

Das Reafferenzprinzip als Kompensationsstrategie in der Kybernetik

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

vorgelegt von

Norbert Bela Maria Olah
aus Göttingen

Düsseldorf

2001

Meiner Familie

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf.

Referent:	Prof. Dr. phil. nat. W.J. Daunicht
Koreferent:	Univ.-Prof. Dr. rer. nat. D. Riesner
Tag der mündlichen Prüfung:	25.6.2001

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung	5
2. Reafferenzprinzip und modellbasierte Regelung	9
2.1. Efferenzkopien	10
2.2. Eigenes und Fremdes: Trennung der Afferenzen	12
2.3. Vorwärtsmodelle vs inverse Modelle	14
2.4. Die Reafferenzbedingung	15
2.5. Eigenreflexe	17
2.6. Modellbasierte Feedforward-Kontrolle	19
2.7. Aktion und Reaktion: Führungs- und Störverhalten	21
2.8. Zentrale Mustergenerierung und propriozeptive Rückmeldung	22
2.9. Zur Ideengeschichte: Steuerung vs Regelung	23
2.9.1. Robotik und Künstliche Intelligenz	24
2.9.2. Nichtlineare und Adaptive Regelungstheorie	29
2.9.3. Sensumotorik, Biomechanik und Neuroprothetik	30
2.9.4. VITE, MLN und PUP	33
3. Erlernen einer inversen Dynamik durch Selbstimitation	35
3.1. Motorisches Lernen: Parameterregelung und Subintention	36
3.2. Lernen durch Selbstimitation	38
3.3. Lineare Regression und LSE-Regel	40
3.4. Das Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma: Regularisierung	42
3.5. Kritik der Selbstimitation und Vergleich mit anderen Lernschemata	44
3.6. Rekursive Selbstimitation und RLS-Regel	46
3.7. Motoräquivalenz: dynamische und kinematische Redundanz	49
3.8. Redundanzvernichtung durch Glätteforderungen	51
3.9. Feedforward- vs Feedback-Entkopplung	55
3.10. Inverse Dynamik <i>light</i> : Entkopplung eines Roboterarms	56
3.11. Optimale Modellplastizität	60

4. Adaptive Resonanztheorie und Cohen-Grossberg-Modell	64
4.1. Adaptive Systeme: Aktivierungs- und Gewichtsdyamik	65
4.2. Das Prinzip der kognitiven Homöostase	68
4.3. Das Meta-Attraktor Konzept	69
4.4. Das Plastizitäts-Stabilitäts-Dilemma: Perzeption und Antizipation	72
4.5. Adaptive Resonanz und perzeptiver Konsens	73
4.6. Ein Cohen-Grossberg-Theorem für logarithmische Netze	74
4.7. Inverse Dynamik als Cohen-Grossberg-Modell	77
4.8. Aktions-Perzeptions-Zyklen	79
5. Kompensation der Eigendynamik als kybernetisches Grundprinzip	82
5.1. Autonomie und Identität	83
5.2. Werkzeuggebrauch	85
5.3. Reafferenzkompensation als Brückenprinzip	87
5.4. Das Prinzip der undifferenzierten Kodierung	88
5.5. Kübeltheorie vs Scheinwerfertheorie des Bewußtseins	90
5.6. Kompensationsstrategien in anderen Disziplinen	91
5.6.1. Kompensationsansätze in der Ökonomie: Optimale Liquidität	92
5.6.2. Entropische Umdeutung der Schrödinger-Gleichung	98
6. Zusammenfassung und Ausblick	104
ANHANG	
Systemidentifikation und Approximationstheorie:	
Grundbegriffe und Kontroversen	109
A.1. Systembeschreibende Graphen	110
A.2. Modellstrukturen und Fehlerfläche	111
A.3. Nichtlineare Regression und iterative Suche	112
A.4. Schlechtgestellttheit und Stabilisierung	114
A.5. Perzeptron vs Regression: Standardmodell und $S\Sigma$ -Exchange	116
A.6. Universelle vs beste Approximation: Universalität der Polynome	117
A.7. Optimierung vs Korrelation: Error- und Match-Based Learning	119
A.8. Überblick über Lernregeln für neuronale Netze	122
A.9. Kolmogorov-Theorem und Kolmogorov-Netze	124
A.10. Ausblick: Welchen Nutzen bringen Hermite-Netze ?	127
Literatur	129

*Erst indem wir unsere Sinnesorgane nach
eigenem Willen in verschiedene Beziehungen
zu den Objekten bringen, lernen wir sicher urteilen
über die Ursachen unserer Sinnesempfindungen.*

Hermann von Helmholtz (1866)

1. Einleitung

Die *Kybernetik* gilt als Brücke zwischen den Wissenschaften. Sie wurde ursprünglich definiert als die „Wissenschaft von der Regelung und Informationsverarbeitung bei Tieren und Maschinen“ (Wiener 1948) und beschäftigt sich allgemein mit „kreiskausal geschlossenen und rückgekoppelten Mechanismen“ (von Foerster 1981) in Systemen beliebiger Art. In ihrer mathematisierten Form wird sie deswegen auch als *Allgemeine Systemtheorie* bezeichnet. Ihr vordringliches Ziel ist es, die Kluft zwischen den einzelnen Wissenschaftszweigen zu überbrücken und damit einen Beitrag zur Einheit der Wissenschaft zu leisten. In einem interdisziplinären Diskurs versucht sie, allgemeine Problemlösungsprinzipien in Technik, Natur und Gesellschaft aufzuspüren, zu abstrahieren und die unterschiedlichen Terminologien und Methoden zu vereinheitlichen. Erst die Behandlung der Systeme auf einer höheren Abstraktionsebene ermöglicht den Transfer erfolgreicher Lösungsstrategien in andere, neue Forschungs- und Anwendungsgebiete.

Im Laufe der letzten 50 Jahre bildeten sich innerhalb des weitgefaßten kybernetisch-systemtheoretischen Rahmens viele Teilgebiete, die sich weitgehend auseinanderentwickelt haben. Daher konnte die notwendige vereinheitlichende Abstraktion und Integration nicht konsequent verfolgt werden. Das folgende Zitat aus einer kontrolltheoretischen Perspektive (Hunt, Sbarbaro, Zbikowsky & Gawthrop 1992) ist bezeichnend für die allgemeine Situation der Kybernetik und den fehlenden Gedankenaustausch zwischen ihren Teildisziplinen:

Those who have read Wiener's seminal book Cybernetics (Wiener 1948) will know that control, information and neural science were once regarded as a common subject under the banner of Cybernetics. Since that time, the disciplines of control, computing science (including Artificial Intelligence) and neurobiology have tended to go their own separate ways. This has led to an unfortunate breakdown in communication between the disciplines; in particular the differing jargon and notation now poses a barrier to effective interchange of ideas.

Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zu einer kritischen Synthese verschiedener Modellansätze im Bereich der Sensumotorik. Sie verfolgt das Ziel, in diesem Bereich einige Lücken zu schließen. In der Sensumotorik gibt es bisher zwar unterschiedliche Schulen, aber noch keinen allgemeinen Konsens (Arbib 1995). Die Hauptaufgabe dieser Arbeit besteht darin, ausgehend vom Reafferenzprinzip (von Holst & Mittelstaedt 1950) an der Herstellung eines solchen Konsenses mitzuwirken. Hierzu ist zunächst der Stand der Forschung hinsichtlich der grundlegenden Ideen, Thesen, Argumentationslinien und der abstrakten Modellbildung zu dokumentieren, um aus der Diskussion und Integration der verschiedenen Ansätze und Herangehensweisen neue Erkenntnisse und Ergebnisse zu gewinnen. Darüber hinaus wird das Prinzip der Reafferenzkompensation als allgemeines kybernetisches Grundprinzip untersucht.

Die Sensumotorik als Teilgebiet der Biokybernetik beschäftigt sich mit den Wechselwirkungen zwischen Motorik und Sensorik, zwischen Aktion und Perzeption, und mit den damit zusammenhängenden Regelungs- und Lernprozessen. Auch innerhalb der Sensumotorik haben sich verschiedene Communities gebildet, die mit den unterschiedlichsten Zielsetzungen, Terminologien, Modellvorstellungen und Methoden arbeiten.¹ Nicht nur Biokybernetik im engeren Sinne, auch nichtlineare Regelungstheorie, Robotik, Künstliche Intelligenz, Physiologie und Psychologie sind Gebiete, aus denen heraus Modellvorstellungen über die Funktionsweise von neuronalen Reglern für motorische Zwecke entwickelt wurden. Die vorliegende Arbeit stellt erstmalig in dieser Breite verschiedene Ansätze sensumotorischer Modellbildung zusammen, um sie hinsichtlich ihrer abstrakten Modellbildung integrieren zu können. In die interdisziplinäre Synthese spielen verschiedene Fachgebiete hinein: die Physik, die Neuroinformatik, die Regelungstheorie, die kybernetische Psychologie sowie die Erkenntnisphilosophie.

Die Diskussion der sensumotorischen Modelle wird eingeschränkt auf den Teilbereich der „low-level“ Motorik, die von der „high-level“ Motorik abgegrenzt werden kann (Kalveram 1992). Die *low-level Motorik* befaßt sich mit der Inversion der Körpertransformationen. Im Gegensatz dazu sind für die *high-level Motorik* Geschicklichkeit, motorische Koordination und komplexe Bewegungsmuster Gegenstand von Untersuchungen. Im Mittelpunkt der Untersuchungen in dieser Arbeit steht die Frage, wie z.B. ein Kleinkind die dynamischen Eigenschaften seines eigenen Körpers kennenlernt, bevor es höhere motorische Fähigkeiten ausbilden kann. Die analoge Fragestellung in der Robotik bezieht sich auf künstliche neuronale Netzwerke, die möglichst effektiv die inverse Dynamik eines Roboterarms erlernen und repräsentieren können.

Die Vorgehensweise für die Lösung der gestellten Aufgabe besteht darin, ausgewählte Literatur aus einzelnen Teilgebieten aufzubereiten, die verschiedenen Lösungsansätze herauszuarbeiten und die unterschiedlichen Begriffssysteme in einer integrierenden Synopse gegenüberzustellen. Desweiteren wird nach Gemeinsamkeiten in den verwendeten mathematischen Methoden gesucht und eine vereinheitlichende Darstellung der verschiedenen Modellansätze erarbeitet. Dabei werden aus verschiedenen Teilbereichen der Kybernetik Parallelen aufgezeigt, wo mit unterschiedlichen Terminologien und Methoden ähnliche Prinzipien zur Lösung teilweise ähnlicher aber auch unterschiedlicher Probleme verwendet werden. Diese Lösungsansätze werden auf ihre Brauchbarkeit und Äquivalenz hin untersucht. Eine solche interdisziplinäre Vorgehensweise auf der Grundlage von Synopse, Integration und Abstraktion ermöglicht Übertragungen von allgemeinen Lösungsprinzipien in neue Anwendungsbereiche. Für einige in der Literatur noch umstrittene Probleme werden Lösungsvorschläge erarbeitet. Der Schwerpunkt der Darstellung liegt auf Ideen, Argumenten und deren logischen Zusammenhängen. Der Ursprung der hier vorgestellten Ideen wird durch viele Literaturhinweise und ein reichhaltiges Literaturverzeichnis transparent gemacht, wodurch die „Informationskosten“ beim Zugang zu den behandelten Gebieten gesenkt werden. Als Ergebnis dieser Vorgehensweise entsteht ein Beitrag zur Vereinheitlichung und kritischen Synthese grundlegender Ideen aus dem Bereich der Sensumotorik und angrenzender Gebiete. Der pädagogische Aspekt der Arbeit besteht darin,

¹ und die sich oft nur ungern gegenseitig zur Kenntnis nehmen; vgl. hierzu die zeitlose Bemerkung von Aström und Eykhoff (1971): „Of course, it is more fun to dream up new methods than to work with somebody else's scheme. Nevertheless, for a person engaged in applications it would be highly desirable to have comparisons available.“

daß sie einen Bogen spannt zwischen historischen Arbeiten und der aktuellen Literatur. Dabei entsteht ein Beitrag zur Ideengeschichte der Kybernetik, der sich als Einstieg in die vielfältigen Originalarbeiten zu den behandelten Themen eignet; die elementaren Grundideen aus verschiedenen Forschungs-Communities werden an einfachen Beispielen dargestellt. Über die reine Synopse und Integration hinaus besteht der Erfolg der systemtheoretischen Vorgehensweise darin, daß die in einer Teildisziplin eingeschlagenen Lösungswege optimiert werden können durch bessere Lösungsstrategien aus anderen Teilbereichen.

Die sensumotorische Modellbildung unterscheidet zwei Ebenen, zwei Teildynamiken, die im allgemeinen als zeitskalengetrennt angenommen werden: *Kontrollebene* und *Lernebene*. Diese beiden Ebenen werden in Kap. 2 bzw. Kap. 3 zunächst einzeln untersucht, bevor sie in Kap. 4 als Gesamtsystem in Erscheinung treten. Die vorliegende Arbeit gliedert sich im einzelnen wie folgt.

In Kap. 2 wird das Reafferenzprinzip und die damit zusammenhängende fundamentale Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden dargestellt und in die moderne Regelungstheorie eingeordnet. Das Reafferenzprinzip als Ausgangspunkt der Diskussion zu nehmen, um von da aus vereinheitlichende Modellvorstellungen zu entwickeln, ist zunächst eine rein willkürliche Entscheidung, die ihre Rechtfertigung erst im Verlauf des Arguments rückwirkend durch die vereinheitlichende Kraft dieses Prinzips erhält. Historisch gesehen war das Reafferenzprinzip (von Holst & Mittelstaedt 1950, von Holst 1954) die erste Modellvorstellung, die – über die damals entstehenden kybernetischen Homöostase- und Regelungsideen hinaus – eine einheitliche Sicht auf sensumotorische Vorgänge anbot. Es wurde jedoch in der internationalen Literatur nur sparsam rezipiert und geistert hier und da durch einzelne Nebensätze; erwähnenswerte Ausnahmen bilden Raibert (1976), Varjú (1990) und Kalveram (1990 & 1992). Die erste Synthese auf der Kontrollebene umfaßt so scheinbar unterschiedliche Konzepte aus verschiedenen Forschungsrichtungen wie das *Feder-Masse-Modell* (Feldman 1974), die *inverse Dynamik* (Paul 1972, Waters 1974), die *Feedforward-Steuerung* (Raibert 1976) und die *Feedback-Linearisierung* (Isidori et al. 1981), deren Beziehungen zum Reafferenzprinzip herausgearbeitet werden.

Im Bereich des motorischen Lernens stellt sich in Kap. 3 die Frage, wie die Dynamik eines Gliedmaßensystems am Beispiel eines Arms mathematisch zu beschreiben und in ihren Wirkungszusammenhängen zu invertieren ist, d.h. die Frage nach geeigneten *neuralen Netzwerken* zur Repräsentation einer inversen Dynamik und nach *Lernregeln*, mit denen solche Repräsentationen erlernt werden können. Hinsichtlich des Lernschemas werden die Konzepte *Selbstimitation* (Kalveram 1990), *Direct Inverse Modeling* (Widrow & Stearns 1985) und *Feedback-Error-Learning* (Kawato, Furukawa & Suzuki 1987) verglichen und die scheinbaren Widersprüche mit Methoden der Systemidentifikation (Ljung 1987) und der Regularisierungstheorie (Giroi, Jones & Poggio 1995) behoben. Im Anhang werden ergänzend hierzu einige Grundbegriffe der *Systemidentifikation* und der *Approximationstheorie* zur Verfügung gestellt.

Durch die Notwendigkeit der Invertierung gewisser Transformationen tauchen auf beiden Ebenen der sensumotorischen Modellbildung Probleme auf, deren Behandlung in einer sensumotorischen Theorie unverzichtbar ist. Es stellt sich die Frage nach einem geeigneten Umgang mit der typischen *Schlechtgestelltheit* der inversen Probleme: mit der *Motoräquivalenz* auf der Kontrollebene (Redundanz im Zustandsraum: kinematisch und dynamisch) und der stets möglichen *Unterbestimmtheit des Lernproblems* (Redundanz im

Parameterraum: Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma). Hinsichtlich der *Redundanz auf der Kontrollebene* haben sich zwei Schulen gebildet, die unterschiedliche Kostenfunktionale zur Redundanzvernichtung bevorzugen: die *kinematische* Schule (Flash & Hogan 1985 & 1995) und die *dynamische* Schule (Kawato et al. 1990). In einer weiteren Synthese wird der Versuch unternommen, diesen Gegensatz mit Hilfe von Saltzmans drei Stufen sensumotorischer Repräsentation (Saltzman 1979) zu versöhnen. Bei der Untersuchung der *Redundanz auf der Lernebene* zeigt sich, daß die gegenwärtige Robotik systematisch überparametrisiert ist (vgl. Sciacivico & Siciliano 1996). Es stellt sich somit das Problem, diese Überparametrisierung zu beseitigen, um auf diese Weise den Lernvorgang zu optimieren.

In Kap. 4 werden Beziehungen zwischen dem Reafferenzprinzip und weiteren, unabhängigen kybernetischen Entwicklungen diskutiert, die über den sensumotorischen Rahmen im engeren Sinne hinausgehen: von Foersters „*Minimalorganisation nervösen Lebens*“ aus dem Jahre 1973 (Foerster 1981), Daunichts *Meta-Attraktor Konzept* (Daunicht 1996) und Grossbergs *Adaptive Resonanztheorie* (Grossberg 1976 & 1987). Es fragt sich, ob die Netzwerke der adaptiven Resonanztheorie das Reafferenzprinzip mit einer inversen Dynamik realisieren können.

In Kap. 5 wird das Reafferenzprinzip auf seine Verallgemeinerungsfähigkeit als systemtheoretisches Grundprinzip hin untersucht, wobei u.a. erkenntnistheoretische und sozialphilosophische Aspekte zur Sprache kommen. Anhand von zwei Beispielen aus den Bereichen Volkswirtschaftslehre und Quantenphysik wird nachgewiesen, wie auch in diesen Fachgebieten Kompensationsansätze zu erfolgreichen Problemlösungen beitragen können.

Mit Blick auf die drängenden volkswirtschaftlichen Probleme der Arbeitslosigkeit und Überschuldung wird die Frage aufgeworfen, inwieweit das aus der Sensumotorik herausgearbeitete Prinzip der *Kompensation der Eigendynamik* vom biologischen Organismus auf den „sozialen Organismus“ übertragen werden kann. Da der Zinseszinsseffekt eine hinreichende Bedingung für die Instabilität des Wirtschaftssystems darstellt, ist eine Kompensation der exponentiellen und damit dysfunktionalen *Eigendynamik des Geldes* im logischen Umkehrschluß eine notwendige Voraussetzung für gesamtwirtschaftliche Stabilität. Hierzu wird die Frage untersucht, ob die „Jokertheorie des Geldes“ (Suhr & Godschalk 1986, Löhr & Jenetzky 1996) einen geeigneten Ansatzpunkt für eine marktkonforme Lösung dieses Problems anbietet.

Als innovatives Ergebnis im Bereich der Physik wird ein statistischer Ansatz für eine thermodynamische Deutung der Quantenmechanik entwickelt: Durch eine „entropische Umdeutung“ der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung für ein Einzelteilchen in einem äußeren Potential gelingt es in dieser Arbeit erstmalig, die Kompensation des äußeren Potentials in stationären Zuständen durch statistische Potentiale sichtbar werden zu lassen. Die Schrödinger-Gleichung wird hierfür aus einer *thermodynamischen* Lagrange-Funktion hergeleitet.

In dieser Arbeit wird das Reafferenzprinzip als grundlegende kybernetische Kompensationsstrategie untersucht mit dem Ziel, die Chancen zu nutzen, die sich aus einer wissenschaftsübergreifenden Herangehensweise an allgemeine Kontroll- und Lernprobleme ergeben.

2. Reafferenzprinzip und modellbasierte Regelung

Nach einer kurzen Darstellung der Grundideen des Reafferenzprinzips wird gezeigt, wie dieses zunächst biologisch motivierte Konzept in Verbindung mit der Idee der modellbasierten Feedforward-Kontrolle aus den Forschungsbereichen Künstliche Intelligenz (KI) und Robotik in die moderne Regelungstheorie hineinpaßt: Beiden Ansätzen liegt die gleiche Idee einer Kompensation der Eigeneffekte zugrunde. In diese Modellvorstellung kann auch die Equilibrium-Point Hypothese (Feder-Masse-Modell) integriert werden. Es stellt sich heraus, daß das Reafferenzprinzip, das hier als Reafferenzbedingung abstrahiert wird, eine grundlegende Modellvorstellung lebendiger Organisation ist. Die unterschiedliche biologische und technische Terminologie wird in einer Synopse integriert und vereinheitlicht.

Die Sensumotorik unterscheidet zwei Sorten von Nervensignalen nach deren Ausbreitungsrichtungen im Hinblick auf das Zentralnervensystem (ZNS) und seine Peripherie, die Effektoren und Ausführungsorgane:

<i>Nervensignal</i>	<i>Ausbreitungsrichtung</i>
<i>Efferenzen</i>	ZNS → Peripherie
<i>Afferenzen</i>	Peripherie → ZNS

Verallgemeinernd können diese Begriffe auch auf Signale innerhalb des ZNS zwischen „niederen“ und „höheren Zentren“ angewendet werden. An der Peripherie haben Afferenzen ihren Ausgangspunkt in Sinneszellen, die üblicherweise gemäß ihres Sensitivitätsbereichs grob in zwei Gruppen unterteilt werden, je nachdem ob sie eher sensitiv für die Außenwelt (Exterozeptoren) und/oder für die Innenwelt (Propriozeptoren) des Organismus sind. Typische Exterozeptoren sind die lichtempfindlichen Sinneszellen auf der Retina, typische Propriozeptoren sind die körperbezogenen Mechanorezeptoren, die dem ZNS z.B. Auskunft über die aktuellen Muskellängen und Gelenkstellungen geben. Kalveram (1981) zeigt mit Hilfe des allgemeinen Konzepts der *Werkzeugtransformation*, daß das Reafferenzprinzip für die Modellierung der Verarbeitung der Signale beider Sinneszellentypen gleichermaßen geeignet ist; wichtiger für ein an die Umwelt angepaßtes Verhalten des Organismus ist die Unterscheidung der Afferenzen nach den ihnen zugeschriebenen Ursachen, ob sie fremd- oder selbstverursacht sind. Da man es einem afferenten Nervensignal nicht ansieht, aus welchen Signalanteilen es besteht, ist eine intelligente Funktion notwendig, die in der Lage ist, diese Anteile zu trennen und ihren Ursachen zuzuordnen.

