barrierenfeld ist hier durch das jeweilige Remanenzfeld gegeben. (a),(c) sind an den Proben (a),(c) des Hauptplots gemessen, (b1) an der Probe aus Abschnitt 4.2 (mit negativ magnetisierter Barriere).

Abkürzungen

GaAs	Gallium-Arsenid
$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$	Aluminium-Gallium-Arsenid, x=Al-Anteil
2DEG	zweidimensionales Elektronengas
2DHG	zweidimensionales Lochgas
HEMT	high electron mobility transistor
e	Elementarladung, $1.602 \cdot 10^{-19}$ C
m_e	Ruhemasse des Elektrons, $9.109 \cdot 10^{-31}$ kg
m^*	effektive Masse
h	Plancksches Wirkungsquantum, $6.626 \cdot 10^{-34}$ Js
\hbar	$h/2\pi$
n_{2D}	zweidimensionale Dichte
D(E)	Zustandsdichte
μ_0	magnetische Permeabilität des Vakuums, $4\pi \cdot 10^{-7}$ mkg $s^{-2}A^{-2}$
B	Magnetfeld
$B_{h,z}, B_{h,x}$	homogenes Feld in z- bzw. x-Richtung
$B_{f,z}$	Streufeld in z-Richtung
μ	Mobilität
R	Widerstand
G	Leitwert
ρ	Tensor des spezifischen Widerstands

σ	Leitfähigkeitstensor
τ	Impuls-Relaxationszeit
τ_q	Quantenstreuzeit
l_e	elastische freie Weglänge
l_ϕ	Phasenkohärenzlänge
SdH	Shubnikov-de Haas
QHE	Quanten-Hall-Effekt
Dy	Dysprosium
Co	Kobalt
Cr	Chrom
Au	Gold
Ge	Germanium
LAO	lokale anodische Oxidation
AFM	atomic force microscope (Rasterkraftmikroskop)
MFM	magnetic force microscopy
QW	Quantendraht
IPG	in-plane gate
WL	schwache Lokalisierung
UCF	universelle Leitwertfluktuationen
AB	Aharonov-Bohm
AAS	Aronov-Altshuler-Spivak

Veröffentlichungen

Publikationen

1. *Influence of magnetic field offsets on the resistance of magnetic barriers in two-dimensional electron gases: Experiment and simulation*, S. Hugger, M. Cerchez, H. Xu and T. Heinzl, Phys. Ref. B **76**, 195308 (2007)
2. *Effect of edge transmission and elastic scattering on the resistance of magnetic barriers: Experiment and theory*, M. Cerchez, S. Hugger, N. Schulz and T. Heinzl, Phys. Ref. B **75**, 035341 (2007)
3. *Observation of universal conductance fluctuations generated by magnetic barriers in quasiballistic quantum wires*, S. Hugger, H. Xu, M. Cerchez, T. Heinzl, M. Evaldsson, I. Zozoulenko, D. Reuter und A. D. Wieck, in Vorbereitung.
4. *Characterization of magnetic barriers defined in two-dimensional hole gases*, S. Hugger, M. Friedrich, M. Cerchez, T. Heinzl, D. Reuter und A. D. Wieck, in Vorbereitung.
5. *Semicrystalline morphology in thin films of poly(3-hexylthiophene)*, S. Hugger, R. Thomann, T. Heinzl and T. Thurn-Albrecht, Colloid Polym. Sci. 282, 932 (2004)

Konferenzbeiträge

1. *Edge effects and elastic scattering in magnetic barriers*, Vortrag, DPG Frühjahrskonferenz, Regensburg, 26.-30. März 2007.
2. *P3HT films : Crystalline order, electronic and optical properties*, Poster, DPG Frühjahrskonferenz, Dresden, 24. - 28. März 2003