Schlüsse von Wirkungen auf Ursachen führen auf inverse Probleme. In diesem Kapitel werden zunächst alle mathematischen Operationen als durchführbar vorausgesetzt; die Probleme der Invertierbarkeit von Operatoren auf der Kontroll- und Lernebene werden in den folgenden Kapiteln genauer behandelt.

Die Diskussion beginnt mit einer kurzen Gegenüberstellung von klassischer *Reflexlehre* und *Reafferenzprinzip*. Die Reflexlehre behandelt nur die (von außen applizierten) Reize und die zugehörigen Afferenzen als Ursache für die Efferenzen, die eine beobachtbare Reaktion hervorrufen; im Reafferenzprinzip hingegen sind Afferenzen und Efferenzen zu einem kreisförmigen Wirkungsgefüge verwoben: Auch Efferenzen können Ursache von Afferenzen sein, die nun ihrerseits auch Wirkungen sein können.

2.1. Efferenzkopien

Holst und Mittelstaedt (1950) setzen sich kritisch mit der klassischen Reflextheorie auseinander, in der die Ursache jedes zentralen Vorgangs immer nur „der Reiz“ sein kann (vgl. Bild 1). Die klassische Reflextheorie fragt nach der Reaktion auf bestimmte Reize, d.h. nach der Efferenz, die durch eine gegebene Afferenz bewirkt wird. Holst und Mittelstaedt hingegen interessieren sich nicht nur für diese durch Afferenzen erzeugten Efferenzen, sondern gehen umgekehrt von der Efferenz aus und fragen: Was geschieht im ZNS mit der von einer Efferenz über die Effektoren und Rezeptoren *selbst* verursachten Afferenz, die sie *Reafferenz* nennen (Bild 2).



Bild 1 Reflexvorstellung bei Descartes:
Das Feuer am Fuß (*Reiz*) zieht gleichsam an einem Faden, der im Gehirn „Lebensgeister“ freisetzt, „so wie das Ziehen an dem einen Ende der Kordel die Glocke läuten läßt“. Die Lebensgeister strömen ihrerseits in die Muskeln, die den Fuß zurückziehen helfen (*Reaktion*).

In ihrem legendären Versuch mit der Fliege *Eristalis* (s.a. Holst 1954) untersuchen sie den optomotorischen Reflex, mit dem das ZNS versucht, sein Blickfeld festzuhalten. Eine bekannte Erfahrung mit dem optomotorischen Reflex ist, daß man sich z.B. ein Stück mitbewegt, wenn man dicht vor einem anfahrenden Zug steht und diesen ansieht. Die Reflextheorie hatte behauptet, daß dieser Reflex bei einer *Willkürbewegung* gehemmt wird. Denn wenn der optomotorische Reflex das Bild auf der Retina (Netzhaut) immerzu festhält, könnte ja überhaupt keine Bewegung stattfinden, bei der es sich verschieben darf und muß. Um solche Bildverschiebungen bei aktiven Bewegungen in die Reflextheorie einbauen zu können, wurde die *Reflexhemmungshypothese* entwickelt. Holst und Mittelstaedt dagegen zeigten, daß hier ein einheitlicher Mechanismus zugrunde liegt, das *Reafferenzprinzip*.

Der Künstler Tomas Schmit (1989) vergleicht die Arbeitsweise des Reafferenzprinzips mit einem Hochhaus: Unten im Erdgeschoß sitzen an sechs Portalen, den Sinnen, viele aufmerksame Pförtner, die Sinneszellen. Sie melden alles, was an ihrem Portal vorbeikommt, in die erste Etage. Von dort aus werden alle Vorkommnisse nach oben weitergeleitet. Im obersten Stockwerk residiert in einem verwinkelten Gewölbe der Chef. Wieso ist er der Chef? Er ist der einzige in dem ganzen Haus, der weiß, daß es ihn und das Haus gibt. Eins ist klar: Er will auf keinen Fall mit all dem Trubel behelligt werden, der im Erdgeschoß und an seinen sechs Portalen immerzu herrscht. Er wird nur mit einer wohldosierten Auswahl davon bekannt gemacht. Dafür sorgen die Leute in den Etagen unter ihm. Die Befehle des Chefs, die absteigenden Efferenzen, werden in den Etagen unter ihm als sogenannte *Efferenzkopien* deponiert und nach unten weitergeleitet. Die Efferenzkopie ist eine Art Vorbild der bei der Ausführung zu erwartenden aufsteigenden Afferenzen, der reafferenten Rückmeldungen. In den mittleren Etagen wird nun jeweils diese Efferenzkopie

mit der aufsteigenden afferenten Information aus den Sinnesorganen verglichen. Wenn Afferenzmuster und Efferenzmuster identisch sind, sich neutralisieren, ist alles in Ordnung. Nur Abweichungen vom erwarteten Afferenzmuster werden an die jeweils höheren Etagen weitergemeldet. Soweit eine erste vereinfachte Hochhausvorstellung des Reafferenzprinzips, die es nun zu präzisieren gilt.

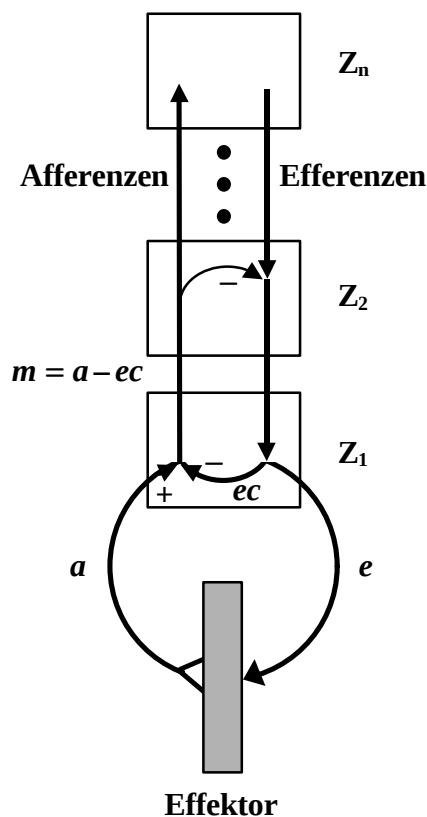


Bild 2 Schema des Reafferenzprinzips

Bild 2 zeigt das Schema des Reafferenzprinzips: Ein Effektor, etwa ein Muskel, wird von einem übergeordneten Zentrum Z_1 motorisch und sensorisch versorgt, dem selbst wieder weitere Zentren Z_2 bis Z_n übergeordnet sind. Eine von höheren Zentren, z.B. Z_2 , absteigende Efferenz e wird einerseits als Efferenzkopie ec zwischengespeichert und verursacht andererseits über den Effektor und die entsprechenden Propriozeptoren und Sinnesorgane eine zugehörige afferente Rückmeldung a an das erste Zentrum Z_1 . Dort wird die Afferenz mit der Efferenzkopie verglichen und die Abweichung $m = a - ec$ an höhere Zentren wie Z_2 weitergeleitet. Diese aufsteigende Meldung m kann - aber muß nicht - in Z_2 zur Ausregelung der Abweichung durch geeignete efferente Signale im Sinne einer negativen Rückkopplung benutzt werden. In diesem Falle wird das System von Z_2 abwärts sich selbst im Gleichgewicht halten, es ist ein homöostatisches System: Die Efferenz wird so lange verändert, bis keine Meldung mehr von Z_1 weitergeht. Hier zeigt sich bereits einer der Vorteile des Reafferenzprinzips: die enorme Ersparnis an höheren Kommandoimpulsen.

Mit Hilfe des Reafferenzprinzips konnten von Holst und Mittelstaedt (1950) zeigen, daß die Reflexhemmungshypothese bei aktiven Bewegungen überflüssig ist.

2.2. Eigenes und Fremdes: Trennung der Afferenzen

Die *Reafferenz* ist der Anteil der Afferenz, deren Ursache eine (selbsterzeugte) Efferenz ist. Eine Afferenz, die nicht direkte Folge einer Efferenz ist, sondern durch äußere Einwirkungen entsteht, heißt *Exafferenz*. Das ist genau der Rest, die Meldung m , die nach oben weiterläuft. Die Afferenz setzt sich also aus Reafferenz und Exafferenz zusammen:

$$\text{Afferenz} = \text{Exafferenz} + \text{Reafferenz} \quad (1)$$

Die Efferenzkopie neutralisiert die Reafferenz, indem sie von der Afferenz subtrahiert wird. Dadurch wird der Eigenanteil an den Wahrnehmungsänderungen herausgerechnet. Die übrigbleibende Exafferenz wird an höhere Zentren weitergemeldet und dort weiterverarbeitet, etwa zu Regelungszwecken:

$$\text{Meldung} = \text{Afferenz} - \text{Efferenzkopie} = \text{Exafferenz} \quad (2)$$

Mit dieser Modellvorstellung konnte nun weiterhin erklärt werden, warum Hühner beim Laufen mit dem Kopf nicken, der sogenannte Kopfnystagmus bei Hühnern (Kalveram & Merz 1976): Während ca. 70% der für eine vollständige Schrittfolge benötigten Zeit ist der Kopf des Huhns relativ zur Umgebung fixiert, d.h. in Ruhe (Fixationsphase). In den verbleibenden 30% des Zyklus streckt es den Kopf ruckartig nach vorne (Nystagmusphase), so daß die Umwelt in der folgenden nächsten Fixationsphase wieder stabil bleibt. Das Hühn-gehirn weiß, daß es die Wahrnehmungsänderungen, also die ruckartigen Verschiebungen des Bildes auf der Retina während der Nystagmusphasen, durch seine efferenten Nystagmuskommandos an die Halsmuskulatur selbst erzeugt hat, so daß deswegen kein Grund zur Beunruhigung besteht. Das Festhalten des Blickfeldes zwischen den Nystagmusphasen geschieht wieder „reflektorisch“ mit dem oben erwähnten optomotorischen Reflex im Sinne einer Regelung. Die nötige Efferenz hierfür wird im Schema des Reafferenzprinzips im Zentrum Z_2 berechnet.

Beim Blick aus dem Eisenbahnfenster, wenn die Landschaft vorüberzieht, geschieht ähnliches: Die Augen gehen durch den optomotorischen (= optokinetischen) Reflex mit der Landschaft mit, um dann immer wieder schnelle rückwärtige Bewegungen zu machen (optomotorischer Nystagmus, Sakkaden). Die Augenposition in Abhängigkeit von der Zeit ist im wesentlichen eine Sägezahnfunktion. Auch hier weiß das ZNS wieder, daß die Verschiebung des Bildes auf der Retina während der Sakkade durch eigene Efferenzen an die Augenmuskeln selbst verursacht ist. Diese ruckartigen Bildverschiebungen hindern den Organismus auch hier dank des Reafferenzprinzips nicht daran, die Umwelt als gleichmäßig bewegt wahrzunehmen. Im Gegenteil: Das Reafferenzprinzip hilft ihm, Geschwindigkeiten abzuschätzen, indem eine Kopie der in Z_2 für den optomotorischen Reflex berechneten Efferenzen nach oben weitergemeldet wird. Optomotorischer Reflex und optomotorischer Nystagmus arbeiten hier Hand in Hand.

Kneift man andererseits ein Auge zu und bewegt mit dem Finger den anderen Augapfel, ist es vorbei mit der stabilen Wirklichkeit (Helmholtz-Versuch): Für das Augensystem fehlt eine entsprechende Efferenz und infolgedessen ist die so erzeugte Afferenz fremd, also Exafferenz. Diese Exafferenz führt zu Scheinbewegungen der Umwelt, da sie nicht durch eine zugehörige Efferenzkopie neutralisiert wird. Daß man deswegen nicht gleich an ein Erdbeben glaubt, liegt an einer Efferenzkopie zweiter oder höherer Ordnung: Man weiß ja, daß man selbst am eigenen Augapfel wackelt, daß der Effekt letztlich doch selbsterzeugt

ist. Es ist natürlich denkbar, daß diese Scheinbewegungen der Umwelt nicht auftreten, wenn wir „von Kindesbeinen an fleißig an unseren Augäpfeln wackeln“ (Schmit 1989).

Das Wesentliche am Reafferenzprinzip ist also die Rolle der durch eine aktive Willkürbewegung verursachten Reafferenz: Die selbstverursachten afferenten Signale werden bei aktiver Bewegung durch Efferenzkopien neutralisiert. Nur die von passiven Bewegungen erzeugte Afferenz, die Exafferenz, wird weitergeleitet. Ein Organismus, der nach dem Reafferenzprinzip arbeitet, trifft damit die fundamentale Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden im sensumotorischen Bereich.²

Allgemeiner können Änderungen der Wahrnehmung eines Organismus zwei verschiedene Ursachen haben (Kalveram & Merz 1976): Insoweit sie die Folge von Änderungen in der Umwelt des Organismus sind, kann ihre Analyse Aufschluß über diese Umwelt geben. Sie können aber auch auf die Aktivität des Organismus zurückgehen; dann kann ihre Analyse Aufschluß über den Organismus selbst geben. Signale, die auf Fremdeinwirkung zurückgehen, werden *allochthone* Signale oder *Fremdsignale* genannt, die selbstverursachten *autochthone* Signale oder *Eigensignale* (autochthon = alteingesessen, an Ort und Stelle entstanden; allochthon = anders, fremdverursacht). Da auf beide Signalarten in der Regel grundsätzlich verschieden reagiert werden muß, ist ihre Unterscheidung für den Organismus lebenswichtig. So ist es für ein Lebewesen z.B. wichtig zu unterscheiden, ob ein Gegenstand sich ihm nähert oder es sich diesem Gegenstand nähert. Eigensignale und Fremdsignale mischen sich in den Sinnesorganen und müssen vom ZNS wieder getrennt werden. Fremdsignale in der Wahrnehmung erkennt der Organismus am leichtesten bei motorischer Ruhe (Orientierungsreflex), den Eigenanteil z.B. bei rhythmischen Bewegungen (Kalveram & Merz 1976). Letzteres ist insbesondere bei motorischen Lernvorgängen von Bedeutung (Kalveram 1981).

Ein Organismus gewinnt mit Hilfe des Reafferenzprinzips die Konstanz seiner objektiven Umgebung. Damit wird ein effektives Verhalten des Organismus in dieser Umgebung erleichtert. Durch eine Zerlegung der Afferenzen in Exafferenz und Reafferenz erwirbt der Organismus die Fähigkeit zur Unterscheidung zwischen fremdverursachten und eigenverursachten Wahrnehmungen, zwischen Aktiv und Passiv. Das dadurch entstehende „sensumotorische Selbst“ (Kalveram 1981) kann als Grundlage der Subjekt-Objekt-Spaltung angesehen werden (vgl. 5.1.).

Die bisherige Originalfassung des Reafferenzprinzips in Bild 2 enthält drei wesentliche Probleme, die in den folgenden Abschnitten genauer diskutiert werden:

- Es gibt keinen einfachen Zusammenhang zwischen Efferenzen und Afferenzen (Bernstein 1967). Der Vergleich der Afferenzen mit der Efferenzkopie kann im allgemeinen nicht über eine einfache Subtraktion erfolgen.
- Die Zentren Z_1 und Z_2 in Bild 2 bilden eine eigene geschlossene Schleife mit insgesamt positiver Rückkopplung. Das bringt Stabilitätsprobleme für das Gesamtsystem mit sich, z.B. für einen Regler in Z_3 (Varjú 1990).
- Die Reflexe, sofern sie in Bild 2 als Regelungsprozesse interpretiert werden, laufen in unphysiologischer Weise über ein höheres Zentrum (hier: Z_2).

² Der körpereigenen Immunabwehr stellt sich ein analoges Problem: Sie darf nur als fremd erkannte Zellen bekämpfen.

2.3. Vorwärtsmodelle vs inverse Modelle

Mit den Abkürzungen a = Afferenz, a_{ex} = Exafferenz, a_{re} = Reafferenz, ec = Efferenzkopie und m = Meldung an höhere Zentren kann das Reafferenzprinzip in der Form (1) und (2) kürzer aufgeschrieben werden (vgl. Bild 2):

$$a = a_{\text{ex}} + a_{\text{re}} \quad (1)$$

$$m = a - ec = a_{\text{ex}} \quad (2)$$

Bei der mathematischen Modellierung zeigt sich hier ein Problem mit der Voraussetzung der Reafferenzlöschung $ec = a_{\text{re}}$. Zum Beispiel läßt sich die retinale Bildverschiebung bei einer aktiven Kopfbewegung bzw. die entsprechende Afferenz nicht ohne weiteres mit den efferenten Signalen an die Augen- und Halsmuskulatur vergleichen. Efferenz und Afferenz gehören zwei verschiedenen Räumen an und müssen erst ineinander umgerechnet werden. Insbesondere in technischen Anwendungen macht sich die Verschiedenheit der Dimension der beiden Größen bemerkbar: Efferenz ist z.B. ein Drehmoment an einem Gelenk oder eine entsprechende Spannung. Afferenz hingegen wäre dann eine Winkelposition oder Winkelgeschwindigkeit. Daß alle physikalischen Größen in Spannungen oder Zahlen codiert sind, ändert nichts an dem grundsätzlichen Problem: Es gibt keinen *einfachen* Zusammenhang zwischen diesen Größen (Bernstein 1967). Der Zusammenhang zwischen Efferenzen und Afferenzen kann durch dynamische Systemmodelle des dazwischenliegenden Effektors beschrieben werden.

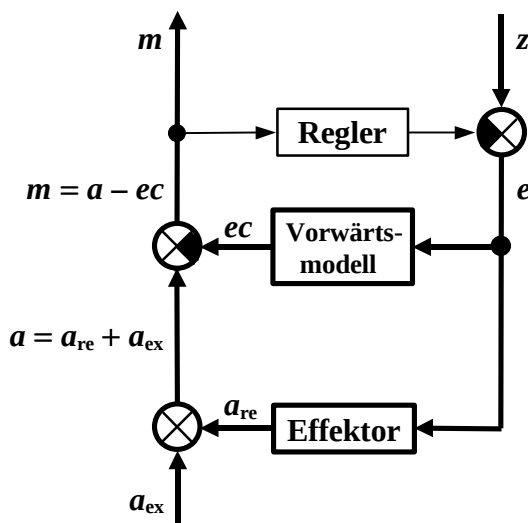


Bild 3 Reafferenzprinzip mit Vorwärtsmodell

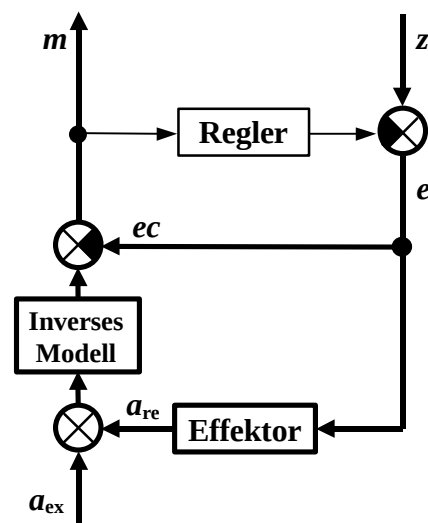


Bild 4 Reafferenzprinzip mit inversem Modell

Die naheliegendste Möglichkeit ist die, in den Efferenzkopiezweig ein Vorwärtsmodell des Effektors einzubauen (Bild 3), um die Efferenz e (quasi während der Speicherung) in die erwartete Reafferenz $ec = a_{\text{re}}$ umzurechnen, die dann von der gesamten Afferenz abgezogen werden kann. Summierer sind durch Kreise dargestellt; schwarze Segmente bedeuten Minuszeichen. Die Reafferenzlöschung wird also durch eine Vorhersage der sensorischen Konsequenzen efferenter Signale erzielt.³ Als Meldung m wird wiederum nur noch

³ Hein und Held (1962) erweitern das Reafferenzprinzip um eine „correlation storage“, die eine solche Vorhersage erlaubt und als Vorwärtsmodell des Effektors angesehen werden kann. Hershberger und Misceo (1983) geben andererseits einige experimentelle Hinweise im Zusammenhang mit Gewichtstauschungen, daß die correlation storage kein notwendiger Bestandteil eines sensumotorischen Modells ist.

die Exafferenz nach oben weitergeleitet: $m = a_{\text{ex}}$. Diese Abweichung von der auf ein Kommando z von höherer Seite hin erwarteten Wahrnehmung kann ggf. für einen Regelkreis mit negativer Rückkopplung genutzt werden.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, den Vergleich mit der Efferenzkopie im Raum der Efferenzen stattfinden zu lassen (Bild 4). Dazu wird auf der Seite der Afferenzen ein *inverses* Modell des Effektors eingebaut, d.h. ein Modell, in dem Eingang und Ausgang vertauscht sind. Ein Vorwärtsmodell reagiert auf Efferenzen genauso wie der Effektor selbst und berechnet so zu gegebenen Efferenzen die daraufhin zu erwartenden Reafferenzen (Bild 3). Durch das inverse Modell werden nun umgekehrt die (tatsächlichen) Afferenzen in die entsprechenden Efferenzen umgerechnet, die dann direkt mit der Efferenzkopie verrechnet werden können (Bild 4). Die Meldung m an höhere Zentren besteht auch hier wieder nur aus dem Fremdanteil der Afferenz, jetzt aber in „Efferenzkoordinaten“.

Wenn zur Verarbeitung der Exafferenzen jeweils ein Regler angenommen wird (dünne Linien in Bild 3 und 4), liegt in beiden Fällen ein konventioneller Regelkreis mit einem zusätzlichen Zweig für die Efferenzkopie vor. Der Efferenzkopiezweig eliminiert reafferente Meldungen an höhere Zentren während aktiver Bewegungen und sichert so die Stabilität der Wahrnehmung.

In einer älteren Modellvorstellung wird angenommen, daß das ZNS für die Wahrnehmung ein Vorwärtsmodell und für Aktivitätsphasen ein inverses Modell braucht (Kalveram 1981). Es zeigt sich jedoch, daß das ZNS von seinem Organismus lediglich ein inverses Modell braucht (vgl. Kalveram 1990 & 1991b). Hier folgt nun eine genauere Untersuchung dieses Problems.

2.4. Die Reafferenzbedingung

Die Verwendung von Vorwärtsmodellen oder inversen Modellen stellt nur zwei Extreme eines ganzen Kontinuums von Möglichkeiten zur Realisierung des Reafferenzprinzips dar. Die einzige Bedingung, die erfüllt sein muß, ist die, daß es genau dann keine Meldung an höhere Zentren geben darf, wenn keine Exafferenzen vorliegen. Diese Bedingung gilt unabhängig vom inneren Aufbau der zur konkreten Realisierung des Reafferenzprinzips verwendeten Blockschaltbilder und wird hier als *Reafferenzkriterium* abstrahiert:

$$a_{\text{ex}} = 0 \Leftrightarrow m = 0 \quad (3)$$

Bild 5 zeigt ein allgemeineres Schaltbild zur Realisierung des Reafferenzprinzips mit einem Effektor G und weiteren Übertragungsgliedern G_1 und G_2 sowie einem Regler G_3 (Varjú 1990). Dieses Diagramm wird durch die folgenden Gleichungen beschrieben:

$$e = z - G_3 m \quad (4)$$

$$a = a_{\text{ex}} + a_{\text{re}} = a_{\text{ex}} + G e \quad (5)$$

$$m = G_2 a - G_1 e \quad (6)$$

Um eine Input-Output-Beziehung für das Gesamtsystem, d.h. zwischen zentralem Kommando z und Meldung m zu erhalten, werden die inneren Variablen e und a eliminiert. Gleichungen (4) und (5) in (6) eingesetzt ergibt:

$$m = G_2 (a_{\text{ex}} + G (z - G_3 m)) - G_1 (z - G_3 m) \quad (7)$$

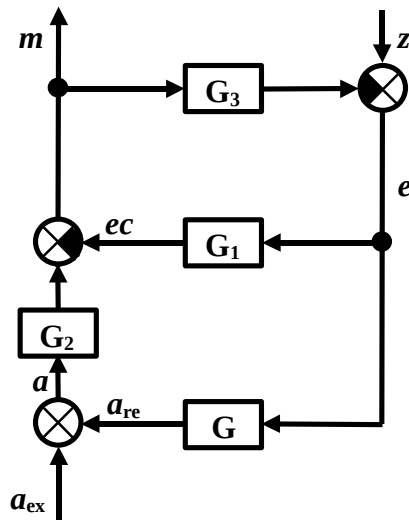


Bild 5 Interaktive Efferenzkopie: Eigenbewegungen

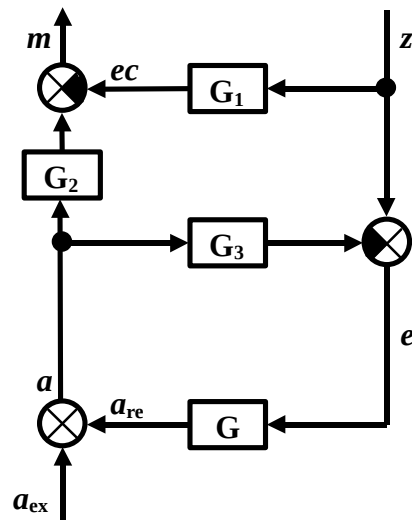


Bild 6 Nichtinteraktive Efferenzkopie: Eigenreflexe

Ist die Reafferenzbedingung (3) erfüllt, vereinfacht sich Gleichung (7) mit einer Exafferenz $a_{ex} = 0$ und einer Meldung $m = 0$ zu

$$G_1 z = G_2 G z \quad (8)$$

Da diese Bedingung für beliebige zentrale Kommandos z gelten soll, folgt sofort

$$G_1 = G_2 G \quad (9)$$

Hieran zeigt sich, daß bis auf diese Bedingung zunächst noch eine große Wahlfreiheit bezüglich der Systemmodelle besteht: Man hat eine Gleichung für zwei Operatoren G_1 und G_2 , kann also einen frei wählen und der jeweils andere ist dann durch Gleichung (9) festgelegt. In diesem Rahmen sind beliebige Mischungen aus Vorwärts- und inversen Modellanteilen möglich. Die Schemata in Bild 3 und Bild 4 sind in Gleichung (9) und Bild 5 als Spezialfälle enthalten, wobei im zweiten Fall die Existenz und Berechenbarkeit einer Inversen G^{-1} des Operators G vorausgesetzt wird:

Reafferenzprinzip mit	Reafferenzbedingung (9)
Vorwärtsmodell (Bild 3)	$G_2 = 1 \Rightarrow G_1 = G$
inversen Modell (Bild 4)	$G_1 = 1 \Rightarrow G_2 = G^{-1}$

Aufgrund der bestehenden Wahlfreiheit kann sich die Modellierung des Reafferenzprinzips ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf einen dieser Extremfälle mit nur einem Übertrager in der Reafferenzschleife konzentrieren.⁴ Die allgemeine Präferenz für inverse Modelle in der Sensumotorik hat folgende Gründe, die später noch deutlicher werden:

- Sensorische Ziele müssen in motorische Kommandos umgerechnet werden. Dazu wird ohnehin ein inverses Systemmodell erforderlich. Das inverse Modell in Bild 4 (bzw. G_2 in Bild 5) kann, ohne daß sich etwas wesentliches ändert, von der Seite der Afferenzen auf

⁴ Darlot et al. (1996) zeigen sogar mit Hilfe eines Tricks aus der analogen Schaltungstechnik, daß sich die Funktion jedes inversen Modells durch eine funktional äquivalente Schaltung mit dem entsprechenden Vorwärtsmodell realisieren läßt und umgekehrt. Dies ist jedoch ohne weiteres nur möglich bei gleicher Dimension des Eingangs- und Ausgangsraums des betrachteten Bausteins.

die Seite der Efferenzen direkt vor den Effektor verschoben werden, damit es diesen Zweck erfüllt (vgl. Bild 7).

- Für technische Anwendungen, z.B. in der Robotik, zeigt sich, daß das inverse Modell eines Roboters einfacher zu berechnen ist: Während das Vorwärtsmodell die Integration von Differentialgleichungen erfordert, beruht das inverse Modell auf algebraischen Operationen.

Der Regler G_3 taucht in der Reafferenzbedingung (9) nicht mehr auf. Da die Regelschleife über dem Zweig für die Efferenzkopie liegt, beeinflußt sie den Efferenzkopiezweig nicht. Umgekehrt beeinflußt der Efferenzkopiezweig aber den Regler (interaktive Efferenzkopie): Die negative Rückkopplungsschleife via G_3 bildet mit dem Efferenzkopiezweig eine eigene geschlossene Schleife mit insgesamt positiver Rückkopplung. Varjú (1990) analysierte diesen Schaltkreis (Bild 5) mit linearen Übertragungsgliedern⁵ und fand heraus, daß er schnell instabil wird, wenn das inverse Modell nicht ganz exakt ist (vgl. 2.9.1.). Daraufhin schlug er vor, die beiden Schleifen zu vertauschen, d.h. die Reafferenzschleife mit der Feedbackschleife, so daß der Efferenzkopiezweig mit G_1 den Regelkreis mit G_3 nicht mehr beeinflußt (Bild 6: nichtinteraktive Efferenzkopie). Diese Möglichkeit wurde bereits von Holst und Mittelstaedt (1950) diskutiert.

2.5. Eigenreflexe

Das ursprüngliche Schema des Reafferenzprinzips (Bild 2 bzw. 5) ist aus physiologischer Sicht abzulehnen, weil es die Reflexe nicht angemessen berücksichtigt. Bild 6 zeigt ein alternatives Schema, bei dem die Funktionen der Zentren Z_1 (Reafferenz durch Efferenzkopie neutralisieren) und Z_2 (eventuelle Regelung) im Vergleich zu Abb 5 vertauscht sind (Varjú 1990): Bei den Eigenreflexen eines Muskels läuft das Signal direkt vom sensorischen zum motorischen Neuron (in Bild 6 über G_3) ohne Teilnahme einer Efferenzkopie und ohne Verrechnung an höherer Stelle. Ein innervierter Muskel reagiert nach dieser Modellvorstellung auf eine plötzliche Belastung so, daß die Belastung wie von einer Feder ausgeglichen wird. So hält sich ein Organismus schon allein durch muskuläre Selbstregelung im Gleichgewicht (Holst & Mittelstaedt 1950). Das ZNS bräuchte demnach nur eine Sollposition oder Sollbewegung vorzugeben, die von den Eigenreflexen gegen äußere Störungen durchgesetzt wird. Auch hier ergibt sich eine enorme Ersparnis an höheren Kommandoimpulsen.

Diese Idee einer muskulären Regelung wurde später unter Ignorierung des Reafferenzprinzips als *Equilibrium-Point Hypothese* (Feder-Masse-Modell der Muskulatur) formuliert, wo zusätzlich noch die Steifigkeit der Feder verändert werden kann (Feldman 1974 & 1986). Die *Equilibrium-Point Hypothese* wurde zur *Equilibrium-Trajectory Hypothese* weiterentwickelt (Hogan 1982, Hinton 1984, Bizzi et al. 1984, Feldman 1986, Massone & Bizzi 1989): Der Gleichgewichtspunkt der muskulären Federn bewegt sich immer kurz vor der aktuellen Armposition. Das sich daraus ergebende Ungleichgewicht bewegt den Arm.

Varjú wies (1990) an linearen Modellsystemen nach, daß die Anordnung in Bild 6 mit dem Regelkreis als innerer Schleife bessere Stabilitätseigenschaften aufweist als das ur-

⁵ Bislang wurden hier noch keine Annahmen über die Linearität des Systems benutzt, die G_i könnten auch allgemeinere Operatoren sein.

sprüngliche Schema des Reafferenzprinzips (Bild 2 bzw. 5), weil der Efferenzkopiezweig jetzt außerhalb des Regelkreises liegt und die positive Rückkopplungsschleife mit G_1 und G_3 nicht mehr auftritt.

Der Preis für die bessere Stabilität und höhere Fehlertoleranz wird nun wieder an der anderen Stelle gezahlt: Der Regler G_3 wirkt in Bild 6 seinerseits auf die Reafferenzbedingung, was er in Bild 5 gerade nicht tat. Das Verschaltungsschema in Bild 6 kann mit einer analogen Rechnung wie für Bild 5 analysiert werden. Die Reafferenzbedingung lautet jetzt für lineare Übertrager:

$$G_1 = G_2 G / (1 + G_3 G) \quad (10)$$

Im Gegensatz zur Reafferenzbedingung (9) für das Schaltbild in Bild 5 enthält Gleichung (10) auch G_3 . Das höhere Zentrum, daß die Efferenzkopie verrechnen soll, „sieht“ in Bild 6 nur einen *geschlossenen* Regelkreis, dessen Übertragungsfunktion durch $G / (1 + G_3 G)$ gegeben ist. Für diesen geschlossenen Regelkreis verlangt die Reafferenzbedingung ein Vorwärtsmodell G_1 (für $G_2 = 1$) oder ein inverses Modell G_2 (für $G_1 = 1$). Auch hier sind wieder Mischformen möglich. In allen Fällen hängt das Verhalten der Reafferenzschleife von der Auslegung des Reglers G_3 ab. Wenn nun nach der Equilibrium-Point Hypothese das ZNS zusätzlich noch die Steifigkeit – allgemeiner: die Impedanz – seiner Muskeln variabel einstellen kann, ändert sich damit jeweils auch das benötigte inverse Modell G_2 bzw. das Vorwärtsmodell G_1 . Da das ZNS die aktuelle Einstellung der Muskelimpedanzen kennt, könnte es das inverse Modell jeweils entsprechend verändern. Diese Möglichkeit ist also denkbar, aber komplizierter als bei einer nichtinteraktiven Efferenzkopie.

Varjú (1990) vermeidet weitgehend die Interpretation der einzelnen Übertragungsglieder als Systemmodelle; insbesondere unterscheidet er nicht zwischen Vorwärtsmodellen und inversen Modellen. Und in der Tat ist ja wegen der möglichen „Verschmierung“ der Transformationen auf mehrere Subsysteme in den beiden Schleifen diese Interpretation zunächst sehr willkürlich. Man könnte sich sogar wieder auf den Standpunkt stellen, daß die Reafferenzbedingung (10) einfach eine Bedingung für drei Übertragungsglieder G_1 bis G_3 darstellt, deren Interpretation als Vorwärtsmodell, inverses Modell oder Regler sowie die Benennung der entsprechenden Schleifen weder festgelegt noch überhaupt notwendig ist. Es wird lediglich die Erfüllung der Reafferenzbedingung (3) sowie eine ausreichende Stabilität des Gesamtsystems verlangt. Ansonsten können die drei Anteile *Vorhersage*, *Inversion* und *Regelung* im Prinzip über den ganzen Schaltkreis verschmiert liegen, ohne daß sich an der *observablen Gesamtfunktion* etwas wesentliches verändern muß. Das bedeutet für die Modellierung des Reafferenzprinzips eine weitere Willkür. Andererseits ermöglicht gerade diese Willkür die Freiheit der Wahl, aus einer ganzen Äquivalenzklasse von möglichen Modellsystemen eine bequeme Modellvorstellung herauszusuchen, die besonders einfach und auch für praktische Anwendungen handhabbar ist.

Da *Vorhersage*, *Steuerung* und *Regelung* wichtige konzeptionelle Werkzeuge für einen außenstehenden Beobachter sind, erscheint es sinnvoll, diese Anteile im *Modell* sauber zu trennen, obwohl sie nicht getrennt zu sein *brauchen*. Im folgenden wird sich zeigen, daß die Unterscheidung zwischen *Eigenem* und *Fremden* im Bereich der Sensumotorik der Unterscheidung zwischen *Steuerung* und *Regelung* in der modernen Regelungstheorie entspricht. Für einen klassischen (nichtadaptiven) Regler sind alle Afferenzen fremd, während eine Steuerung die Eigensignale berücksichtigen und *steuern* kann, notfalls auch ohne Rückkopplung (vgl. 2.9.2.).

Zusammenfassend gilt für die Wechselbeziehung zwischen Sensorik und Motorik aus Sicht des Reafferenzprinzips: Motorische Wirkungen haben sensorische Folgen, die Reafferenz. Und sensorische Wirkungen *können* motorische Folgen haben, z.B. Reflexe, müssen sie aber nicht. Das war der von Holst und Mittelstaedt (1950) kritisierte Kurzschluß in der klassischen Reflexlehre, die den Organismus zu einer trivialen Maschine degradiert (von Foerster 1981).

Es gilt (für intakte Sensorik):
aber nicht notwendigerweise:

Bewegung $\Rightarrow$ *Wahrnehmungsänderung*,
Wahrnehmungsänderung $\Rightarrow$ *Bewegung*.

2.6. Modellbasierte Feedforward-Kontrolle

Die Schwierigkeiten mit der Wechselwirkung zwischen Regler und inversem Systemmodell (Bild 5 und 6) lassen sich buchstäblich umgehen, wenn man die beiden Schleifen nicht wie bisher hierarchisch, sondern parallel arbeiten läßt. Das Modell des Reafferenzprinzips darf in dieser Weise verändert werden, solange das Reafferenzkriterium (3) erfüllt und hinreichende Stabilität gewährleistet ist.

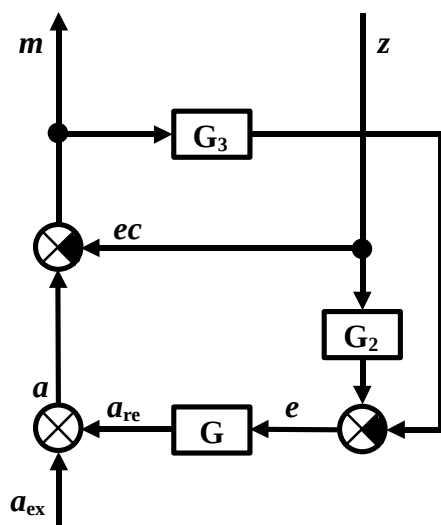


Bild 7 Feedforward-Kontrolle

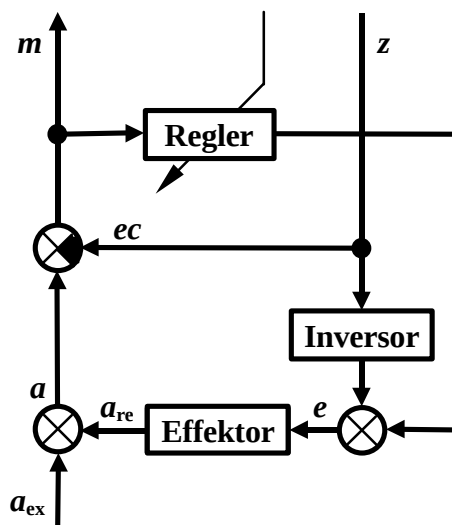


Bild 8 Feedforward-Kontrolle mit variabler Impedanz

Bild 7 zeigt eine von verschiedenen Möglichkeiten, die eine Synthese aus Bild 5 und 6 darstellt. Dieses Kontrollschema heißt in der nichtlinearen Regelungstheorie *Feedforward-Kontrolle*, weil der Sollwert z hier nicht nur – wie in der klassischen Regelungstechnik – mit dem Istwert verglichen wird, sondern auch über ein inverses Modell des Effektors, in Bild 8 kurz *Inversor* genannt, direkt in den Effektor eingekoppelt wird, hier zunächst ohne Rückkopplung, d.h. in einer reinen Vorwärtskopplung (z.B. Raibert 1976, Horn & Raibert 1977, Patzelt 1981, Kuntze 1984). Der klassische Feedback-Regelkreis wird also um eine Feedforward-Komponente erweitert, die auf einem inversen Modell $G_2 = G^{-1}$ des zu kontrollierenden Systems G basiert. In der Robotik wurde hierfür der Begriff *Model-Based Control* eingeführt (z.B. Tourassis 1987).

Aus dem Vergleich von Afferenz und Efferenzkopie wird in diesem Modell (Bild 7) der aus der Regelungstechnik bekannte Sollwert-Istwert-Vergleich: z ist der Sollwert, a der Istwert und die Meldung $m = a - z$ wird zur Regelabweichung. Das inverse Systemmodell ist auf die Efferenzseite verlegt, so daß beide Schleifen nun völlig unabhängig voneinander arbeiten. Die Efferenzkopie wird jetzt nicht mehr von der Efferenz e an den Effektor, sondern von der Efferenz z des höheren Zentrums angelegt. Die Verrechnung findet also zwischen Input und Output des abgebildeten Gesamtsystems statt. Die Verschaltung in Bild 7 wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$e = G_2 z - G_3 m \quad (11)$$

$$a = a_{\text{ex}} + a_{\text{re}} = a_{\text{ex}} + G e \quad (12)$$

$$m = a - z \quad (13)$$

Gleichung (11) in (12) und das Ergebnis in (13) eingesetzt ergibt wieder die Elimination der inneren Variablen e und a :

$$m = G(G_2 z - G_3 m) + a_{\text{ex}} - z \Rightarrow (1 + G G_3) m = (G G_2 - 1) z + a_{\text{ex}} \quad (14)$$

Diese Gleichung ist im Vergleich mit der entsprechenden Gleichung (7) für Bild 5 etwas einfacher. Die Reafferenzbedingung behält die einfache Form der Gleichung (9) mit $G_1 = 1$: Mit $a_{\text{ex}} = 0$ und $m = 0$ reduziert sich Gleichung (14) wieder auf

$$G G_2 = 1 \Rightarrow G_2 = G^{-1} \quad (15)$$

G_2 muß also wieder ein inverses Systemmodell sein. Der Regler G_3 taucht nicht auf in der Reafferenzbedingung; die Regelschleife stört also nicht den Efferenzkopiezweig, wie es in Bild 6. der Fall war. Umgekehrt wird auch der Regelkreis nicht direkt vom Efferenzkopiezweig beeinflusst; das war der Nachteil in Bild 5.

Durch die Trennung der beiden Schleifen läßt sich die Equilibrium-Point Hypothese mit ihrer Regelung direkt am Muskel zwanglos und ohne störende Wechselwirkung mit der Efferenzkopie in das Modell integrieren, wenn zusätzlich eine veränderliche, von höheren Zentren vorgebbare Steifigkeit des Muskels angenommen wird, allgemeiner: eine *Impedanzregelung* (Benati et al. 1980, Hogan 1982, Gomi & Kawato 1993), die in Bild 8 durch den dünnen Pfeil angedeutet ist.

Auch hier könnte wieder ebenso gut mit Vorwärtsmodellen oder Mischformen gearbeitet werden. Die in Bild 7 gezeigte Anordnung hat aber den weiteren Vorteil, daß perzeptive Ziele durch das inverse Modell direkt in motorische Kommandos übersetzt werden. Auf diese Weise können z.B. schnelle ballistische Gliedmaßenbewegungen auch ohne sensorische Information über den Systemzustand stattfinden, also open loop, wenn in höheren Zentren entsprechende motorische Programme vorliegen (vgl. 2.8.).

Während der Organismus die Trennung zwischen Eigen- und Fremdanteilen erst selbst erlernen muß, wird diese Unterscheidung in der Regelungstechnik als methodisches Instrument benutzt. Dort unterscheidet ein äußerer Beobachter zwischen Führungs- und Störverhalten eines Regelsystems (Meyr 1992).

2.7. Aktion und Reaktion: Führungs- und Störverhalten

Das *Störverhalten* eines Kontrollsystems ergibt sich als Reaktion auf eine äußere Störung a_{ex} bei konstantem Sollwert z (Halteregelelung). Mit $z = 0$ folgt aus Gleichung (14) sofort $m = -G G_3 m + a_{\text{ex}}$ unabhängig von G_2 . Für $z = \text{const.}$ ist der Einfluß des Efferenzkopie-zweigs auf das Störverhalten konstant.