Literaturverzeichnis

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, “New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, p. 494, 1980.
- [2] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, “Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 48, p. 1559, 1982.
- [3] P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardtts, M. Seeger, K. von Klitzing, K. Eberl, and H. Nickel, “Electrons in a periodic magnetic field induced by a regular array of micromagnets,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, p. 3013, 1995.
- [4] H. A. Carmona, A. K. Geim, A. Nogaret, P. C. Main, T. J. Forster, M. Henini, S. P. Beaumont, and M. G. Blamire, “Two dimensional electrons in a lateral magnetic superlattice,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, p. 3009, 1995.
- [5] A. Nogaret, S. Carlton, B. L. Gallagher, P. C. Main, M. Henini, R. Wirtz, R. Newbury, M. A. Howson, and S. P. Beaumont, “Observation of giant magnetoresistance due to open orbits in hybrid semiconductor/ferromagnet devices,” *Phys. Rev. B*, vol. 55, p. 16037, 1997.
- [6] D. Weiss, K. von Klitzing, K. Ploog, and G. Weimann, “Magnetoresistance oscillations in a two-dimensional electron gas induced by a submicrometer periodic potential,” *Europhys. Lett.*, vol. 8, p. 179, 1989.
- [7] R. W. Winkler, J. P. Kotthaus, and K. Ploog, “Landau band conductivity in a two-dimensional electron system modulated by an artificial one-dimensional superlattice potential,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 62, p. 1177, 1989.
- [8] A. Nogaret, S. J. Bending, and M. Henini, “Resistance resonance effects through magnetic edge states,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, p. 2231, 2000.

- [9] D. Uzur, A. Nogaret, H. E. Beere, D. A. Ritchie, C. H. Marrows, and B. J. Hickey, "Probing the annular electronic shell structure of a magnetic corral," *Phys. Rev. B*, vol. 69, p. 241301, 2004.
- [10] F. B. Mancoff, R. M. Clarke, C. M. Marcus, S. C. Zhang, K. Chapman, and A. C. Gossard, "Magnetotransport of a two-dimensional electron gas in a spatially random magnetic field," *Phys. Rev. B*, vol. 51, p. 13269, 1995.
- [11] A. W. Rushforth, B. L. Gallagher, P. C. Main, A. C. Neumann, M. Henini, C. H. Marrows, and B. J. Hickey, "Anisotropic magnetoresistance in a two-dimensional electron gas in a quasirandom magnetic field," *Phys. Rev. B*, vol. 70, p. 193313, 2004.
- [12] A. K. Geim, S. V. Dubonos, J. G. S. Lok, I. V. Grigorieva, J. C. Maan, L. T. Hansen, and P. E. Lindelof, "Ballistic hall micromagnetometry," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 71, p. 2379, 1997.
- [13] Y. L. Hao and F. M. Peeters, "Micro-hall bar as a sensor to detect the interaction of nanoscale ferromagnetic disks and columns," *J. Appl. Phys.*, vol. 101, p. 123718, 2007.
- [14] M. Hara, J. Shibata, T. Kimura, and Y. Otani, "Detection of magnetic state in a nanoscale ferromagnetic ring by using ballistic semiconductor two-dimensional electron gas," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 88, p. 082501, 2006.
- [15] D. A. Christian, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, "Barkhausen statistics from a single domain wall in thin films studied with ballistic hall magnetometry," *Phys. Rev. B*, vol. 74, p. 064403, 2006.
- [16] F. G. Monzon, M. Johnson, and M. L. Roukes, "Strong hall voltage modulation in hybrid ferromagnet/semiconductor microstructure," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 71, p. 3087, 1997.
- [17] M. Johnson, B. R. Bennett, M. J. Yang, M. M. Miller, and B. V. Shanabrook, "Hybrid hall effect device," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 71, p. 974, 1997.
- [18] J. Reijniers and F. M. Peeters, "Hybrid ferromagnetic/semiconductor hall effect device," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 73, p. 357, 1998.
- [19] T. Vančura, T. Ihn, S. Broderick, K. Ensslin, W. Wegscheider, and M. Bichler, "Electron transport in a two-dimensional electron gas with magnetic barriers," *Phys. Rev. B*, vol. 62, p. 5074, 2000.