Das *Führungsverhalten* des Systems ergibt sich als Reaktion auf eine Sollwertänderung in Abwesenheit von äußeren Störungen, d.h. $a_{\text{ex}} = 0$ (Folgeregelelung, Tracking). Wenn das inverse Modell exakt ist, d.h. $G_2 = G^{-1}$, ist das Führungsverhalten ideal: Aus $a_{\text{ex}} = 0$ folgt wegen der Reafferenzbedingung (3) sofort $m = 0$. Damit reduziert sich Gleichung (14) wieder auf $G G_2 z = z$ und der Istwert $a = G G_2 z = z$ folgt dann dem Sollwert z , unabhängig von der Regelung, also idealerweise auch ganz ohne Regelung. Zusammengefaßt:

	<i>ist definiert als Reaktion auf</i>	<i>also auf</i>	<i>ist wichtig für</i>
<i>Führungsverhalten</i>	Sollwertänderungen mit $a_{\text{ex}} = 0$	Eigenes	Folgeregelelung
<i>Störverhalten</i>	äußere Störung mit $z = \text{const.}$	Fremdes	Halteregelelung

Die Trennung der Afferenzen im Reafferenzprinzip hat demnach als Entsprechung in der modernen Regelungstheorie die Trennung zwischen Führungs- und Störverhalten, die eine Aufspaltung des Kontrollsignals in eine Feedforward- und eine Feedback-Komponente ermöglicht. Der Feedforward-Anteil, $G_2 z$ in Gleichung (14), beruht auf einem inversen Systemmodell, welches das Eigene repräsentiert, während der Error-Feedback-Anteil $G_3 m$ nur noch die Regelung unvorhergesehener Störungen, also des Fremden, und den Ausgleich von Modellfehlern übernimmt. Die beiden Komponenten des Kontrollsignals verarbeiten die beiden verschiedenen Wahrnehmungsanteile und sind so für die verschiedenen Anteile des Verhaltens zuständig. Handlungen lassen sich dementsprechend in Aktionen und Reaktionen unterteilen. Zusammenfassend ergeben sich folgende Aufspaltungen in Eigen- und Fremdanteile:

	<i>Eigenes</i>	<i>Fremdes</i>
<i>Wahrnehmung</i>	Eigensignal	Fremdsignal
<i>Wirkung</i>	allochthon	autochthon
<i>Zustand</i>	aktiv	passiv
<i>Afferenz</i>	Reafferenz	Exafferenz
<i>Kopplung</i>	Feedforward	Feedback
<i>Kontrolle</i>	Steuerung	Regelung
<i>Verhalten</i>	Führungsverhalten	Störverhalten
<i>Handlung</i>	Aktion	Reaktion

Insoweit handelt es sich um eine Neuformulierung von Model-Based Control, das durch das Reafferenzprinzip weiter in der Biokybernetik verankert wird. Der Eigenanteil an der Afferenz wird kompensiert. Jeweils übergeordnete Zentren brauchen nur noch die Differenz zwischen Reafferenz und Efferenzkopie, d.h. die Exafferenz zu verarbeiten. Eine verstellbare Impedanz des Reglers erlaubt es, auf das Fremde flexibel zu reagieren, mal nachgiebiger, mal unnachgiebiger.

Zusammenfassend hat das Schema in Bild 8 zur Realisierung des Reafferenzprinzips mit zusätzlicher Impedanzregelung für technische Anwendungen folgende Vorteile:

- Es werden nur inverse Systemmodelle benötigt, keine Vorwärtsmodelle, um die Efferenzkopie mit der Afferenz verrechnen zu können.
- Da keine direkten Wechselwirkungen zwischen Reglerschleife und Efferenzkopiezweig vorkommen, kann durch Variation der Aktuatorimpedanz das Verhalten gegenüber äußeren Störungen, dem Fremden, idealerweise getrennt von den Eigeneffekten eingestellt werden. Insbesondere sind die Stabilitätseigenschaften der Einzelschleifen entkoppelt.
- Sensorische Ziele, die von höheren Zentren vorgegeben werden, können durch das *efferenzseitige* inverse Modell direkt in motorische Kommandos transformiert werden. Das inverse Modell kann also in dieser Anordnung gleich zwei Aufgaben erfüllen.

2.8. Zentrale Mustergenerierung und propriozeptive Rückmeldung

Jedes höhere Zentrum verfolgt ein perzeptives Ziel und bekommt von niederen Zentren Auskunft über die Abweichungen von diesem Ziel. Damit dieses Ziel verwirklicht werden kann, d.h. die gewünschte Wahrnehmungsänderung herbeigeführt wird, muß dieses Ziel in entsprechende motorische Kommandos umgesetzt werden. Hierfür ist ein inverses Systemmodell erforderlich. Um einen Sollzustand der Wahrnehmung selbst herbeiführen zu können, wird zunächst eine explizite Berechnung einer Sollbewegung zum Ziel hin angenommen, d.h. eine Solltrajektorie oder allgemeiner: ein Bewegungsmuster. Eine Folge von efferenten Impulsen, welche auf diese Weise mit einer perzeptiven Zielvorstellung verknüpft ist, heißt „motorisches Programm“ (Kalveram 1981). Solche motorischen Programme können nach dieser Modellvorstellung in einem auf höherer Ebene postulierten „Central Pattern Generator“ (CPG) erzeugt werden (Kalveram 1991a, 1991b, Heuer 1995; vgl. 2.9.4.). Hier fließt die „motor tape idea“ (Keele 1968) mit ein (vgl. 2.9.3.).

Bild 9 zeigt eine entsprechende Erweiterung des bisherigen Modells (Bild 8) um ein höheres Zentrum Z_2 , in dem aus einer perzeptiven Zielvorstellung z ein geeignetes, explizit zeitabhängiges Bewegungsmuster $K(t)$ erzeugt wird, das dann seinerseits in das inverse Modell des Effektors eingespeist wird. Als Meldung m_2 kann die Differenz von z zum Istwert a weitergeleitet werden. Die Meldung m_1 aus Z_1 ist wie bisher die Differenz zwischen Sollbewegungsmuster K und Afferenz a .

Bis jetzt wurde das inverse Modell in einer reinen Feedforward-Kopplung betrieben, also open-loop. Im inversen Modell können jedoch auch propriozeptive Signale verarbeitet werden, was einer Zustandsrückführung in der Regelungstheorie entspricht (dünne Linie in Bild 9). In einem biologisch orientierten Zusammenhang wurde hierfür der Begriff „reflexanaloge Verarbeitung propriozeptiver Signale“ („reflex-like processing“ oder „proprioceptive feedforward“) vorgeschlagen (Kalveram 1991a). Diese Art von Prozessen sind kein reines Feedforward mehr; es gibt eine weitere geschlossene Rückkopplungsschleife, so daß man auch von „Feedforward im Closed-Loop-Betrieb“ sprechen könnte (vgl. 2.9.1.). Für den Nachweis der physiologischen Verträglichkeit eines solchen Modellansatzes sei auf Keidel (1989) verwiesen. Die muskuläre Selbstregelung erfolgt durch eine PD-Charakteristik der Längenfühler (Dilatorezeptoren). Die muskuläre Propriozeption beinhaltet neben der Muskellänge deren Änderungsgeschwindigkeit sowie Spannungsfühler (Golgi-Rezeptoren), die Auskunft über die wirkenden Kräfte geben, jedoch kein Beschleunigungssignal (vgl. 3.9.).

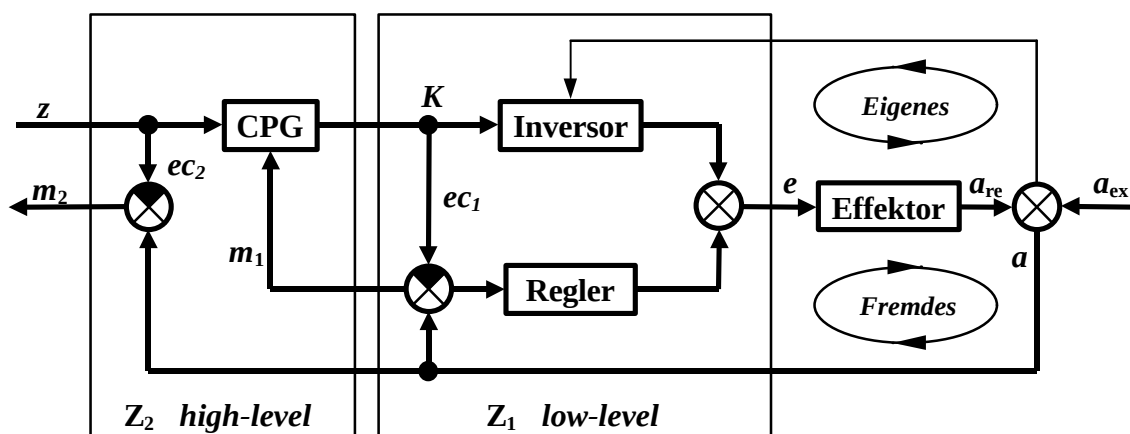


Bild 9 Feedforward-Kontrolle mit Central Pattern Generator (CPG) und Zustandsrückführung (dünne Linie)

Im zentralen Mustergenerator (CPG) können ebenfalls propriozeptive Signale verarbeitet werden, um das Pattern über die Meldung m_1 an die aktuellen Gegebenheiten anzupassen (Olah & Natke 1997). Inverse Dynamik und CPG können aber, z.B. für schnelle Bewegungen, auch ohne Zustandsrückführung, d.h. open-loop betrieben werden (Hollerbach & Flash 1982). Der Rest von Bild 9 ist topologisch äquivalent zu Bild 8. Die Anordnung der Modellbausteine ist so gewählt, daß die unabhängige Verarbeitung von Eigenem und Fremden in zwei verschiedenen Schleifen deutlich wird.

Die Aufgabe, ein bestimmtes perzeptives Ziel zu erreichen, wird also zusammenfassend in zwei Anteile aufgespalten: Der CPG-Anteil (serieller Prozess, hier in Z_2), erzeugt geeignete Bewegungsmuster. Der reflexanaloge Anteil (paralleler Prozess, hier in Z_1) dient zur On-line-Entkopplung und Kompensation der vorhersagbaren Einflüsse z.B. aufgrund der Physik des motorischen Apparates während der Bewegung durch ein inverses Systemmodell.

Es stellt sich nun die Frage, wie ein oben beschriebener „Inversor“ modelliert werden kann, der fähig ist, die inverse Transformation eines Effektors (Muskel, Gelenk o.ä., je nach Aggregation) zu erlernen. Bevor das Reafferenzprinzip in Kap. 3 durch ein Lernschema ergänzt wird, folgt ein kurzer Abriß der Ideengeschichte, die in den Bereichen Regelungstechnik, Robotik und Sensumotorik zu Modellvorstellungen von Typ Bild 9 geführt hat.

2.9. Zur Ideengeschichte: Steuerung vs Regelung

Die bisherigen Aussagen über die unterschiedliche Behandlung von Reafferenz und Exafferenz können folgendermaßen zusammengefaßt werden: Die Exafferenz wird über einen Regler im Sinne einer Gegenkopplung in den Effektor zurückgeführt, die gesamte Afferenz hingegen über ein inverses Modell im Sinne einer Mitkopplung, um die Eigeneffekte zu kompensieren:

	Afferenz	Kopplung	Kontrolle
<i>Eigenes</i>	Reafferenz	Mitkopplung	Steuerung
<i>Fremdes</i>	Exafferenz	Gegenkopplung	Regelung

Diese fundamentalen Unterscheidungen, die im Reafferenzprinzip angelegt sind, mußte sich die Robotik und die Sensumotorik erst erarbeiten. Was mit den Begriffen des Reafferenzprinzips so selbstverständlich klingt, war in verschiedenen Communities lange umstritten. Die folgenden Abschnitte geben einen kurzen Überblick über die historische Entwicklung, insbesondere im Hinblick auf den Gegensatz zwischen Steuerung und Regelung.

2.9.1. Robotik und Künstliche Intelligenz

Die klassische Regelungsstrategie für Roboter besteht darin, für jedes Gelenk einen PID-Regler (feedback, closed-loop) vorzusehen. Diese Art der Regelung ist jedoch unzureichend bei komplexen nichtlinearen Systemen (Horn & Raibert 1977). So werden zum Beispiel Bewegungen eines Gelenks, die lediglich Reaktionen auf Bewegungen anderer Gelenke sind, also auf Kopplungen innerhalb des Systems beruhen, vom Regler des einen Gelenks als Störungen interpretiert, obwohl sie im Prinzip vorhersehbar sind. Bei biologischen Systemen kommt hinzu, daß aufgrund von Signalleitung und -verarbeitung Zeitverzögerungen von mindestens 25 ms auftreten (Dauer des monosynaptischen spinalen Reflexes), die eine reine Regelung unmöglich machen. Für genügend große Zeitverzögerungen werden Delay-Differentialgleichungen vom entsprechenden Typ instabil (El'sgol'ts & Norkin 1973). Dadurch könnte der PID-Regler nicht mit den erforderlichen großen Verstärkungsfaktoren arbeiten, die für präzise Bewegungen notwendig sind. Eine closed-loop Regelung schneller menschlicher Bewegungen wäre also entweder ungenau oder instabil. Bizzi et al. (1978) schließen daraus, daß das Gehirn mit einer open-loop Steuerung (feed-forward) arbeitet, die ein internes Modell der Armdynamik erfordert (Hollerbach 1982). Dies ist eine der zentralen Fragen der Motorik: Regelung vs Steuerung, closed loop vs open loop (Hollerbach & Flash 1982).

Anfang der 70er Jahre kam die Idee auf, die für eine Sollbewegung eines Roboterarms nötigen Steuersignale (Kräfte, Drehmomente o.ä.) mit einem Computer direkt aus der Differentialgleichung des Systems, d.h. aus einem verfügbaren Modell, zu berechnen: „Computed Torque“. Die dynamischen Gleichungen für Roboterarme können problemlos nach den Steuergrößen aufgelöst werden und bilden so ein inverses Systemmodell, die *inverse Dynamik* (vgl. 3.10.). Diese Methode kann auch als Kompensation aller Nichtlinearitäten aufgefaßt werden, mit der eine Entkopplung der Freiheitsgrade erreicht wird. Dynamische Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Freiheitsgraden werden nicht mehr - wie in der klassischen Regelungstheorie - als Fehler oder Störung angesehen, sondern modelliert und dann kompensiert. Die grundlegenden Arbeiten hierzu stammen aus den Artificial Intelligence Laboratories in Stanford (Kahn 1969, Paul 1972) und am MIT (Waters 1974 & 1979, Raibert 1976 & 1978, Horn & Raibert 1977, Hollerbach 1980) sowie aus dem NASA Jet Propulsion Laboratory in Pasadena (Markiewicz 1973, Bejczy 1974). Diese Ansätze werden unter dem Begriff *Model-Based Robot Control* zusammengefasst (Tourassis 1987). Auch in Europa werden diese Ideen aufgegriffen (z.B. Benati et al. 1980). Die wichtigsten Probleme dieser Methoden sind:

- hoher on-line Rechenaufwand für die Berechnung des inversen Systemmodells,
- hoher Aufwand bei der Herleitung der Differentialgleichungen, Systemidentifikation,
- mangelnde Stabilität gegen Modellfehler, Parameterschwankungen und Störungen.

Da die Resonanzfrequenz vieler Roboter bei ca. 10 Hz liegt, müssen die zur Echtzeitberechnung der inversen Dynamik eingesetzten Computer mit Sampling-Frequenzen von ca. 60-100 Hz arbeiten (z.B. Luh et al. 1980). Die damalige Computergeneration war nicht schnell genug, um diese aufwendigen Berechnungen in 10 ms zu schaffen. Die typische Rechenzeit für einen einzigen Bahnpunkt lag für einen Roboter mit 6 Freiheitsgraden bei ca. 8 s. Es wurden verschiedene Auswege aus diesem Dilemma versucht:

- Vereinfachende Annahmen wie Linearisierung der Dynamik, Vernachlässigung gewisser Terme oder off-line Berechnung (Paul 1972, Bejczy 1974, Raibert 1976)
- Rekursive Algorithmen (Vereshchagin 1974, Waters 1979, Orin et al. 1979, Hollerbach 1980, Luh et al. 1980, Silver 1982, Kane 1983)
- Lookup Tables: Speicher statt Rechenzeit (Raibert 1976 & 1978, Raibert & Horn 1978)
- Parallelrechner (Lathrop 1985, Hinton 1984, Hashimoto & Kimura 1989)

Wu und Paul (1982) klassifizieren verschiedene Regelungstechniken, die auf rein kinematischen Beziehungen beruhen und so die Berechnung der komplizierten inversen Dynamik vermeiden: *Resolved Motion Position Control*, *Resolved Motion Rate Control*, *Resolved Motion Acceleration Control* und *Resolved Motion Force Control*. Diese Methoden sind jedoch nur unter quasistationären Bedingungen brauchbar (Kuntze 1984); besonders bei schnellen Armbewegungen kann die Dynamik mit ihren Kopplungstermen nicht mehr ignoriert oder linearisiert werden (Hollerbach 1982).

Am erfolgreichsten ist die Entwicklung rekursiver Algorithmen: Durch Ausnutzen der speziellen Struktur der Gleichungen wird erreicht, daß der Rechenaufwand schließlich nur noch linear mit der Anzahl der Freiheitsgrade ansteigt statt mit der vierten Potenz wie zu Beginn. Hollerbach (1980) vergleicht den Aufwand der verschiedenen Methoden. Silver (1982) beweist die Äquivalenz von Newton-Euler- und Lagrange-Methoden in der Robotik.

Raibert (1976 & 1978) sowie Raibert und Horn (1978) ersetzen die Berechnung der benötigten Funktionen (teilweise) durch Speicherung in Wertetabellen (lookup tables) und ersetzen auf diese Weise *Zeitkomplexität* (Rechenzeit) durch *Raumkomplexität* (Speicher). Das Rechenzeitproblem war damit zwar umgangen, doch die Nachteile überwiegen: Enormer Speicherbedarf (Fluch der Dimensionen), nur lokale Generalisierungsleistungen (Interpolation) und mangelhafte Anpassungsfähigkeit bei Zusatzlasten oder Parameterveränderungen (Atkeson 1989).

Die Rechenzeit ist eigentlich ein rein technisches Problem, das sich für einen Parallelrechner wie das Gehirn in dieser Form nicht stellt. Einen Überblick über parallele Implementationen der inversen Dynamik bietet Lathrop (1985); Weiterentwicklungen hierzu z.B. von Hashimoto und Kimura (1989). In der Robotik kann man durch Verwendung von Schrittmotoren die inverse Dynamik gänzlich kurzschließen und so das Kontrollproblem auf ein rein kinematisches reduzieren (z.B. Eckmiller 1990). Durch die Schrittmotoren werden jedoch die möglichen Bewegungsgeschwindigkeiten herabgesetzt.

Das zweite grundlegende Problem der Model-Based-Ansätze war die Systemidentifikation, speziell die Modellierung der Dynamik des Systems. Biologisch gesehen berührt dies die Frage, wieviel und in welcher Form das Gehirn über die Dynamik seines Körpers weiß (Loeb 1983). Sowohl in der Robotik als auch bei der Feedback-Linearisierung (vgl. 2.9.2.) wird die Systemidentifikation zunächst in Form von a-priori Wissen über die Lagrange-Funktion oder den Systemoperator vorausgesetzt. Dem Gehirn steht solches Wissen

nicht zur Verfügung, es muß die Dynamik seines Körpers anders lernen. Die klassischen Methoden der Systemidentifikation (Ljung & Söderström 1983, Ljung 1987) sind vor allem für Vorwärtsmodelle (Prädiktoren) gedacht. Das Gehirn aber braucht von seinem eigenen Körper vor allem ein *inverses* Modell, da der Körper selbst das Vorwärtsmodell ist. Inverse Modelle können jedoch im Prinzip mit den gleichen Methoden identifiziert werden wie Vorwärtsmodelle (Widrow & Stearns 1985). Der Unterschied liegt im wesentlichen nur in einer unterschiedlichen Interpretation der beteiligten Variablen, d.h. in der Interpretation der Argumente eines Funktionals als *causa efficiens* oder als *causa finalis*.

In der Robotik steht reichlich a-priori Wissen zur Verfügung: Die Differentialgleichungen sind i.a. bekannt und können mit verschiedenen Methoden erhalten werden, die jeweils für bestimmte Teilaufgaben besonders geeignet sind:

- *Rekursive Newton-Euler-Verfahren* (Orin, McGhee, Vukobratovic & Hartoch 1979; Luh, Walker & Paul 1980): besonders geeignet für eine Kräftebalance, z.B. Verarbeitung der Bodenreaktionskräfte in einer Laufmaschine durch eine inverse Statik.
- *Rekursive Lagrange-Verfahren* (Hollerbach 1980): besonders für energiebasierte Untersuchungen geeignet, z.B. dynamische Entkopplung verschiedener Freiheitsgrade, so daß wechselwirkungsfreie Gelenke entstehen.
- *Kane's dynamische Gleichungen* (Kane & Levison 1983, Wloka & Blug 1985): benötigen die kürzeste Rechenzeit, sind dafür aber schwierig zu handhaben.⁶

Sind die Differentialgleichungen bekannt, reduziert sich die Systemidentifikation auf eine Parameterschätzung. Das Erlernen einer inversen Dynamik durch ein „neuronales“ Netzwerk wird in Kap. 3 genauer beschrieben. Im Anhang wird ergänzend dazu das Verhältnis neuronaler Netze zur Approximationstheorie beleuchtet.

Das dritte Problem der Computed-Torque-Steuerung ist ihre Empfindlichkeit gegen Modellfehler, z.B. Parameterschwankungen. Für die exakte Kompensation aller Nichtlinearitäten ist ein exaktes Systemmodell erforderlich, z.B. präzises Wissen über die kinematischen und dynamischen Parameter des Systems, da ansonsten falsche Steuersignale berechnet werden. Eine Stabilitätsanalyse verschiedener Steueralgorithmien liefern Gilbert und Ha (1983).

Über diese Stabilitätsproblematik kommt es zu einer Kontroverse innerhalb des MIT zwischen Jean-Jacques Slotine und dem AI-Labor. Es geht dabei um den Gegensatz zwischen Feedforward-Steuerung und Feedback-Regelung (vgl. Hildreth & Hollerbach 1985):

Standpunkt	Robuste Regelung: Sliding-Mode Control	Verbesserte Parameteridentifikation
Literatur	Slotine 1984 & 1985, Slotine & Sastry 1983	Atkeson, An & Hollerbach 1985 & 1986
Kontrollart	Feedback, Regelung	Feedforward, Steuerung

Slotine (1985) kritisiert alle Computed-Torque-Ansätze wegen ihrer mathematischen Kompliziertheit („sophisticated on-line computational algorithms“) und ihrer Empfindlichkeit gegen Modellunsicherheiten und Störungen. Schon Parameterunsicherheiten von einigen Prozent reichen aus, um Slotines „Sliding-Mode Regler“ und seine Weiterentwicklung, den „Suction Controller“, der Computed-Torque-Steuerung überlegen zu machen. Da exakte

⁶ Da Kane u.a. Konstanten der Bewegung benutzt, liegt die Vermutung nahe, daß sich der ad-hoc-Charakter dieser Methode möglicherweise durch eine Verbindung mit der Symmetrietheorie beseitigen läßt (z.B. Bessenrodt 1994). Hier fehlen bislang genauere Untersuchungen.

Systemmodelle nicht verfügbar sind, können komplexe Systeme nur mit einer robusten Regelung behandelt werden. Robuste Regelung aber beruht auf Feedback.

Auf der anderen Seite entwickeln Atkeson, An und Hollerbach (1985) Methoden, mit denen die dynamischen Parameter eines Arms (z.B. Trägheit und Zusatzlasten) auf 1% genau ermittelt werden können. Mukerjee und Ballard (1985) sowie Khosla und Kanade (1985) verfolgen ähnliche Ansätze. Einen Überblick über verschiedene Methoden der Parameteridentifikation bieten Atkeson et al. (1986).

In das durch die Parameteridentifikation festgelegte inverse Systemmodell der KI-Ansätze wird nun allerdings nicht nur der Sollzustand eingespeist (open-loop), sondern auch der tatsächliche Zustand, da dieser im Bereich des klassischen Robotereinsatzes hinreichend gut meßbar ist (Horn & Raibert 1977). Damit findet aber eine Zustandsrückführung (closed-loop!) statt, die von Ingenieuren und Mathematikern natürlich als Feedback, genauer: State-Feedback bezeichnet wird (Isidori, Krener, Gori-Giorgi & Monaco 1981).

Andererseits kann man auch den Standpunkt vertreten, daß die Existenz eines inversen Modells immer die Möglichkeit des Feedforward beinhaltet, da es stets auch open-loop betrieben werden kann, falls der Zustand (oder ein Teil desselben) nicht oder nicht rechtzeitig verfügbar ist. So ist es zum Beispiel denkbar, daß das Gehirn bei langsamen Armbewegungen den tatsächlichen Armzustand benutzt, bei schnellen Bewegungen aber wegen der oben erwähnten Zeitverzögerungen auf Soll- oder Schätzwerte zurückgreift (Kalveram 1991b & 1992). In dieser Sicht hat das Modell immer einen Feedforward-Charakter, gleichgültig, mit welchen Signalen es gespeist wird. Für den Fall eines idealen Modells (Modellfehler = 0) ohne äußere Störungen sind State-Feedback und Feedforward sogar identisch. State-Feedback ist also eine Mischung zwischen klassischem Error-Feedback und Feedforward im engeren Sinne. Es handelt sich hierbei nicht um Rückkopplung im klassischen Sinne einer Gegenkopplung zur Reduktion einer Regelabweichung, sondern um eine Mitkopplung der Eigeneffekte, bis die Kompensation erreicht ist. In einem biologischen Zusammenhang wurde für diese Art der Zustandsrückführung (propriozeptive Rückmeldung) die Bezeichnung „Reflex-like Processing“ (reflexanalogue Verarbeitung) oder „propriozeptives Feedforward“ vorgeschlagen (Kalveram 1991a, vgl. 2.8.). Bereits 1984 hatte Kuntze auf die unterschiedlichen Realisierungsvarianten bezüglich des Einbaus der inversen Dynamik als Entkopplungsfilter in einen Regelkreis hingewiesen (Kuntze 1984): Feedback- und Feedforward-Entkopplung (vgl. 3.9.).

Die oben erwähnte kleine Meinungsverschiedenheit innerhalb des MIT ist also (aus heutiger Sicht) überflüssig, da sie lediglich auf unterschiedlichen Ansichten über die Begriffe „Feedback“ und „Feedforward“, d.h. auf rein begrifflichen Unklarheiten beruht. *Beide* Seiten benutzen nämlich eine Kombination aus klassischem Error-Feedback und eben State-Feedback, allerdings mit unterschiedlichen Betonungen:

- Auch Slotine benutzt einfache Modelle, um bekannte Teile der Systemdynamik zu kompensieren, betont jedoch die Feedback-Komponente, ohne sich für deren biologische Relevanz zu interessieren. Durch Größtfehlerabschätzungen werden Modellunsicherheiten und Störungen quantifiziert und in einer vergleichsweise einfachen Reglerauslegung derart berücksichtigt, daß die Existenz einer Ljapunov-Funktion und damit Stabilität garantiert ist. Der Preis für die hohe Stabilität ist eine hohe Kontrollaktivität des Reglers, die bei biologischen Systemen nur in Ausnahmesituationen und Notfällen beobachtbar

ist, so daß robuste Regelung als alleiniges Paradigma sensumotorischer Kontrolle nicht in Frage kommt.

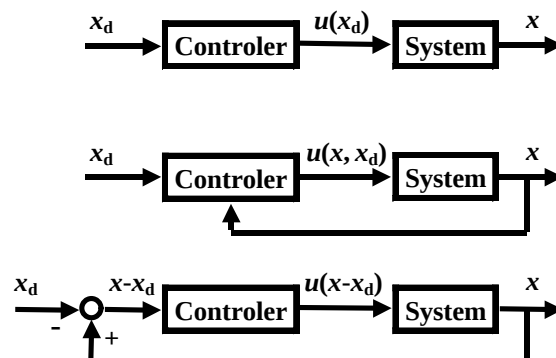
- Die Forscher im AI-Labor des MIT betonen nicht zuletzt aus biologischen Gründen die Feedforward-Komponente und verwenden als Error-Feedback meist nur einfache PD-Regler. Ein Vorteil der Feedforward-Steuerung ist ihre Schnelligkeit bei geringer Kontrollaktivität des Feedback-Reglers.

In jüngster Zeit gibt es Annäherungen zwischen diesen beiden Standpunkten (vgl. Sanner & Slotine 1995).

Fazit: Feedforward wird von einigen Autoren als Abwesenheit einer Fehlerrückführung (Error-Feedback) verstanden, von anderen als das Fehlen jeglicher Zustandsrückführung. Enthält ein Regler jedoch eine inverse Dynamik, so erhält sie trotz eventueller Zustandsrückführung einen Feedforward-Charakter dadurch, daß er auch open loop betrieben werden *kann*, falls Zustände des Systems für den Controller nicht rechtzeitig - z.B. aufgrund von Zeitverzögerungen - oder überhaupt nicht verfügbar sind. Feedforward wird so als *Möglichkeit* einer Steuerung aufgefaßt. Die Abgrenzung dieser Begriffe ist in der Literatur nicht einheitlich. In der mehr technisch-mathematisch orientierten Literatur werden die Begriffe Feedback und Feedforward eher synonym mit closed loop bzw. open loop verwendet.

Die folgende Tabelle enthält eine zusammenfassende begriffliche Klärung, in der drei Spezialfälle der Abhängigkeit eines Kontrollsignals $u(x, x_d)$ von Istzuständen x und Sollzuständen x_d unterschieden werden; alle drei Fälle sind in Bild 9 realisiert (wenn man dort für die open-loop Steuerung die dünne Linie wegläßt):

$u(x, x_d)$	Kontrolle	
$u(x_d)$	Feedforward Vorwärtskopplung	Open Loop Steuerung
$u(x, x_d)$	State Feedback Zustandsrückführung Reflex-like processing Mitkopplung	Closed Loop Regelung Feedback Rückkopplung
$u(x-x_d)$	Error Feedback Fehlerrückführung Gegenkopplung	



Erste Schritte zu einer Vereinheitlichung verschiedener Regelungskonzepte dieser Art für die Robotik unternahmen Spong und Vidyasagar (1985). R. Palm (1992) untersucht Ähnlichkeiten zwischen Sliding-Mode- und Fuzzy-Regelung. Biokybernetisch interessant sind weiterhin Analogien und Synergien zwischen Fuzzy-Logik und neuronalen Netzen (Wolf 1993). Vukobratovic und Karan (1994) experimentieren mit Fuzzy-Logik in der Robotik. Furusho und Sano (1990) geben einen Überblick über die Entwicklung von zweibeinigen Laufrobotern in Japan. Inzwischen gibt es auch eine Fülle von Buchliteratur über Robotik (Paul 1981; Brady et al. 1982; Fu et al. 1987; Shahinpoor 1987; Craig 1989; McCloy & Harris 1989; Wloka 1992; Sciavicco & Siciliano 1996; De Witt, Siciliano & Bastin 1996).

2.9.2. Nichtlineare und Adaptive Regelungstheorie

In der stärker mathematisch orientierten Literatur über nichtlineare Regelungstheorie werden zu Model-Based-Control ähnliche Ideen unter der Bezeichnung *Feedback-Linearisierung* (spez.: Entkopplungsfilter) entwickelt (Porter 1970, Freund 1975 & 1982, Isidori, Krener, Gori-Giorgi & Monaco 1981, Patzelt 1981, Kuntze 1984, Isidori 1985). An dieser Stelle soll *inverse Dynamik* (Paul 1972) als Oberbegriff verwenden (vgl. auch Wells 1967), obwohl dies nicht ganz richtig ist: Das ursprüngliche Konzept der inversen Dynamik ist ein Spezialfall der Feedback-Linearisierung, nämlich die komplette Kompensation der Eigendynamik bis auf kräftefreie Gelenke, während die Feedback-Linearisierung nur bis zu allgemeineren linearen Differentialgleichungen kompensiert. Der Begriff „inverse Dynamik“ ist jedoch in einem systemtheoretisch-biokybernetischen Zusammenhang suggestiver. Sind die Parameter der linearen Differenzialgleichungen für das Gesamtsystem einstellbar, ist in der Feedback-Linearisierung auch die bereits angesprochene Impedanzkontrolle enthalten (vgl. 2.6.).

Es ist heute ein allgemeines Prinzip in der Regelungstheorie, verfügbare Modelle der Systemdynamik dazu zu benutzen, um Feedforward- oder State-Feedback-Terme zu berechnen und damit den bekannten Teil der Dynamik zu kompensieren. Die Error-Feedback-Terme im Steuersignal sind dann nur noch für unvorhersehbare Störungen und für Diskrepanzen zwischen Modell und Realität zuständig (Hinton 1984). Damit ist (näherungsweise) eine Trennung zwischen Führungsverhalten und Störverhalten erreicht (Patzelt 1981). Ersteres wird - soweit bekannt bzw. gelernt - mit einer Steuerung, letzteres mit Regelung behandelt. Durch eine *Feedback-Linearisierung* wird also eine *Feedforward-Steuerung* ermöglicht (vgl. 2.6.-7.).

Klassische und moderne Regelungstheorie können grob durch folgende Merkmale und Methoden unterschieden werden (Aström & Eykhoff 1971):

<i>klassische Regelungstheorie</i>	linear	Frequenzanalyse	Übertragungsfunktion
<i>moderne Regelungstheorie</i>	nichtlinear	parametrische Modelle	Zustandsgleichungen

Inzwischen gibt es auch hier eine Reihe von Büchern über die differentialgeometrische Behandlung von Systemen in der nichtlinearen Regelungstechnik (Hippe & Wurmthaler 1985, Isidori 1985, Nijmeijer & van der Schaft 1990, Slotine & Weiping 1991, Schwarz 1991, Meyr 1992). Vielversprechend sind hier auch neuere differentialalgebraische Ansätze (z.B. Fliess & Glad 1991, Wey 1996).

Neben den bereits erwähnten Methoden gibt es noch eine Vielzahl adaptiver Regelungsstrategien für Roboter, einige Beispiele:

- *Model-Reference Adaptive Control* (Dubowsky & DesForges 1979, Narendra & Parthasarathy 1990, Narendra & Mukhopadhyay 1994)
- *Adaptive Perturbation Control* (Lee & Chung 1984, Ma & Lee 1985)
- *Parameter Adaptive Control* (Sastry & Isidori 1985)

Model-Reference Adaptive Control weist große Ähnlichkeiten zur Feedback-Linearisierung auf: Der Regler eines Systems wird so modifiziert, daß das Gesamtsystem sich wie ein vorgegebenes (oft lineares), stabiles Referenzmodell verhält. Wenn das Re-

renzmodell die identische Abbildung bzw. ein „freies Teilchen“ ist, ergibt sich eine einfache inverse Dynamik. Im allgemeinen wird jedoch eine im Sinne des Referenzmodells „verstimte“ Inverse gelernt. Meist wird im Referenzmodell ein bestimmtes Wunschverhalten repräsentiert. Diese Wunschcharakteristik wird dann dem System aufgeprägt. Saerens et al. (1993) vergleichen die Eigenschaften von *Model-Reference Control* anhand von Computersimulationen mit denen der *Specialized Learning Architecture* (Psaltis et al. 1987). *Parameter Adaptive Control* kann als ein mittels der Delta-Regel trainiertes neuronales Netz vom Typ Bild 12 (vgl. 3.2.) aufgefaßt werden und ist deshalb praktisch identisch mit dem Verfahren der linearen Regression, welches in Kap. 3 beschrieben wird.

Für weitere Literatur über das weite Feld der adaptiven Regelung sei auf Aström und Wittenmark (1973) oder aktueller: Sanner und Slotine (1995) und Aström (1995) verwiesen. Die Wurzeln der adaptiven Regelung liegen bei Kalman (z.B. Kalman 1960) und Wiener (z.B. Wiener 1948). Die grundlegenden Ideen lassen sich auch hier weit zurückverfolgen, u.a. über Nyquist, von Siemens, Hurwitz und Maxwell bis ins antike Griechenland. Einen kurzen geschichtlichen Überblick bietet z.B. Keidel (1989).

Eine Theorie sensumotorischer Kontrollvorgänge muß die vier wichtigen Konzepte der klassischen Regelungstechnik berücksichtigen (Kalman 1960):

1. *Stabilität* wird am elegantesten durch Ljapunov-Funktionen gewährleistet.
2. *Steuerbarkeit* bedeutet die Realisierbarkeit perzeptiver Ziele.
3. *Beobachtbarkeit* wird durch ausreichende Afferenzen sichergestellt.
4. *Identifizierbarkeit* verlangt eine hinreichende Mannigfaltigkeit der Trainingsbewegungen.

2.9.3. Sensumotorik, Biomechanik und Neuroprothetik

In der eher biologisch-physiologisch und psychologisch orientierten Literatur gibt es ebenfalls eine analoge Diskussion über open-loop oder closed-loop Kontrolle von Motorik: *Regelungshypothese* (z.B. Adams 1971) gegen *Steuerungshypothese* (z.B. Keele 1968).

Besonders populär auf der *Regelungsseite* ist das *Feder-Masse-Modell* (Lambda-Modell) der Muskulatur, deren Steifigkeit und Gleichgewichtspunkt durch die Aktivierung verändert wird (Feldman 1974 & 1986). Diese *Equilibrium-Point Hypothese* wird zur *Equilibrium-Trajectory Hypothese* weiterentwickelt (Hogan 1982, Bizzi et al. 1984, Massone & Bizzi 1989). Eine Trajektorie besteht hier aus einer Folge von Gleichgewichtspunkten. Der Gleichgewichtspunkt bewegt sich immer kurz vor der aktuellen Armposition. Das sich daraus ergebende Ungleichgewicht der muskulären Feder bewegt den Arm (vgl. 2.5.). Solche Ansätze, die die mechanische Impedanz der Muskulatur als kontrolliert annehmen, haben den Vorteil, daß sie die in biologischen Systemen auftretenden Zeitverzögerungen umgehen, indem der Regler in den Muskel selbst verlegt wird: „Instant Feedback“ (Hinton 1984). Da kein dynamisches Modell des Motorapparates vorliegt, wird die Dynamik mit ihren Kopplungstermen wieder als Störung behandelt. Bewegung wird auf Haltung und Dynamik auf Statik reduziert. Außerdem können Lernfortschritte durch Übung nicht erklärt werden (Atkeson 1989). Diese Ansätze kommen demnach als *alleiniges* Paradigma sensumotorischer Kontrolle nicht in Frage, da sie insbesondere das Reafferenzprinzip und dessen Möglichkeiten nicht vollständig berücksichtigen.

Auf der *Steuerungsseite* gibt es als Alternative das Konzept der Steuerung durch motorische Programme ohne periphere Rückmeldung, die „motor tape idea“ (Keele 1968). Solche Bewegungsautomatismen sind inzwischen bei vielen Tieren nachgewiesen. Dennoch ist das Konzept unzureichend, da es z.B. nicht die Möglichkeiten des Reafferenzprinzips und der propriozeptiven Rückmeldung berücksichtigt. Es ist nur anwendbar auf Bewegungen mit extrem kurzer Dauer. Weitere Literatur und eine kritische Diskussion sowie Integration dieser und anderer Ansätze findet sich z.B. bei Kalveram (1991c).

Die Versöhnung zwischen Steuerungs- und Regelungsansatz hat auch hier schon stattgefunden (z.B. Kalveram 1991c, Miall 1995). Wie gezeigt wurde, sind *beide* Möglichkeiten, Steuerung *und* Regelung, bereits im Reafferenzprinzip mitangelegt.

Obwohl das Feder-Masse-Konzept motorischer Kontrolle als alleiniger Erklärungsansatz unzureichend ist, bildet es doch einen wichtigen Baustein in einer Theorie sensumotorischer Kontrolle, wie sich am Beispiel des Laufens zeigt: Laufen bringt eine erhebliche Stoßbeanspruchung der Mechanik mit sich. Alexander (1990) diskutiert die Möglichkeit, den dabei auftretenden Energieverlust und Materialverschleiß in bionischen Laufmaschinen durch den Einsatz von Federn gering zu halten. Dieses „pogo stick“-Prinzip wird auch in der Natur erfolgreich verwendet: Säugetiere, einschließlich Menschen und Känguruhs, benutzen hauptsächlich ihre Sehnen als Federn für diesen Zweck, und zwar mit einem Wirkungsgrad von bis zu 93% (vgl. Alexander 1990 für weitere Literatur). Um verschiedene Laufgeschwindigkeiten realisieren zu können, sollten die Federn verstellbare Steifigkeiten und Gleichgewichtspunkte besitzen. Dies wird bei Tieren durch die Muskeln erreicht, die insbesondere eine verstellbare Länge haben. Die Feder-Masse-Charakteristik des Muskel-Sehnen-Systems ist also unbestritten. Die Impedanzkontrolle kann aber, wie oben gezeigt wurde, nicht der *einzig*e Mechanismus motorischer Kontrolle sein. Die Dynamik der Federn muß ja ebenfalls invertiert werden, was jedoch in Feldmans Feder-Masse-Modell motorischer Kontrolle unterschlagen wird. Bullock und Grossberg (1988) nennen es in seiner einfachsten Form „Spring-to-Endpoint“-Modell (STE), um es ihrem eigenen „Vector-Integration-to-Endpoint“-Modell (VITE) gegenüberzustellen (vgl. 2.9.4.). Da diese Diskussion jedoch vornehmlich den high-level Bereich der Sensumotorik betrifft, wird hier nicht näher darauf eingegangen. Für weitere Diskussionen der Equilibrium-Point-Hypothese sei auf die aktuellere Literatur verwiesen (Shadmehr & Arbib 1992; Dornay, Mussa-Ivaldi, McIntyre & Bizzi E. 1993; Hatsopoulos 1994; Shadmehr 1995; Bellomo & Inbar 1997). Einen sehr guten Überblick über den aktuellen Stand der sensumotorischen Forschung geben Heuer und Keele (1996).

Im Bereich der Biomechanik (insofern sie mit mathematischen Modellen arbeitet) stehen Vorwärtsmodelle für Simulationszwecke im Vordergrund (z.B. Bresler & Frankel 1950, Chao & Rim 1973, Winter 1979, Inman 1981). Die meisten Autoren arbeiten seit Chow und Jacobson (1971 & 1972) mit Methoden der optimalen Kontrolle, um mit den entsprechenden Zusatzbedingungen (Minimierung von Gütefunktionalen) die Redundanz in der Dynamik, d.h. die zunächst willkürliche Verteilung der Drehmomente auf die einzelnen Muskelgruppen für eine bestimmte Bewegung, zu beseitigen (z.B. Davy und Audu 1987; vgl. 3.7.). Die meisten frühen Beiträge linearisieren die Dynamik - genauso wie in der Robotik zur damaligen Zeit. Die mechanischen und geometrischen Parameter des Körpers werden am Menschen direkt gemessen.

Hatze (1980) gibt einen kritischen Überblick über verschiedene Modelle des menschlichen neuromuskulären Kontrollsystems mit vielen weiteren Literaturziten. Er unterteilt das Kontrollsystem für sein 17-segmentiges Körpermodell (vgl. Hatze 1976 & 1977) in drei Subsysteme, in das *mechanische Skelettsystem* mit 21 Freiheitsgraden, das bewegt wird durch *neuromuskuläre Myoaktuatoren* (46 Muskeln) mit 276 Freiheitsgraden, die ihrerseits durch einen *neuronalen Controller* gesteuert werden. Hatze untersucht und entwickelt mathematische Vorwärtsmodelle dieser Subsysteme. Besonderen Wert legt er dabei auf die Berücksichtigung der Muskeldynamik in einem realistischen Muskelmodell samt inverser Myodynamik. Damit gelingt ihm die realistische Simulation der Take-Off-Phase eines Sprungs (Hatze 1981). Als zu minimierendes Gütekriterium favorisiert er den *metabolischen Energieverbrauch* der Muskeln. Hatze und Venter (1981) weisen noch einmal speziell darauf hin, daß der Laufapparat beim Aufsetzen der Ferse einen Stoß erfährt, der die Geschwindigkeiten plötzlich ändert. Sie messen die Fuß-Boden-Reaktionskräfte und berücksichtigen sie in Hatzes Vorwärtsmodell. Muskelmodelle komplizieren die Dynamik des Körpermodells erheblich, weil

- ein dynamisches Muskelmodell nicht nur die Physik der Gliedmaßen, sondern auch ihre Biologie, d.h. Neurophysiologie berücksichtigen muß, also elektrische, chemische und mechanische Effekte mit unterschiedlichen Reaktions- oder Verzögerungszeiten,
- zusätzlich noch zwischen Anregungs- und Kontraktionsdynamik eines Muskels unterschieden werden muß,
- viele Muskeln über zwei Gelenke hinweg wirken (biarticular muscles), z.B. vier der neun üblicherweise betrachteten Beinmuskelgruppen.

In jüngster Zeit werden im Bereich *Neuroprothetik* vermehrt die Möglichkeiten, Probleme und Perspektiven der Funktionalen Elektrostimulation (FES) bei Querschnittspatienten erforscht (z.B. Khang & Zajac 1989, Yamaguchi & Zajac 1990, Beckmann, Daunicht & Hömberg 1993, Beckmann 1994, Steiner 1999).