- [20] R. Kubrak, A. Neumann, B. L. Gallagher, P. C. Main, M. Henini, C. H. Marrows, and B. J. Hickey, "Magnetoresistance and hall magnetometry of single submicron ferromagnetic structures," *J. Appl. Phys.*, vol. 87, p. 5986, 2000.
- [21] B. L. Gallagher, V. Kubrak, A. W. Rushforth, A. C. Neumann, K. W. Edmonds, P. C. Main, M. Henini, C. H. Marrows, B. J. Hickey, and S. Thoms, "Electrical transport of 2d electrons in non-uniform magnetic fields," *Physica E*, vol. 11, p. 171, 2001.
- [22] J. Hong, V. Kubrak, K. W. Edmonds, A. C. Neumann, B. L. Gallagher, P. C. Main, M. Henini, C. H. Marrows, B. J. Hickey, and S. Thoms, "Quasi-ballistic transport of 2d electrons through magnetic barriers," *Physica E*, vol. 12, p. 229, 2002.
- [23] H. Xu, T. Heinzl, M. Evaldsson, S. Ihnatsenka, and I. V. Zozoulenko, "Resonant reflection at magnetic barriers in quantum wires," *Phys. Rev. B*, vol. 75, p. 205301, 2007.
- [24] F. Zhai and H. Q. Xu, "Spin filtering in single magnetic barrier structures revisited," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 88, p. 032502, 2006.
- [25] M. J. Howes, *Gallium Arsenide*. Wiley, 1985.
- [26] T. Heinzl, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures*. Berlin: Wiley-VCH, 2003.
- [27] Y. Y. Proskuryakov, A. K. Savchenko, S. S. Safonov, M. Pepper, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie, "Hole-hole interaction effect in the conductance of the two-dimensional hole gas in the ballistic regime," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 076406, 2002.
- [28] R. Winkler, "Spin polarization of quasi-two-dimensional hole systems," *Phys. Rev. B*, vol. 71, p. 113307, 2005.
- [29] R. Winkler, E. Tutuc, S. J. Papadakis, S. Melinte, M. Shayegan, D. Wasserman, and S. A. Lyon, "Anomalous spin polarization of gaas two-dimensional hole systems," *Phys. Rev. B*, vol. 72, p. 195321, 2005.
- [30] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics*. Saunders College Publishing, 1975.

- [31] J. Rychen, T. Vancura, T. Heinzl, R. Schuster, and K. Ensslin, “Commensurability oscillations of rectangular antidot arrays: A classical diffusion model,” *Phys. Rev. B*, vol. 58, p. 3568, 1998.
- [32] P. H. Beton, E. S. Alves, P. Main, L. Eaves, M. W. Dellow, M. Henini, O. H. Hughes, S. P. Beaumont, and C. Wilkinson, “Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas in a strong periodic potential,” 1990.
- [33] C. W. J. Beenakker, “Guiding-center-drift resonance in a periodically modulated two-dimensional electron gas,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 62, p. 2020, 1989.
- [34] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, “Billard model of a ballistic multiprobe conductor,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 63, p. 1857, 1989.
- [35] E. Zaremba, “Transverse magnetoresistance in quantum wells with multiple sub-band occupancy,” *Phys. Rev. B*, vol. 45, p. 14143, 1992.
- [36] H. van Houten, J. G. Williamson, M. E. I. Broekaart, C. T. Foxon, and J. J. Harris, “Magnetoresistance in a GaAs-AlGa_{1-x}As heterostructure with double sub-band occupancy,” *Phys. Rev. B*, vol. 37, p. 2756, 1988.
- [37] B. Grbic, C. Ellenberger, T. Ihn, K. Ensslin, D. Reuter, and A. D. Wiek, “Magnetotransport in c-doped AlGaAs heterostructures,” *Appl. Phys. Lett.*, 2004.
- [38] K. Richter, *Semiclassical theory of mesoscopic quantum systems*. Springer, 2004.
- [39] S. Meckler, T. Heinzl, A. Cavanna, G. Faini, U. Gennser, and D. Mailly, “Commensurability effects in hexagonal antidot lattices with large antidot diameters,” *Phys. Rev. B*, vol. 72, p. 0315319, 2005.
- [40] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, 1997.
- [41] R. Landauer, “Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction,” *IBM J. Res. Dev.*, vol. 1, p. 223, 1957.
- [42] M. Büttiker, “4-terminal phase-coherent conductance,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 57, p. 1761, 1986.
- [43] T. Ando, “Theory of quantum transport in a two-dimensional electron system under magnetic fields. i. characteristics of level broadening and transport under strong fields,” *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 36, p. 959, 1974.