Daunicht (1996) entwirft das *Meta-Attraktor-Konzept*, um das Problem des Umschaltens zwischen verschiedenen Aktivitäten wie Gehen, Laufen, Stehen und Sitzen und deren Stabilisierung anzugehen. Ein Meta-Attraktor wird definiert als die Teilmenge der Attraktoren eines Systems mit variablen Parametern, die das Systemverhalten in Abwesenheit äußerer Störungen beschreiben (vgl. 4.3.). Für die Erzeugung von Fixpunkten reichen die konventionellen Methoden der Regelungstheorie aus; die Erzeugung komplexerer Muster, z.B. periodischer Attraktoren, erfordert neue Techniken der nichtlinearen Dynamik. Im Konzept der Meta-Attraktoren werden insbesondere keine zentralen Oszillatoren oder andere Funktionsgeneratoren im Sinne von Abschnitt 2.8. benötigt (ibid.). Es gibt lediglich stabile Übergänge zwischen verschiedenen Attraktoren, wodurch Reaktionen auf Störungen flexibel gestaltet werden können. Stehen beispielsweise werde durch einen Fixpunkt-Attraktor kontrolliert. Ein Schubser kann den Meta-Attraktor veranlassen, einen chaotischen Attraktor zu erzeugen, der einen oder mehrere kompensierende Schritte auslöst, bis sich der Zustand wieder im Einzugsbereich des Fixpunktes befindet. Wichtig – z.B. für quasiperiodische Laufmuster o.ä. – ist hierbei die Unterscheidung zwischen einem Grenzzyklus und einem nur durch Sollwertänderungen herumgeführten Fixpunkt (ibid.) wie etwa bei der Equilibrium-Point-Hypothese und deren Weiterentwicklungen. Das Feder-Masse-Modell kann mit seinen Vorteilen integriert werden, indem ihm die vornehmliche Aufgabe einer geregelten Impedanz gegenüber der Umwelt zugewiesen wird (vgl. 2.5.-2.6.).

2.9.4. VITE, MLN und PUP

Ein Schema zur adaptiven Linearisierung einzelner Muskeln und Muskelgruppen wurde von Grossberg und Kuperstein (1986) vorgeschlagen. Bullock und Grossberg (1988) entwickeln eine eigene Theorie zur sensumotorischen Koordination: VITE (Vektor Integration to Endpoint; vgl. Heuer 1995). Von Holst und Mittelstaedt (1950) werden zwar im Zusammenhang mit der sog. *corollary discharge* (Efferenzkopie) kurz erwähnt, das Reafferenzprinzip aber nicht; nicht einmal der Begriff „Reafferenzprinzip“ taucht auf, was daran liegen mag, daß der Originalartikel in deutsch ist und z.B. von Holst (1954) in englischer Sprache nicht rezipiert wurde. Deshalb zunächst eine Synopse der Begrifflichkeiten:

Holst & Mittelstaedt (1950)	Afferenz	Efferenz	Efferenzkopie
Bullock & Grossberg (1988)	<i>inflow signal</i>	<i>outflow signal</i>	<i>corollary discharge</i>

Nichtsdestotrotz betonen Bullock und Grossberg (1988) die Wichtigkeit der Unterscheidung zwischen aktiven und passiven Bewegungen. Sie postulieren jedoch einen – aus Sicht des Reafferenzprinzips unnötigen – Umschaltmechanismus zwischen aktiven und passiven Phasen mit getrennten Schaltkreisen:

How does the motor system know that the arm is being moved passively because of an external force, and not actively because of changing outflow command? Such a distinction is needed to prevent inflow information from contaminating outflow commands when the arm is being actively moved. The motor system must use internally generated signals to make the distinction between active movement and passive movement, or postural conditions. Computational gates must be open and shut on the basis of whether these internally generated signals are on or off.

Der zusätzliche ad-hoc Schaltkreis zur Generierung der Meldungen im Sinne des Reafferenzprinzips bei passiver Bewegung heißt *Passive Update of Position Circuit* (PUP). Die Argumentationslage ist hier ähnlich wie bei der klassischen Reflexlehre, wo ebenfalls eine Exafferenz bei aktiven Bewegungen daran gehindert werden mußte, den „outflow“ mit reflektorischen Reaktionen zu kontaminieren (vgl. 2.1.). Das Reafferenzprinzip legt einen *einheitlichen* Mechanismus zugrunde, der ohne Umschalten beliebige Überlagerungen aktiver und passiver Bewegungen simultan verarbeitet.

PUP ist ein Zusatzschaltkreis zum *Muscle Linearization Network* (MLN), der seinerseits auch eine Erweiterung des ursprünglichen VITE-Konzepts darstellt. Der Schaltkreis zur adaptiven Linearisierung der Muskeldynamik MLN in Grossberg und Kuperstein (1986) ist im wesentlichen topologisch äquivalent zu Bild 8 und realisiert somit durchaus das Reafferenzprinzip, zumindest für aktive Bewegungen. Das Schema enthält ein Fehlersignal, das bereits als Meldung für Exafferenzen, d.h. zur propriozeptiven Mitverfolgung passiver Bewegungen, benutzt werden kann.

Daß Bullock, Kuperstein und Grossberg die Idee des Reafferenzprinzips zwar sehr gut, durch ihr Postulat eines Umschaltvorgangs zwischen Aktiv und Passiv aber in letzter Konsequenz doch nur unvollständig realisieren, liegt wahrscheinlich daran, daß ihre Theorien zunächst an Augenbewegungen entwickelt wurden: Hier gibt es – abgesehen von Schlägereien und Helmholtz-Versuch – kaum passive Bewegungen, sodaß ein MLN aus-

reicht, welches bei aktiven Bewegungen tätig ist. Das konzeptionelle Problem besteht offenbar darin, daß die Kuperstein- und Bullock-Anteile des Modells nicht richtig integriert werden, sondern nur nebeneinander stehen (vgl. Grossberg 1988); das Reafferenzprinzip spricht hier eine deutliche und einfache Sprache.

Die Vorteile des VITE-Konzepts liegen vor allem im motorischen high-level Bereich, wo es auf viele experimentelle Befunde paßt (Bullock & Grossberg 1988): Invarianten von Armbewegungen beispielsweise ergeben sich direkt aus den Netzwerkwechselwirkungen und nicht durch ein vorgegebenes Kriterium bei der Trajektorienplanung (vgl. 3.7.). Der Central Pattern Generator (CPG) in Bild 9 läßt sich also durch einen VITE-Schaltkreis ersetzen (Heuer 1995). In der adiabatischen Approximation ist VITE im wesentlichen ein P-Regler. Deshalb wurde für den – in unserer Sprechweise – low-level Bereich das MLN notwendig (Grossberg 1988).

Massone und Bizzi (1989) kritisieren an VITE, daß dieses Konzept nicht einfach auf mehrgelenkige Bewegungen angewendet werden kann. VITE erlaubt zwar (in dessen Weiterentwicklungen) die synchrone Kontraktion verschiedener Muskelgruppen (Grossberg 1988), es fehlt jedoch eine richtige inverse Dynamik zur Entkopplung mehrerer Freiheitsgrade (vgl. 4.7.). Das liegt wiederum daran, daß VITE zunächst an Augenbewegungen entwickelt wurde, wo solche dynamischen Kopplungseffekte keine so große Rolle spielen.

*Eine gute Theorie ist das Praktischste, was es gibt.*⁷
Robert Kirchhoff (1824-1887)

3. Erlernen einer inversen Dynamik durch Selbstimitation

Die Afferenzzerlegung in Fremdverursachtes und Eigenverursachtes gelingt nur, wenn der wahrnehmungsmäßige Effekt einer motorischen Aktion schon bekannt ist, noch bevor er eintritt. Bisher wurden die dazu nötigen (inversen) Modelle als bekannt bzw. gegeben vorausgesetzt. Ein Säugling muß aber die sensorischen Konsequenzen seiner eigenen Motorik erst kennenlernen, bevor er die sich einstellenden Afferenzen in Eigen- und Fremdanteile zerlegen kann. Dazu muß das ZNS Beziehungen zwischen Efferenzkopien und Reafferenzen herstellen, um die inversen Transformationen des eigenen Körpers zu erlernen (inverse Statik, inverse Dynamik incl. Muskeldynamik, inverse Kinematik). Die Menge der so erlernten Zuordnungen zwischen Sensorik und Motorik kann als *sensumotorisches Selbst* bezeichnet werden (Kalveram 1981, vgl. 2.2.).

Im folgenden wird das Reafferenzprinzip um ein Lernschema erweitert. Das Konzept der *Selbstimitation* (Kalveram 1990) wird mit anderen in der Literatur vorgeschlagenen Lernmechanismen verglichen, wobei die dort vorgebrachte Kritik gegen eine „direkte Invertierung“ der Dynamik entkräftet wird: Zum einen wird gezeigt, daß die von Kalveram (1992) verwendete Lernregel rekursiv formuliert werden kann, so daß der unbiologische Umschaltvorgang zwischen Lern- und Kannphase im Selbstimitationsschema entfällt. Desweiteren kann das Problem der Motoräquivalenz durch Regularisierungstechniken gelöst werden, die die Schlechtgestellttheit des inversen Problems aufheben. In diesem Zusammenhang wird ein Vorschlag zur Lösung des Konflikts zwischen kinematischer und dynamischer Schule hinsichtlich der verwendeten Optimierungskriterien erarbeitet.

Auch das Lernproblem selbst kann schlechtgestellt sein, etwa wenn das neuronale Netz für die zu lösende Aufgabe überparametrisiert ist (*Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma*). Das ist z.B. für das in Kalveram (1992) verwendete Netz der Fall. Hierfür ist bekannt, daß sich die Zahl der wirklich unabhängigen Parameter im Entkopplungsanteil der inversen Dynamik eines zweigelenkigen planaren Arms von 14 auf 3 herabsetzen läßt (Sciavicco & Siciliano 1996). Allgemeiner zeigt sich, daß die in der Lagrange-Robotik verwendeten Modellstrukturen *systematisch* überparametrisiert sind. Dieses Problem kann bisher analytisch nur *ad hoc* auf der Ebene der Differentialgleichungen für einfache Fälle gelöst werden (ibid.). Durch einen Rückgriff auf die Ebene der Lagrange-Funktion gelingt es an dieser Stelle erstmalig, durch konsequentes Verfolgen des Grundprinzips der Systemidentifikation „*not to estimate what you already know*“ (Sjöberg et al. 1995) einen *systematischen* Lösungsweg zur Beseitigung der Überparametrisierung aufzuzeigen und für den nicht-dissipativen Anteil der inversen Dynamik eine *optimale Modellplastizität* zu ermöglichen. Angesichts des „Fluchs der Dimensionen“ (vgl. 2.9.1., A.9.) kann eine solche Reduktion von Komplexität durch a-priori Wissen von großer Bedeutung sein.

Zunächst werden zwei Ebenen des motorischen Lernens abgegrenzt: high-level und low-level Lernen, die zu den beiden Zentren Z_2 bzw. Z_1 in Bild 9 korrespondieren.

⁷ Die beste Theorie ist nicht ipso facto auch eine gute. (Ed Murphy)

3.1. Motorisches Lernen: Parameterregelung und Subintention

Im Abschnitt 2.8. wurde die Aufgabe, ein bestimmtes sensorisches Ziel zu erreichen, in zwei Teilaufgaben zerlegt: in einen CPG- und einen Kompensations-Anteil (Z_2 bzw. Z_1 in Bild 9). Korrespondierend zu dieser Aufspaltung kann sowohl in der Robotik als auch in der Sensumotorik eine entsprechende Unterscheidung zwischen zwei verschiedenen Lernstufen getroffen werden:

Low-level Lernen wird definiert als Adaptation an die dynamischen und geometrischen Eigenschaften der eigenen Gliedmaßen durch Erlernen der entsprechenden inversen Transformationen. Low-level Lernen bezieht sich also auf den reflexanalogen Anteil. Eine wichtiger Teilaspekt dabei ist die dynamische Entkopplung der einzelnen Glieder (Entkopplungsregler). Um die Geometrie und Dynamik der eigenen Gliedmaßen neuronal repräsentieren zu können, müssen die inversen Transformationen geeignet parametrisiert werden. Die Parameter entsprechen dann den „synaptischen Gewichten“ innerhalb des neuronalen Netzes, mit dessen Hilfe das physikalische System invers modelliert wird. Motorisches low-level Lernen kann daher als Parametereinstellung, d.h. als Adjustierung dieser Parameter aufgefaßt werden (Kalveram 1983), was der Suche nach einer passenden Dynamik in einem vorgegebenen Raum möglicher Dynamiken entspricht. Die präzise Adjustierung dieser inversen Transformationen ist dann Voraussetzung für das nachfolgende High-level Lernen.

High-level Lernen kann charakterisiert werden als das Erlernen von geschickten Willkürbewegungen durch mentale Praxis oder Imitation. Allgemeiner sind damit alle Kontrollprozesse gemeint, die eine funktionierende Schnittstelle zur low-level Motorik bereits voraussetzen. High-level Lernen bedeutet ebenfalls eine Parameteradjustierung, jetzt aber der zentralen Mustergenerierung, deren Parameter so angepaßt werden müssen, daß intendierte Bewegungen realisiert werden. Aufgrund der prinzipiellen Redundanz der CPG-Parameter für Amplitude und Periodendauer können ferner die CPGs, welche für die Drehbewegungen um die verschiedenen Gelenke zuständig sind, auf einfache Weise synchronisiert werden (Kalveram 1991a & 1991b), so daß „coordinative structures“ (Kugler, Kelso & Turvey 1980) entstehen und z.B. das „isochrony principle“ (Viviani & Terzuolo 1980) erklärt werden kann. Bei solchen „skilled actions“ (Saltzman & Kelso 1987) werden die vorher durch die reflexanaloge Verarbeitung entkoppelten Glieder i.a. über absteigende Signale wieder kontrolliert gekoppelt. Einen Überblick über Modelle motorischer Koordination gibt Heuer (1995).

Motorisches Lernen wird somit als Parameterregelung, d.h. als *Metaregelung* (Regelung der Regelung) verstanden.⁸ Zusammenfassend gilt für die unterschiedenen Lernarten folgende Gegenüberstellung:

<i>Motorisches Lernen</i>	<i>betrifft</i>	<i>Parameterregelung</i>	<i>Aktion</i>
<i>High-level Lernen</i>	Bewegungsmuster	des Mustergenerators	Intention
<i>Low-level Lernen</i>	Kompensation	der inversen Dynamik	Subintention

Damit wird der Begriff der „subintentionalen Intelligenz“ eingeführt (Kalveram 1998), die nach dem Reafferenzprinzip die Eigensignale kompensiert. Eine Aktion setzt sich aus

⁸ Dieses Konzept der „Programmsteuerung mit Parameterregelung“ wurde auch auf die Sensumotorik des Sprechens und Stotterns angewendet (Kalveram 1991c).

zielgerichteter *Intention* und einer *Subintention* zusammen, die den Eigenanteil am Geschehen aus der Wahrnehmung herausfiltert. „Subintentionale Intelligenz“ ist im Grunde eine psychologische Umschreibung des Schnittstellenprinzips in der elektronischen Datenverarbeitung: Bei der Realisation von perzeptiven Zielen verläßt sich der Organismus darauf, daß auf nachgeordneten Ebenen die Physik des eigenen Körpers hinreichend genau bekannt ist und automatisch berücksichtigt wird (ibid.). Diese Inrechnungstellung der physikalischen Eigenschaften des eigenen Körpers ist jedoch ein Service, den uns das Nervensystem zur Verfügung stellt, ohne daß uns die dahinter stehende und ans phantastische grenzende Leistung normalerweise bewußt wird.

Das ZNS muß die inverse Dynamik und Kinematik der eigenen Gliedmaßen lernen ohne a-priori Wissen über die zugrundeliegenden Gleichungen und ohne äußere Hilfe, d.h. ohne einen Lehrer, der die zu lernenden Transformationen schon kennt. Denn für lebende Systeme sind solche Lehrer i.a. nicht verfügbar; „supervised learning“ ist biologisch wenig plausibel. Es müssen daher andere Lernalgorithmen angenommen werden, solche nämlich, die sich das Lernsignal selbst beschaffen („unsupervised learning“). Der für supervised learning benötigte Lehrer berechnet aus Soll- und Istbewegung einen Fehler, mit dem dann das Netz trainiert wird. Die Bewegungen, aus denen ein neuronales Netz die inverse Dynamik der eigenen Gliedmaßen erlernt, brauchen jedoch keine absichtsvollen oder sinnvollen Soll- oder Zielbewegungen zu sein. Es kann sich im Prinzip um beliebige Zufallsbewegungen handeln, die allerdings in einer näher zu präzisierenden Weise „reichhaltig“ oder informativ genug sein müssen (Ljung 1987), d.h. sie müssen den relevanten Teil des Zustandsraums austasten und damit die durch die dynamischen Gleichungen gegebene Mannigfaltigkeit. Ein Baby beispielsweise, das seine Gliedmaßen zu kontrollieren lernt, *kann* zunächst überhaupt keine falschen Bewegungen machen, da es in dieser Phase vor allem Zufallsbewegungen (z.B. strampeln) durchführt. Erst bei high-level motor learning (z.B. bei Auge-Hand-Koordination, Ziel- und Greifbewegungen, Laufen) kann Lernen auch aus Fehlern, durch Fremdimitation oder mentale Praxis sinnvoll eingesetzt werden.

Die Literatur unterscheidet üblicherweise zwei Klassen von Lernalgorithmen anhand folgender Kriterien (z.B. Rojas 1996):

<i>Lernen</i>	<i>Lehrer</i>	<i>Ausgabe</i>	<i>Lernen ist</i>	<i>Lernschema</i>
<i>überwacht</i>	mit	bekannt	fehlerbasiert	korrigierend
<i>unüberwacht</i>	ohne	unbekannt	selbstorganisiert	konkurrierend

Diese Unterscheidungen sind allerdings nicht ganz trennscharf: Ein Lehrer oder Kriterium kann auch innerhalb des Organismus angenommen werden (vgl. Kalveram 1981). *Korrigierendes* Lernen könne demnach auch *selbstorganisiert* sein. Die Verwendung der Begriffe – insbesondere des Etiketts „selbstorganisiert“ – ist in der Literatur uneinheitlich.

Wie bei den meisten Lernvorgängen ist eine möglichst störungsfreie Lernphase wichtig, um die Inversion der Körpertransformation präzise durchführen zu können: Nur indem der Organismus bei fehlenden Exafferenzen, also bei konstanten Umweltbedingungen, motorisch aktiv ist, seien die ankommenden Afferenzen eindeutig auf die motorischen Efferenzen beziehbar (Kalveram 1981 & 1983). Ist dies gelungen, sind in der Kannphase dann nicht nur genaue Bewegungen möglich, sondern es können auch Störungen als solche identifiziert werden. Andererseits können durch Rauschen oder kleine Störungen die Generalisierungsleistungen und die Robustheit eines Netzes *verbessert* werden (z.B. Wi-

drow & Lehr 1990, Bishop 1995). Das Paradigma „störungsfreie Lernphase“ muß also entsprechend präzisiert werden (vgl. A.4.). In jedem Fall ist motorisches Lernen nur bei eigener Aktivität des Organismus möglich.

3.2. Lernen durch Selbstimitation

Die bisherigen Überlegungen waren sehr allgemeiner Natur. Im folgenden wird die Struktur eines motorischen low-level Lernvorgangs am Beispiel des Arms genauer untersucht. Die Bewegung eines mehrgelenkigen Arms kann durch Lösungen einer vektoriellen Differentialgleichung der Form

$$\mathbf{Q} = \mathbf{f}(\mathbf{j}, \dot{\mathbf{j}}, \ddot{\mathbf{j}}) \quad (16)$$

beschrieben werden. Dabei ist $\mathbf{j} = (j_1, \dots, j_n)^T$ der Vektor der Gelenkwinkel eines n -gelenkigen Arms und $\mathbf{Q} = (Q_1, \dots, Q_n)^T$ der Vektor der an diesen Gelenken wirkenden Drehmomente. Da diese Gleichung bereits nach den Drehmomenten Q_i aufgelöst ist, stellt sie schon das gewünschte inverse Systemmodell dar, die *inverse Dynamik* (vgl. 2.9.1.). Der Arm realisiert seinerseits die *Vorwärtsdynamik*, d.h. Lösungen dieser Differentialgleichung bei gegebenen Drehmomenten und Anfangsbedingungen. Wenn die Funktion $\mathbf{f}$ bekannt ist, kann für jeden Zeitpunkt mit propriozeptiv gemessenen, geschätzten oder erwünschten Werten für die Winkelpositionen, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen das für eine Sollbewegung erforderliche Drehmoment für jedes Gelenk durch Einsetzen auf der rechten Seite von Gleichung (16) rein *algebraisch* berechnet werden. Dies war eines der Argumente für die Verwendung von inversen Modellen (vgl. 2.4.): Es müssen im Bereich der Motorik und Robotik keine Differentialgleichungen *gelöst* werden; diese kompliziertere Aufgabe löst der Arm selbst. Das motorische low-level Lernproblem besteht also darin, die zunächst unbekannte vektorwertige Funktion $\mathbf{f}$ in geeigneter Weise durch ein neuronales Netz zu approximieren.

Da das ZNS propriozeptive Information über Lage und Bewegungsgeschwindigkeit seiner Gliedmaßen erhält, sei zunächst angenommen, daß der Mustergenerator in Bild 9 lediglich einen zur Sollbewegung passenden Beschleunigungsverlauf vorgibt, der im Modell in die dynamische Gleichung (16) eingesetzt wird. (Natürlich könnte z.B. auch ein Geschwindigkeitssignal erzeugt werden, das dann allerdings neuronal differenziert werden muß.)