- [44] R. B. Laughlin, "Quantized hall conductivity in two dimensions," *Phys. Rev. B*, vol. 23, p. 5632, 1981.
- [45] D. J. Thouless, "Localisation and the two-dimensional hall effect," *J. Phys. C*, vol. 14, p. 3475, 1981.
- [46] K. F. Berggren, G. Roos, and H. van Houten, "Characterization of very narrow quasi-one-dimensional quantum channels," *Phys. Rev. B*, vol. 37, p. 10118, 1988.
- [47] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, *Solid State Physics*, vol. 44. Academic Press, 1991.
- [48] T. J. Thornton, M. L. Roukes, A. Scherer, and B. P. van de Gaag, "Boundary scattering in quantum wires," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 63, p. 2128, 1989.
- [49] H. van Houten, B. J. van Wees, M. J. G. Hejman, and J. P. Andre, "Submicron conducting channels defined by shallow mesa etch in gaas-algaas heterojunctions," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 49, p. 1781, 1986.
- [50] V. Kubrak, K. W. Edmonds, A. C. Neumann, B. L. Gallagher, P. C. Main, M. Henini, C. H. Marrows, B. J. Hickey, and S. Thoms, "Giant magnetoresistance induced by magnetic barriers," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, p. 1992, 2001.
- [51] F. M. Peeters and A. Matulis, "Quantum structures created by nonhomogeneous magnetic fields," *Phys. Rev. B*, vol. 48, p. 15166, 1993.
- [52] M. L. Leadbeater, C. L. Foden, J. H. Burroughes, M. Pepper, T. M. Burke, L. L. Wang, M. P. Grimshaw, and D. A. Ritchie, "Magnetotransport in a nonplanar 2d electron-gas," *Phys. Rev. B*, vol. 52, p. R8629, 1995.
- [53] V. Stepankin, "Magnetically aligned polycrystalline dysprosium as ultimate saturation ferromagnet for high magnetic field polepieces," *Physica B*, vol. 211, p. 345, 1995.
- [54] E. Graper, *Thin film evaporation guide*. erhältlich unter <http://www.tfi-telemark.com>.
- [55] N. Schulz, Diplomarbeit, Freiburg, 2004.
- [56] G. Binnig, C. F. Quate, and C. Gerber, "Atomic force microscope," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, p. 930, 1986.
- [57] *SPM training notebook*. Veeco Instruments Inc., 2003.