In der *Kannphase* (Bild 10) wird zum Zwecke der Feedforward-Kontrolle (vgl. Bild 8) die Funktion $\mathbf{f}$ durch das neuronale Netz ständig on-line berechnet (vgl. Horn & Raibert 1977). Winkelpositionen und Winkelgeschwindigkeiten werden propriozeptiv gemessen. Daraus berechnet das neuronale Netz, welches die inverse Dynamik erlernt hat, für vorgegebene Sollbeschleunigungsverläufe die nötigen Gelenkdrehmomente:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{f}(\mathbf{j}, \dot{\mathbf{j}}, \ddot{\mathbf{j}}_d) \quad (17)$$

Für die *Lernphase* wird nun die Rückkopplungsschleife an einer anderen Stelle aufgeschnitten als gewöhnlich in der Regelungstechnik: nicht bei der Zustandsrückführung, d.h. auf der Seite der Afferenzen, sondern auf der Seite der Efferenzen. Dafür wird der Ausgang des Netzes vom Systemeingang getrennt (Bild 11). Ein „blind teacher“ erzeugt nun zufällige Drehmomentverläufe, die in das System eingespeist werden und dem neuronalen Netz als Efferenzkopien zur Verfügung stehen (Kalveram 1990). Ein Vergleich mit Bild 9

zeigt, daß dieses Signal konsequenterweise ec_0 genannt werden kann, da es sich hier um eine Kopie der Efferenz an das Zentrum Z_0 (Effektor) handelt. Der Beschleunigungszustand wird neben ec_0 ebenfalls in das Netzwerk zurückgeführt, wobei zunächst stillschweigend angenommen wird, daß es sich hierbei ebenfalls um eine biologische Meßgröße handelt (vgl. 2.8. und 3.9.). Dies ist in Bild 11 durch die kräftigeren Linien angedeutet.

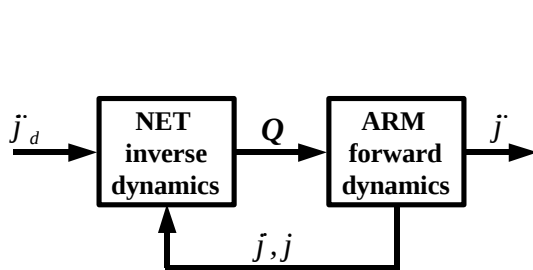


Bild 10 Kannphase: Feedforward-Kontrolle

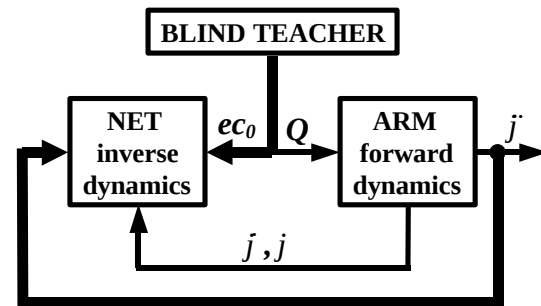


Bild 11 Lernphase: Selbstimitation mit „blind teacher“

Die *Selbstimitation* besteht nun darin, daß das Netz lernt, aus den Reafferenzen die Efferenzkopie ec_0 zu erzeugen, d.h. den „blind teacher“ zu imitieren, der im ZNS selber liegt: Der Arm reagiert auf die Efferenzen Q aus dem „blind teacher“ mit bestimmten Reafferenzen j . Das Netz muß das inverse Problem lösen und lernen, aus diesen Reafferenzen zugehörige Efferenzen zu bestimmen. Der Begriff „blind teacher“ ist hierbei etwas irreführend, da dieser „Lehrer“ im Grunde nur ein Zufallsgenerator ist.

Die Funktion f in Gleichung (16) bzw. (17) ist i.a. ein Element eines ∞ -dimensionalen Funktionenraums. Für eine konkrete Realisierung einer Approximation dieser Funktion muß man sich endlich-dimensionale Parametrisierungen verschaffen und sich eine endlich-dimensionale inverse Modellstruktur vorgeben (Ljung 1987). Für die Parameteradjustierung müssen also die Funktionen f_i zunächst geeignet parametrisiert werden. Unter gewissen Glätteannahmen können sie in Potenzreihen entwickelt werden, z.B. mit trigonometrischen Funktionen oder in eine Taylor-Reihe. Allgemeiner wählt man z.B. m Basisfunktionen der Zustandsvariablen, in die a-priori Wissen über den Prozeß eingebracht werden kann. Die Koeffizienten der Reihe, z.B. die Fourier- oder Taylorkoeffizienten, sind die „synaptischen Gewichte“ des neuronalen Netzes. Für das Drehmoment Q_i am Gelenk i gilt dann:

$$Q_i = \sum_{j=1}^m w_{ij} \cdot b_j(j, \dot{j}, \ddot{j}) \quad (18)$$

Die Q_i entstehen also durch Linearkombinationen von m nichtlinearen Termen. Das synaptische Gewicht w_{ij} bestimmt den Einfluß der Basisfunktion b_j auf den Ausgang Q_i des Netzes. Mit dem n -dimensionalen Vektor der Drehmomente $Q = (Q_1, \dots, Q_n)^T$ für einen (planaren) n -gelenkigen Arm, dem m -dimensionalen Vektor $b = (b_1, \dots, b_m)^T$ der m Basisfunktionen und der $n \times m$ -Matrix $W = (w_{ij})$ der synaptischen Gewichte schreibt sich Gleichung (18) als

$$Q = Wb \quad (18)$$

Diese Berechnungen lassen sich auf einfache Weise durch ein neuronales Netz realisieren (Kalveram 1992). Dieses Netzwerk (Bild 12) zur Berechnung der inversen Dynamik ist ein 3-schichtiges feedforward Netz mit festen Gewichten im hidden layer und variablen Gewichten nur im output layer. In das input layer werden Soll- und Istzustände eingespeist. Das input layer hat nur die Funktion eines „fan-out“ ins hidden layer. Im hidden layer werden

daraus die aktuellen Werte für die m Basisfunktionen b_j berechnet. Diese Werte gelangen dann, gewichtet mit den synaptischen Gewichten w_{ij} im output layer, an die Ausgänge Q_i des Netzes. Die Ausgangsschicht ist ein gewöhnlicher *linearer Assoziator* oder *linearer Kombinierer* (Widrow & Stearns 1985). Im Beispiel eines zu kontrollierenden Arms sind die Basisfunktionen linear in den Beschleunigungen, polynomial in den Geschwindigkeiten und trigonometrische Funktionen der Winkelkoordinaten (vgl. 3.10.), die sich auch durch Polynome approximieren lassen.⁹

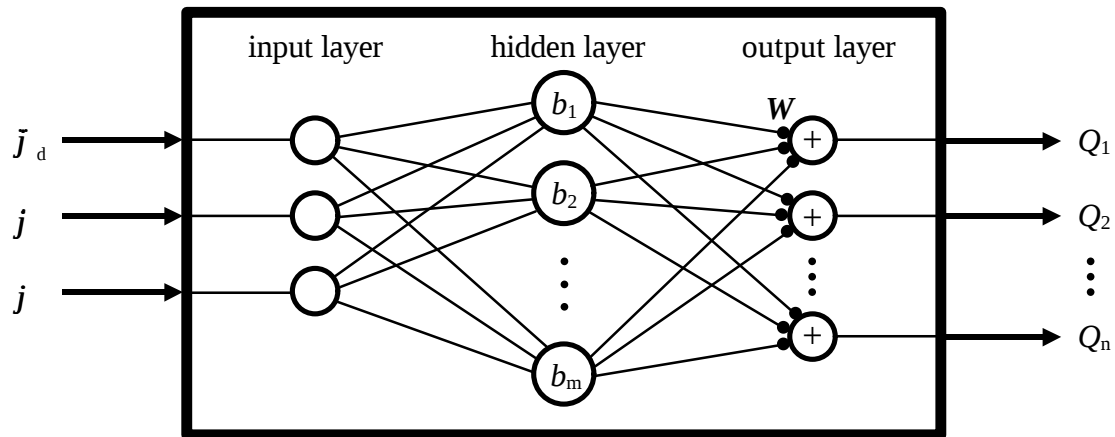


Bild 12 Inverse dynamics network

3.3. Lineare Regression und LSE-Regel

In der Sprache der Systemidentifikation handelt es sich bei Gleichung (18) um eine lineare Regression. Die Basisfunktionen bilden den sogenannten Regressionsvektor $\mathbf{b}$. Das Problem der Systemidentifikation zerfällt im wesentlichen in zwei Teilaufgaben, die die Vorgabe einer Netzwerktopologie bzw. einer Lernregel betreffen (Ljung 1987):

1. *Netztopologie*: Vorgabe einer parametrisierten Modellstruktur, d.h. einer Menge von Kandidaten, Wahl geeigneter Basisfunktionen und damit eines Regressionsvektors $\mathbf{b}$.
2. *Lernregel*: Wahl einer Methode zur Identifikation des „besten“ Modells aus der Modellstruktur, Parameterschätzung der „synaptischen Gewichte“ $\mathbf{W}$ aus Trainingsdaten in einem Lernprozeß (Parameterregelung).

In die Wahl der Basisfunktionen oder Regressoren kann a-priori Wissen einfließen. Für technische Anwendungen sind solche grey-box Modelle vorzuziehen. Im Prinzip ist es aber unwichtig, wie die Basisfunktionen b_i beschaffen sind oder berechnet werden. Wichtig ist nur, daß es bekannte Größen zur Zeit t sind (Ljung 1987), was biologisch modulo Zeitverzögerungen durch die Propriozeption gesichert ist. Ursprünglich war die Systemidentifikation vor allem für Vorwärtsmodelle gedacht (Ljung 1987). Das *mathematische* Problem ist jedoch für die inversen Modelle im Prinzip das gleiche. Inverse Modelle wie Gl. (16) sind oft sogar einfacher zu identifizieren als Vorhersagemodelle. Für das Verfahren der linearen Regression ist unwichtig, ob das identifizierte Modell als Prädiktor (*causa efficiens*) oder Inversor (*causa finalis*) interpretiert wird (vgl. 2.9.1. und Bild 17 in 4.1.).

⁹ Auf die Universalität polynomialer Approximationen in praktischen Situationen (Wray & Green 1995) wird im Anhang A.6. kurz eingegangen.

Geometrisch gesprochen liegen alle Trainingsdaten bzw. Samples, die während der Trainingsbewegungen aufgenommen wurden, modulo Rauschen auf einer Hyperfläche im Raum der dynamischen Variablen des zu kontrollierenden Systems, die durch die Differentialgleichung (16) gegeben ist. Das Lernproblem läßt sich deshalb auch so formulieren, daß mit Hilfe von Basisfunktionen diese Hyperfläche möglichst genau approximiert werden muß (z.B. Poggio & Girosi 1990). Feedforward Netze sind äquivalent zu einer parametrischen Funktionsapproximation $f(\mathbf{W}, \mathbf{x})$.¹⁰ Im folgenden wird der Lernprozeß genauer betrachtet.

Gleichung (18) gilt für jeden Zeitpunkt t . Durch die Zufallssignale aus dem „blind teacher“ wird nun ein Prozeß in Gang gesetzt, in dem eine genügend große Anzahl von „Schnappschüssen“, d.h. Trainingsvektoren $(\mathbf{Q}, j, j, \check{j})$ zu verschiedenen Zeiten t gesampled wird. Damit werden jeweils die Werte für die Basisfunktionen b_j berechnet und mit den entsprechenden Q s zusammen in Gleichung (18) eingesetzt, so daß sich eine *lineare* Bestimmungsgleichung für die synaptischen Gewichte w_{ij} ergibt. Für eine ausreichend große Zahl $N > m$ von Trainingsvektoren, die aber aus einer einzigen Trainingsbewegung stammen können, ist das lineare Gleichungssystem (18) stark überbestimmt. Dadurch wird die LSE-Regel (least-squares estimate) anwendbar (z.B. Aström & Eykhoff 1971, Ljung 1987), um die Gleichung (18) nach $\mathbf{W}$ aufzulösen und so die synaptischen Gewichte zu bestimmen. Die jeweils N Trainingsvektoren $\mathbf{b}^k$ und $\mathbf{Q}^k$ werden zunächst nebeneinander als Matrix geschrieben, sodaß sich Gleichung (18) erweitert zu

$$\begin{pmatrix} w_{11} & \cdots & \cdots & w_{1m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & \cdots & \cdots & w_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1^1 & \cdots & \cdots & b_1^N \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ b_m^1 & \cdots & \cdots & b_m^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1^1 & \cdots & \cdots & Q_1^N \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Q_n^1 & \cdots & \cdots & Q_n^N \end{pmatrix} \quad (19)$$

Mit den Abkürzungen $\mathbf{Y}^T = (\mathbf{b}^1 \mathbf{b}^2 \dots \mathbf{b}^N)$ und $\mathbf{Z}^T = (\mathbf{Q}^1 \mathbf{Q}^2 \dots \mathbf{Q}^N)$ kann Gleichung (19) wieder in Matrixform geschrieben werden:

$$\mathbf{W} \mathbf{Y}^T = \mathbf{Z}^T \quad (20)$$

Nach Anwendung der Transpositionsregel für verkettete Matrizen kommt

$$\mathbf{Y} \mathbf{W}^T = \mathbf{Z} \quad (21)$$

Gleichung (21) kann nicht ohne weiteres nach $\mathbf{W}^T$ bzw. $\mathbf{W}$ aufgelöst werden, da die Matrix $\mathbf{Y}$ als $N \times m$ -Matrix für $N > m$ nicht quadratisch und damit nicht invertierbar ist. Die Matrix $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ ist jedoch eine quadratische (und sogar symmetrische) $m \times m$ -Matrix. Man multipliziert also Gleichung (21) von links zunächst mit $\mathbf{Y}^T$ und erhält die sogenannte *Normalengleichung* der linearen Regression:

$$\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} \mathbf{W}^T = \mathbf{Y}^T \mathbf{Z} \quad (22)$$

¹⁰ Die Beschränkung auf die in Bild 12 angedeutete Netztopologie mit ihrer linearen Parametrisierung der unbekannten Funktion f in Gleichung (18) bedeutet keine Beschränkung der Allgemeinheit: Grossberg zeigte (1988), daß eine beliebige nichtlineare Funktion S einer Summe durch eine einfache Koordinatentransformation in eine Summe nichtlinearer Funktionen umgeschrieben werden kann (S Σ -Exchange). Insbesondere lassen sich so die üblichen Sigmoid-Netze mit einer verdeckten Schicht, also etwa das *Adeline* (adaptive linear element) mit stetiger Ausgangsnichtlinearität (Widrow & Stearns 1995) in die Form von Gleichung (18) bringen. Allgemeiner sichert das Stone-Weierstrass Theorem, daß die Funktionennetze aus Bild 12 jede stetige Funktion f approximieren können (Girosi & Poggio 1990). Sie sind ebenfalls universelle Approximatoren, was eine gewisse Universalität der linearen Regression deutlich macht.

Die Matrix $\mathbf{R} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ wird *Regressionsmatrix* genannt; falls sie invertierbar ist, kommt

$$\mathbf{W}^T = (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{Z} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{Z} \quad (23)$$

Dies ist die gewünschte Gleichung für die synaptischen Gewichte $\mathbf{W}$, die LSE-Regel. Auf der rechten Seite von Gl. (23) steht die *Moore-Penrose Pseudoinverse* $\mathbf{Y}^+$ der Matrix $\mathbf{Y}$ (Moore 1920, Penrose 1955 & 1956, Munn & Penrose 1955, Rado 1956, Greville 1959 & 1960, Kalman 1960, Ben-Israel & Charnes 1963, Desoer & Whalen 1963, Albert 1969 & 1972, Ljung 1987, Poggio & Girosi 1989, Sciavicco & Siciliano 1996, Tian 1998, Udwadia & Kalaba 1999, Stanimirovic 1999):

$$\mathbf{Y}^+ = (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \quad (24)$$

Damit kann die gewünschte Bestimmungsgleichung (23) für die synaptischen Gewichte auf die einfache Form

$$\mathbf{W} = (\mathbf{Y}^+ \mathbf{Z})^T \quad (25)$$

gebracht werden. In Computersimulationen ist dieses Lernschema der Selbstimitation mit einem Potenznetzwerk und LSE-Regel um mehrere Größenordnungen besser als ein mit Backpropagation trainiertes Sigmoid-Netzwerk (Kalveram 1993a). Ein Beispiel für ein Potenznetzwerk, welches durch Auto-Imitation aus selbsterzeugten Erfahrungen an einer einzigen ungezielten Bewegung die Invertierung der Dynamik eines zweigelenkigen Arms lernt, ist in Kalveram (1992 & 1993b) gegeben.

3.4. Das Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma: Regularisierung

Wie im Anhang genauer erläutert wird, kann der durch die pseudoinverse Lösung (25) des Gleichungssystems (21) charakterisierte „neuronale“ Lernvorgang als Minimierung einer quadratischen Fehlerfunktion

$$V(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} (\mathbf{Z}^T - \mathbf{W} \mathbf{Y}^T)^2 \quad (A1)$$

aufgefaßt werden. Neuronales Lernen ist in dieser Sichtweise ein Optimierungsprozeß, ein Abstieg auf der Fehlerfläche, die durch die Fehlerfunktion $V(\mathbf{W})$ gegeben ist. Es zeigt sich, daß die Hesse-Matrix V'' bezüglich $\mathbf{W}$ mit der Regressionsmatrix $\mathbf{R}$ identisch ist (vgl. A.2.):

$$V'' = \mathbf{R} \quad (A3)$$

Eine wichtige Voraussetzung für die Anwendbarkeit der LSE-Regel ist die Invertierbarkeit dieser Hesse-Matrix, d.h. deren maximaler Rang: $\text{rg} \mathbf{R} = m$. Die Invertierbarkeit ist jedoch nur für hinreichend unabhängige Trainingsvektoren gegeben; i.a. ist die Matrix $\mathbf{R}$ nur positiv *semi*-definit, kann also schlecht konditioniert sein, d.h. singulär (oder nahezu singulär) mit $\text{rg} \mathbf{R} < m$. Die Dimension $m - \text{rg} \mathbf{R}$ des Nullraums von $\mathbf{R}$ ist durch die Anzahl der Eigenwerte von $\mathbf{R}$, die Null sind, gegeben (Widrow & Stearns 1985). Die Invertierbarkeit der Hesse-Matrix hängt einerseits mit dem *Informationsgehalt der Trainingsmenge* zusammen und andererseits mit der *Plastizität des Netzes*, d.h. mit der Anzahl der verstellbaren Parameter oder „Gewichte“. Die Bedingung maximalen Rangs kann verletzt sein, wenn die Trainingsdaten nicht informativ genug, nicht reichhaltig genug sind, oder wenn das Modell überparametrisiert ist, d.h. die Dimension m der Modellstruktur zu hoch ist (Ljung 1987). Eine zu kleine und unflexible Modellstruktur wird nicht genügend Struktur aus den Daten herausholen; eine zu große Modellstruktur mit zu vielen Freiheiten wird lediglich die spezielle Realisierung

des Rauschens in den Daten genauer modellieren („overfit“ oder „overtraining“). Beide Fälle ergeben schlechte Generalisierungsleistungen des identifizierten Modells bei Validierung an frischen Daten. Dieses sog. *Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma* zwischen Minimierung des Trainingsfehlers, d.h. *Annäherung* an die Trainingsdaten (Identifizierbarkeit), und Maximierung der Approximationsfähigkeit an Validierungsdaten, d.h. *Generalisierung*, ist ein generelles Problem aller Modellstrukturen bzw. neuronaler Netze (Geman et al. 1992).

Eine gängige Methode, diese Schwierigkeiten zu überwinden, ist die *Regularisierung* des Problems durch implizite Glätteannahmen (vgl. A.4.). Die Invertierbarkeit der Hesse-Matrix $\mathbf{R}$ in Gleichung (23) kann am einfachsten durch einen kleinen Zusatzterm $l \mathbf{I}$ proportional zur Einheitsmatrix garantiert werden ($l > 0$):

$$\mathbf{W}^T = (\mathbf{R} + l \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{Z} \quad (\text{A11})$$

Dies ist eine regularisierte Lösung des möglicherweise unterbestimmten Gleichungssystems (20). Der auf $\mathbf{Z}$ wirkende Operator kann alternativ zu Gleichung (24) zur Definition der *Moore-Penrose Pseudoinversen* $\mathbf{Y}^+$ einer beliebigen Matrix $\mathbf{Y}$ herangezogen werden (Albert und Sittler 1966):

$$\mathbf{Y}^+ = \lim_{l \rightarrow 0} (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} + l \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Y}^T$$

In dieser Formulierung ist umgekehrt die einfache Regularisierung vom Typ (A11) bereits enthalten als nicht vollständig ausgeführter Limes! Der Prototyp einer Regularisierung gemäß (A11) zeigt sich in der Fehlerfunktion (A1) ebenfalls als kleiner Zusatzterm:

$$V(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} (\mathbf{Z}^T - \mathbf{W} \mathbf{Y}^T)^2 + \frac{1}{2} l \|\mathbf{W}\|^2 \quad (\text{A7})$$

Der Zusatzterm $\frac{1}{2} l \|\mathbf{W}\|^2$ heißt *Stabilisierer* oder *Regularisierer*. Auf der Ebene der Fehlerfunktion können verschiedene a-priori Annahmen über die zu approximierende Hyperfläche in systematischer Weise durch entsprechende Stabilisierer kodiert werden (vgl. A.4.).

Eine Überparametrisierung der Modellstruktur bedeutet das Vorhandensein überflüssiger Parameter in der Modellstruktur. Ein solcher redundanter Parameter in der Modellstruktur führt zu einem Eigenwert Null der Hesse-Matrix V'' . Ein kleiner Eigenwert der Hesse'schen kann demnach als zu einem nicht so wichtigen Parameter korrespondierend interpretiert werden (Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994). Der Regularisierungsparameter l in (A7) wirkt als Schranke für überflüssige Parameter und erlaubt so die Kontrolle der Modellkomplexität durch Unterdrückung von redundanten Basisfunktionen: Eigenwerte, die kleiner als l sind, werden von der Diagonalmatrix $l \mathbf{I}$ dominiert. Die Anzahl der Eigenwerte der Hesse'schen, die größer als l sind, gibt die effektive Anzahl der Parameter in der Modellstruktur an, die tatsächlich gebrauchten Parameter. Das bedeutet, daß man eine große Zahl von Basisfunktionen bzw. Parametern *anbieten* und die Zahl der tatsächlich *benutzten* Parameter durch den Regularisierungsparameter l einstellen kann (Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994). Die Regularisierung geht also von einer relativ flexiblen Modellstruktur aus und kontrolliert die Varianz durch eine Modifikation des Fehlerkriteriums. Der Regularisierungsparameter l hängt dadurch direkt mit dem Grad der Generalisierungsfähigkeiten zusammen. Generalisierung ist nicht möglich, wenn die zu lernende Abbildung vollkommen zufällig ist. Hierzu Poggio und Girosi (1989): „Generalization is based on the fact that the world in which we live is usually – at the appropriate level of description – redundant. In particular, it may be smooth“. Die Glattheit einer Funktion bedeutet, daß sie nicht *völlig* lokal ist: Der Wert an einer Stelle hängt mit den benachbarten Werten zusammen.