- [58] U. Kunze, “Nanoscale devices fabricated by dynamic ploughing with an atomic force microscope,” *Superlattices and Microstructures*, vol. 31, p. 3, 2002.
- [59] R. Held, T. Vancura, T. Heinzl, K. Ensslin, M. Holland, and W. Wegscheider, “In-plane gates and nanostructures fabricated by direct oxidation of semiconductor heterostructures with an atomic force microscope,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 73, p. 262, 1998.
- [60] R. Held, S. Lüscher, T. Heinzl, K. Ensslin, and W. Wegscheider, “Fabricating tunable semiconductor devices with an atomic force microscope,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, p. 1134, 1999.
- [61] T. Heinzl, R. Held, S. Lüscher, K. Ensslin, W. Wegscheider, and M. Bichler, “Electronic properties of nanostructures defined in GaAs heterostructures by local oxidation,” *Physica E*, vol. 9, p. 84, 2001.
- [62] R. Schlessler, S. Kicin, C. Roth, C. Ebner, R. Leturq, K. Ensslin, D. Driscoll, and A. C. Gossard, “Influence of HCl etching on the electronic properties of laser-defined nanostructures,”
- [63] R. Held, T. Heinzl, P. Studerus, K. Ensslin, and M. Holland, “Semiconductor quantum point contact fabricated by lithography with an atomic force microscope,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 71, p. 2689, 1997.
- [64] M. Sigrist, A. Fuhrer, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll, and A. C. Gossard, “Multiple layer oxidation for fabricating semiconductor nanostructures,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 85, p. 3558, 2004.
- [65] S. Liu, H. Guillou, A. D. Kent, G. W. Stupian, and M. S. Leung, “Effect of probe geometry on the Hall response in an inhomogeneous magnetic field: A numerical study,” *J. Appl. Phys.*, vol. 83, p. 6161, 1998.
- [66] J. Reijnders and F. M. Peeters *J. Appl. Phys.*, vol. 83, p. 6161, 2000.
- [67] F. M. Peeters and X. Q. Li, “Hall magnetometer in the ballistic regime,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 72, p. 572, 1998.
- [68] S. K. Bhattacharya, “Two-dimensional space-charge layer in a tilted magnetic field,” *Phys. Rev. B*, vol. 25, p. 3756, 1982.

- [69] J. P. Harrang, R. J. Higgins, R. K. Goodall, P. R. Jay, M. Lävion, and P. Delecluse, “Quantum and classical mobility determination of the dominant scattering mechanism in the 2d electron gas of an algaas/gaas heterojunction,” *Phys. Rev. B*, vol. 32, p. 8126, 1985.
- [70] V. Kubrak, F. Rahman, B. L. Gallagher, P. C. Main, M. Henini, C. H. Marrows, and M. A. Howson, “Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas due to a single magnetic barrier and its use for nanomagnetometry,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 74, p. 2507, 1998.
- [71] H. van Houten, C. W. J. Beenakker, P. H. M. van Loosdrecht, T. J. Thornton, H. Ahmed, M. Pepper, C. T. Foxon, and J. J. Harris, “Four-terminal magnetoresistance of a two-dimensional electron-gas constriction in the ballistic regime,” *Phys. Rev. B*, vol. 37, p. 8534, 1988.
- [72] T. Heinzl, G. Salis, R. Held, S. Lüscher, K. Ensslin, W. Wegscheider, and M. Bichler, “Shifting a quantum wire through a disordered crystal: Observation of conductance fluctuations in real space,” *Phys. Rev. B*, vol. 61, p. 13353, 2000.
- [73] M. Hara, A. Endo, S. Katsumoto, and Y. Iye, “Transport in a two-dimensional electron-gas narrow channel with a magnetic-field gradient,” *Phys. Rev. B*, vol. 69, p. 153304, 2004.
- [74] M. Hara, A. Endo, S. Katsumoto, and Y. Iye, “Universal conductance fluctuations in a narrow channel of two-dimensional electron gas under gradient magnetic field with zero mean,” *J. Phys. Soc. Jpn*, vol. 73, p. 2928, 2004.
- [75] M. Cahay, M. McLennan, and S. Datta, “Conductance of an array of elastic scatterers: A scattering-matrix approach,” *Phys. Rev. B*, vol. 37, p. 10125, 1988.
- [76] H. Stormer, Z. Schlesinger, A. Chang, D. C. Tsui, A. C. Gossard, and W. Wiegmann, “Energy structure and quantized hall effect of two dimensional holes,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 51, p. 126, 1983.
- [77] J. Lu, J. Jau, S. P. Shukla, M. Shayegan, L. Wissinger, U. Rössler, and R. Winkler, “Tunable spin splitting and spin-resolved ballistic transport in gaas / algaas two-dimensional holes,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, p. 1282, 1998.
- [78] Y. Yaish, O. Prus, E. Buchstab, S. Shapira, G. B. Yoseph, U. Sivan, and A. Stern, “Interband scattering and the metallic phase of two-dimensional holes in gaas/algaas,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, 2000.

- [79] G. Papp and F. M. Peeters, "Spin filtering in a magnetic-electric barrier structure," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 79, p. 3198, 2001.
- [80] B. Grbic, R. Leturcq, K. Ensslin, D. Reuter, and A. D. Wiek, "Single hole transistor in p-type gaas/algaas-transistor," *Appl. Phys. Lett.*, 2005.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während meiner Doktorarbeit unterstützt haben, insbesondere geht mein Dank an

- Prof. Dr. Thomas Heinzl, der mir die Möglichkeit gab, diese Arbeit in seiner Abteilung durchzuführen. Er fand immer Zeit, um Messdaten und experimentelle Fragen zu diskutieren und gab wichtige Anregungen, die die Arbeit voran brachten.
- Prof. Dr. Thomas Thurn-Albrecht von der MLU Halle sowie dessen Mitarbeiter am Lehrstuhl für Polymerphysik, wo ich im Rahmen einer Kooperation einige Monate verbringen durfte und viel über Polymerphysik gelernt habe.
- Prof. Dr. Andreas Wieck und Dr. Dirk Reuter von der Universität Bochum für die Bereitstellung der Heterostrukturen.
- unsere Sekretärin Klaudia Lütjens, durch deren Arbeit sich viele bürokratische Abläufe für mich und alle anderen Mitarbeiter wesentlich vereinfachten.
- Doru Gerban und Harald Götz für die technische Unterstützung
- Dr. Mihai Cerchez, mit dem ich im Rahmen dieser Arbeit eine intensive und angenehme Zusammenarbeit hatte und der wesentlich zu Gelingen beigetragen hat.
- Dr. Hengyi Xu, der trotz zahlreicher anderer Projekte noch sehr kurzfristig dazu bereit war, einige Simulationsrechnungen zum Quantendraht durchzuführen.
- die anderen aktuellen und ehemaligen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Festkörperphysik, Renate Schlösser, Sönke Klinkhammer, Marcus Friedrich, Dr. Hussein Shanak, Said Barnoss, Dr. Cesar Bof, Stefan Meckler, Hauke Kuhlen sowie die ehemaligen Bachelor-Studenten Jörg Bewerunge und Philipp Naumann, die allesamt zu einer angenehmen Atmosphäre am Institut beigetragen haben.

- Prof. Dr. Reinhold Egger, der das Zweitgutachten zu dieser Arbeit verfasste.
- meine Eltern, die mir mein Studium ermöglichten und an meine Oma, die mich während dieser Zeit vor einem Nachteil des Uni-Lebens, der Mensa, bewahrt hat.
- und natürlich an meine Frau Tsvetelina und meine Tochter Jana, die mich immer daran erinnern, dass es wichtigere Dinge als Arbeit gibt, auch wenn durch den Zeitdruck gegen Ende zeitweise ein anderer Eindruck entstanden sein mag.

Die hier vorgelegte Dissertation habe ich eigenständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt. Die Dissertation wurde in der vorgelegten oder in ähnlicher Form noch bei keiner anderen Institution eingereicht. Ich habe bisher keine erfolglosen Promotionsversuche unternommen.

Düsseldorf, den 2.12.2007

Stefan Hugger