3.5. Kritik der Selbstimitation und Vergleich mit anderen Lernschemata

Im folgenden wird das Lernschema der Selbstimitation (Kalveram 1990, vgl. 3.2.) mit anderen in der Literatur vorgeschlagenen Lernmechanismen verglichen und die dort vorgebrachte Kritik gegen eine „direkte Invertierung“ der Dynamik entkräftet. Das Lernschema der Selbstimitation (Bild 11) ist eng verwandt mit dem Konzept des *Direct Inverse Modeling* oder auch *Direct Inverse Control* (Widrow & Stearns 1985, Psaltis et al. 1987). Die Kannphase des Direct Inverse Modeling ist die gleiche wie beim Selbstimitationsschema und besteht in einer Feedforward-Kontrolle (vgl. Bild 10). Beim Direct Inverse Modeling wird jedoch das neuronale Netz NN in der Lernphase mit der Differenz zwischen tatsächlichem Motorsignal Q und dem vom Netzwerk geschätzten Feedforward-Signal Q_{ff} trainiert, d.h. mit dem Fehler, den das Netz bei der Reproduktion des applizierten Motorsignals Q macht (Bild 13b). Der Unterschied besteht also im wesentlichen in der Wahl des Lern- oder Trainings-signals (teaching signal). Darunter versteht man die Signale, aus denen das neuronale Netz lernt. Die Trainingssignale sind in Abb 13 durch fettere Linien gekennzeichnet.

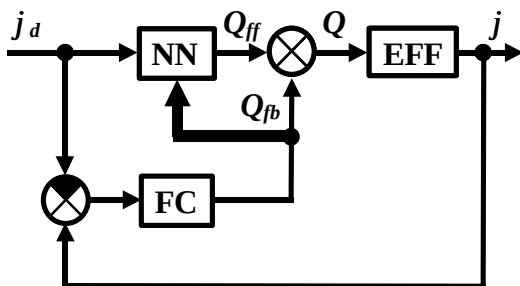


Bild 13a Feedback-Error-Learning

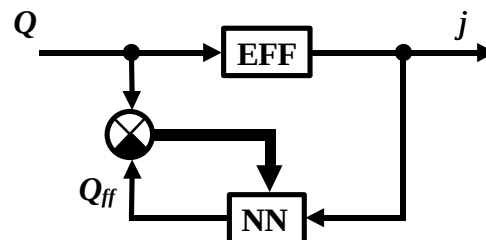


Bild 13b Direct Inverse Modelling

Das Schema der direkten inversen Modellierung wurde vor allem aus zwei biologisch motivierten Gründen kritisiert. Auch die Selbstimitation ist von dieser Kritik betroffen, so daß die Argumente hier näher diskutiert werden müssen:

- Um das Netz nach der Lernphase in Feedforward-Richtung betreiben zu können, muß sein Eingang (wie bei der Selbstimitation) von aktueller Trajektorie auf Solltrajektorie umgeschaltet werden (vgl. 3.2.). Hierfür ist ein neuronaler „large scale connection change“ notwendig (Miyamoto, Kawato, Setoyama & Suzuki 1988). Dieser Umschaltvorgang zwischen Lern- und Kannphase ist biologisch unplausibel, zumal irgendwie entschieden werden muß, wann er erfolgen soll. In der Kannphase, wenn das Lernen zunächst als beendet angesehen wurde, ist es dann schwierig, auf Parameteränderungen (Alterungsprozesse, Zusatzlasten etc.) flexibel zu reagieren. Das inverse Modell kann aufgrund des Umschaltvorgangs während des Trainings nicht für Kontrollzwecke verwendet werden (Kawato & Gomi 1992).
- Ein durch direkte inverse Modellierung lernendes neuronales Netz wird nicht mit den dynamischen Redundanzen fertig (Jordan 1988 & 1990, Kawato & Gomi 1992, Massone 1995). Dynamische Redundanz oder *Motoräquivalenz* bedeutet, daß es mehr Aktuatoren als mechanische Freiheitsgrade gibt, z.B. wenn mehrere Muskeln auf dasselbe Gelenk wirken. Verschiedene Verteilungen der Muskelaktivierungen können dann dieselbe Bewegung erzeugen. In diesem Fall hat die inverse Transformation einen One-to-many-Charakter. Es handelt sich wegen dieser fehlenden Eindeutigkeit um ein unterbestimm-

tes, d.h. schlechtgestelltes Problem (ill-posed-problem). Die dynamischen Redundanzen sind im Gegensatz zu den kinematischen Redundanzen nur im biologischen Bereich interessant. In der Robotik wird aus Sparsamkeitsgründen meistens nur ein Aktuator pro Freiheitsgrad verwendet.

Zur Lösung dieser Probleme wurde im Bereich der Robotik – aber durchaus mit biologischem Anspruch – das Konzept des *Feedback-Error-Learning* entwickelt, welches in Bild 13a dargestellt ist (Kawato, Furukawa & Suzuki 1987, Miyamoto, Kawato, Setoyama & Suzuki 1988, Kawato & Gomi 1992). Das inverse Modell wird hier nicht mit der tatsächlichen Trajektorie $j(t)$ gespeist, sondern stets mit der Solltrajektorie $j_d(t)$. Das Motorsignal Q besteht aus einem Feedforward-Anteil Q_{ff} des neuronalen Netzes NN und einem Feedback-Anteil Q_{fb} aus einem herkömmlichen Feedback-Controller FC, d.h. $Q = Q_{ff} + Q_{fb}$. Als Trainingssignal für das neuronale Netz wird der Ausgang Q_{fb} des Feedback-Reglers FC verwendet. Unter der Annahme einer störungsfreien Lernphase ist dies ebenfalls ein Fehler, den das Netz bei der Produktion eines passenden Motorsignals Q macht. Ziel des Lernvorgangs ist es nun, den Feedback-Regler arbeitslos zu machen, d.h. das Signal Q_{fb} – und damit auch die Meldung m in der Reafferenzsprache – zum Verschwinden zu bringen. Während des Lernens übernimmt die inverse Dynamik mehr und mehr die Kontrolle über den Roboter an Stelle der Feedback-Schleife. Durch eine zeitkontinuierliche Parameterregelung wird ein Umschaltvorgang zwischen Lern- und Kannphase vermieden. Da in der Robotik von Anfang an ein funktionierender Feedbackregler vorhanden ist, kann motorisches Lernen dort als Übergang von Feedback-Regelung zur Feedforward-Steuerung angesehen werden (Miyamoto et al. 1988). Der Feedback-Regler fungiert hier als ein Lehrer, der sich selbst überflüssig macht.

Während beim Selbstimitationsschema (Bild 11) und bei der direkten inversen Modellierung (Bild 13b) als Motorsignale in der Regel zufällige Signale verwendet werden, sind sie beim Feedback-Error-Learning (Bild 13a) direkt mit einer vorgegebenen Sollbewegung verknüpft. Das macht für den Lernvorgang im Moment keinen prinzipiellen Unterschied. Wichtig ist ja nur, daß die Efferenzen Q in den Effektor eindeutig auf die sich daraufhin einstellenden Reafferenzen j beziehbar sind. Kawato et al. (1987) arbeiten mit den gleichen Basisfunktionen wie Kalveram (1992), mit den Funktionen aus den Differentialgleichungen, die aus einer Lagrange-Funktion gewonnen wurden (vgl. 3.10.). Anstelle einer einschränkenden off-line LSE-Regel verwendet Kawato einen iterativen Gradientenabstieg zur on-line Identifikation der Roboterdynamik (vgl. 3.3., A.3., A.8.). Zur Kompensation der dynamischen Effekte einer aufgenommenen Zusatzlast wurden verschiedene zusätzliche neuronale Netzwerke vorgeschlagen, die diese Aufgabe übernehmen können (Kawato et al. 1987, Kalveram 1992).

Der Hauptkritikpunkt am Feedback-Error-Schema bezieht sich auf die Außerachtlassung der propriozeptiven Rückmeldung: Obwohl die Efferenzkopie erwähnt wird (Kawato et al. 1987), wird die so wichtige zugehörige Reafferenz ignoriert und also auch nicht zum Lernen benutzt, sondern nur die Efferenzkopie des Reglersignals. Bei den beiden anderen hier untersuchten Lernschemata werden dagegen efferente *und* afferente Informationen genutzt. In einer späteren Arbeit ziehen Gomi und Kawato (1993) die propriozeptive Rückmeldung tatsächlich in Betracht. Sie präsentieren – ohne es selbst zu bemerken – ein „neues“ Lernschema, welches das von ihnen zuvor so kritisierte Direct Inverse Modeling enthält und genau dem Schema in Bild 13b entspricht. Dieses „neue“ Schema nennen sie *Inverse Dynamics Model Learning*. Der Zusammenhang ist wie folgt:

Inverse Dynamics Model Learning = Direct Inverse Modeling + Feedback Controller

Gomi und Kawato (1993) zeigen dabei aber noch einmal, daß dieses Lernschema, mit welchem Netz und welcher Lernregel und unter welchem Namen auch immer, mit dem Erlernen der inversen Dynamik auch die (low-level) *Impedanzkontrolle* (Bild 8) gleich mitlernen kann und belegen dies mit Simulationen. Die künstliche oder „virtuelle“ Impedanz (Massen, Viskositäten und Steifigkeiten) kann verstellt werden, ohne daß die inverse Dynamik immer wieder neu erlernt werden müßte. Damit wird die Trennung zwischen Führungs- und Störverhalten auf den Lernprozeß ausgedehnt (vgl. 2.7.).

Alle drei Konzepte, *Direct Inverse Modeling*, *Feedback-Error-Learning* und *Selbstimitationslernen*, haben die Fähigkeit, zu generalisieren, d.h. Bewegungen auszuführen, die nicht in der Trainingsmenge enthalten sind, ein Transfer auf nicht geübte Bewegungen.

Genauere Darstellungen der hier betrachteten sowie weiterer Lernschemata finden sich in den zitierten Originalarbeiten und in den aktuelleren Handbüchern (z.B. Arbib 1995, Heuer & Keele 1996)¹¹. In den folgenden Abschnitten werden die beiden Kritikpunkte an der direkten inversen Modellierung genauer besprochen: der *Umschaltvorgang zwischen Lern- und Kannphase* und das *Problem der Motoräquivalenz*.

3.6. Rekursive Selbstimitation und RLS-Regel

Die Vorteile aller drei behandelten Konzepte (Bild 11, Bild 13a, Bild 13b) lassen sich kombinieren, wenn man sich den mathematischen Algorithmus genauer ansieht, der dem Selbstimitationsschema zugrunde liegt. Das Potenznetz lernt bisher off-line, nach der Trainingsbewegung, sozusagen im Schlaf mit Hilfe der LSE-Regel; die Parameterregelung ist zeitdiskret (Kalveram 1991a). Die LSE-Regel kann aber genausogut auch on-line und rekursiv angewendet werden, mit dem gleichen Ergebnis und ohne jeden Informationsverlust (Albert & Sittler 1966). Dadurch wird die etwas künstliche und biologisch unplausible Trennung zwischen Lern- und Kannphase im Selbstimitationsschema aufgehoben.

Um das genauer zu sehen, wird neben der $m \times m$ *Regressionsmatrix* $\mathbf{R} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ die $m \times n$ *Progressionsmatrix* $\mathbf{P} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Z}$ definiert. Damit schreiben wir die Gleichungen (22) und (23) noch einmal auf (vgl. 3.3., Widrow & Stearns 1985, Ljung 1987):

$$\mathbf{R} \mathbf{W}^T = \mathbf{P} \quad (26)$$

$$\mathbf{W}^T = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} \quad (27)$$

Die Lösung (27) des Gleichungssystems (26) wird für einen linearen Kombinerer auch *Wiener Gewichtsvektor* genannt (Widrow & Stearns 1985), hier allgemeiner: Gewichtsmatrix. Sei $\mathbf{R}(t)$ die Matrix, in der die ersten $N = t > m$ Trainingsvektoren berücksichtigt sind. Schreibt man die Matrizen aus, sieht man, daß sich die Berechnung von $\mathbf{R}(t)$ rekursiv auf $\mathbf{R}(t-1)$ zurückführen läßt:

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{Y}^T(t) \mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^T(t-1) & \mathbf{b}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(t-1) \\ \mathbf{b}^T(t) \end{bmatrix} = \mathbf{R}(t-1) + \mathbf{b}(t) \mathbf{b}^T(t) \quad (28)$$

¹¹ Andere Lernschemata wie z.B. *Forward Inverse Modeling* (Jordan 1990) enthalten Vorwärtsmodelle, von deren Nutzen wir uns *bisher* nicht überzeugen konnten, und werden deshalb hier zunächst nicht näher betrachtet (vgl. 2.3. und 3.7.).

Mit der gleichen Überlegung für $P(t)$ gelten die folgenden beiden Rekursionsformeln:

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}(t-1) + \mathbf{b} \mathbf{b}^T \quad (29)$$

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t-1) + \mathbf{b} \mathbf{Q}^T \quad (30)$$

Da $\mathbf{b}$ und $\mathbf{Q}$ immer für den aktuellen Zeitpunkt t berechnet werden, wird das Zeitargument dort im folgenden weggelassen. Gleichung (30) in (26) ergibt

$$\mathbf{R}(t) \mathbf{W}^T(t) = \mathbf{P}(t-1) + \mathbf{b} \mathbf{Q}^T \quad (31)$$

Nun wird Gleichung (26) zum Zeitpunkt $t-1$ benutzt und in (31) für $\mathbf{P}(t-1)$ eingesetzt:

$$\mathbf{R}(t) \mathbf{W}^T(t) = \mathbf{R}(t-1) \mathbf{W}^T(t-1) + \mathbf{b} \mathbf{Q}^T \quad (32)$$

Mit Hilfe von Gleichung (29) kann $\mathbf{R}(t-1)$ aus Gleichung (32) vertrieben werden:

$$\mathbf{R}(t) \mathbf{W}^T(t) = [\mathbf{R}(t) - \mathbf{b} \mathbf{b}^T] \mathbf{W}^T(t-1) + \mathbf{b} \mathbf{Q}^T \quad (33)$$

Auf beiden Seiten von links mit $\mathbf{R}^{-1}(t)$ multiplizieren ergibt schließlich

$$\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{W}^T(t-1) + \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{b}(t) [\mathbf{Q}(t) - \mathbf{W}(t-1) \mathbf{b}(t)]^T \quad (34)$$

Diese Gleichung ist die rekursive Version von Gleichung (23) und beschreibt die *RLS-Regel* (recursive least squares). Die Trainingsvektoren werden nun on-line berechnet und ausgewertet, sobald die Afferenzen eintreffen. Da an keiner Stelle eine Näherung gemacht wurde, ergibt sich mit der RLS-Regel zu jeder Zeit ab $t > m$ exakt dasgleiche Ergebnis wie off-line mit der LSE-Regel (25) oder (27).

Die RLS-Regel funktioniert mit konstantem Speicherbedarf: Da $\mathbf{R}$ eine symmetrische $m \times m$ -Matrix ist, müssen – neben der $n \times m$ -Matrix $\mathbf{W}$ – lediglich $m \cdot (m+1)/2$ Werte gespeichert werden bis zum nächsten Zeittakt und nicht $m \cdot N$ Werte für N Trainingsvektoren ($\mathbf{Q}$, $\mathbf{b}$) wie bei der off-line LSE-Regel (Gl. 25 bzw. 27). Hier zeigt sich ein weiteres Argument gegen die Verwendung von Vorwärtsmodellen: Wenn das System integrierenden Charakter hat, müssen die Trainingsdaten zur Identifikation eines Vorwärtsmodells u.U. für längere Zeit gespeichert werden. Die *inverse* Dynamik für eine kinematische Kette (Gl. 16) beispielsweise ist jedoch *lokal* in der Zeit, und die gesamte Information über die Vergangenheit ist in der Regressionsmatrix $\mathbf{R}$ gespeichert.

In der eckigen Klammer von Gleichung (34) vergleicht der Algorithmus das tatsächlich applizierte $\mathbf{Q}(t)$ mit dem Feedforward-Signal $\mathbf{Q}_{ff}$, welches das Netz aufgrund der aktuellen Reafferenzen, die in den Regressionsvektor $\mathbf{b}(t)$ einfließen, mit den alten Gewichten $\mathbf{W}(t-1)$ berechnet, d.h. $\mathbf{Q}_{ff} = \mathbf{W}(t-1) \mathbf{b}(t)$. Die Gewichte werden nun so modifiziert, daß das Netz das selbsterzeugte Verhalten imitiert, d.h. das tatsächliche $\mathbf{Q}(t)$ realisiert, in dem auch Anteile $\mathbf{Q}_{fb}(t)$ aus einem Feedbackregler (vgl. Bild 13a) bzw. ein $\mathbf{Q}_{bt}(t)$ aus einem „blind teacher“ (vgl. Bild 11) enthalten sein können. Die eckige Klammer in Gleichung (34) ergibt sich mit $\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}_{ff} + \mathbf{Q}_{fb}$ zu $\mathbf{Q}_{bt} = \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_{ff}$. Das Trainingssignal bleibt also dasgleiche bei der RLS-Regel. Der vollständige Algorithmus der rekursiven Selbstimitation sieht nun folgendermaßen aus:

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}(t-1) + \mathbf{b}(t) \mathbf{b}^T(t) \quad (35a)$$

$$\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{W}^T(t-1) + \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{b}(t) \mathbf{Q}_{bt}^T(t) \quad (35b)$$

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}_{ff} + \mathbf{Q}_{bt} = \mathbf{W}(t-1) \mathbf{b}(t) + \mathbf{Q}_{bt}(t) \quad (35c)$$

In Worten: 1. Regressionsmatrix aktualisieren (35a), 2. Gewichte aktualisieren (35b) und schließlich 3. Efferenzen aktualisieren (35c). Die sich daraufhin einstellenden Reafferenzen werden wiederum im 1. Schritt verarbeitet. Gleichung (35c) ist die Verallgemeinerung von Gleichung (18) auf die Situation $Q(t) = Q_{ff} + Q_{bt}$ oder auch $Q(t) = Q_{ff} + Q_{fb}$ (vgl. 3.2.).

Aus Gleichung (35c) wird nun deutlich, daß die *rekursive* Selbstimitation mit RLS-Regel aus der gleichen Efferenzkopie lernt wie das Direct Inverse Modeling, aus dem Fehler $DQ = Q_{bt} = Q - Q_{ff}$ des Netzes. Beim Feedback-Error-Learning wird als Trainingssignal ein Reglersignal $DQ = Q_{bt} = Q_{fb}$ verwendet (Bild 13a). Dieser Unterschied in den betrachteten Lernschemata ist also nicht wesentlich. Das Feedback-Error-Schema lernt jedoch *nur* aus diesem Fehlersignal und verzichtet auf die Reafferenz als wichtige Informationsquelle, da die propriozeptive Rückmeldung als Istwert nicht in die Basisfunktionen einfließt, sondern lediglich die vorgegebenen Sollwerte. Es findet mithin keine Zustandsrückführung statt (vgl. 2.9.1.). Feedback-Error-Learning erweist sich also insoweit als ein Rückschritt bei der Modellierung sensumotorischer Vorgänge, als daß die Möglichkeiten des Reafferenzprinzips nicht voll ausgeschöpft werden.

Das Feedback-Error-Learning ist als closed-loop Identifikationsprozess mit Fehler-rückführung realisiert. Closed-loop Experimente haben aber den Nachteil, daß in ihnen Rauschen und Stellgröße nicht mehr statistisch unabhängig sind, was sich negativ auf den Informationsgehalt der Trainingsmenge und damit auf die Identifizierbarkeit des Modells auswirken *kann* (Aström & Eykhoff 1971, Aström & Wittenmark 1973, Gustavsson, Ljung & Söderström 1977). Von daher gesehen ist in solchen Fällen eine (rekursive) open-loop Identifikation mit „blind-teacher“ und ohne Fehlerrückführung vorzuziehen. Das ist auch biologisch plausibel, da hier – im Gegensatz zur Robotik – nicht von Anfang an ein voll funktionsfähiger Feedback-Regler zur Verfügung steht.

Darüberhinaus wird beim Feedback-Error-Learning ein Gradientenabstieg als iterative Suche durchgeführt, wo keine nötig ist (vgl. A.3.). Die lineare Regression (20) bzw. (26) erlaubt eine Ein-Schritt-Konvergenz des Verfahrens: Bei jedem Rekursionsschritt werden die Gewichte gleich wieder richtig eingestellt. Die Matrix $R^{-1}(t)$ modifiziert dabei die Richtung der Veränderung von W im Parameterraum. Diese Zusammenhänge sowie einige Probleme, Verbesserungen und Weiterentwicklungen der LSE-Regel sowie ihr Verhältnis zum Gradientenabstieg werden im Anhang genauer erläutert.

Ljung (1987) untersucht eine genormte und gewichtete LSE-Regel, die einen „forgetting factor“ enthält. Dadurch werden auch zeitvariante Systeme identifizierbar, z.B. mit Ermüdungs- und Alterungserscheinungen. Die entsprechende gewichtete RLS-Version unterscheidet sich von ihrem Off-line-Gegenstück nur durch transiente Anfangseffekte (Ljung & Söderström 1983, Ljung 1987).

Fazit: Die grundsätzliche Kritik an einem Umschaltmechanismus zwischen Lern- und Kannphase in der direkten Invertierung (Miyamoto et al. 1988) ist biologisch gesehen nach wie vor vollkommen gerechtfertigt. Es zeigt sich aber nun, daß diese Unterscheidung zwischen Lern- und Kannphase im Falle des Selbstimitationslernens lediglich ein Artefakt des speziellen mathematischen Verfahrens ist, also auch im biologischen Bereich kein essentielles Problem darstellt. Die LSE-Regel, die zur Realisierung des Selbstimitationslernens angenommen wurde, funktioniert als RLS-Regel genauso gut on-line und rekursiv. Man *darf* also von Lern- und Kannphase reden, ohne biologisch unplausibel zu werden. Man darf nicht behaupten, daß das ZNS zum Lernen tatsächlich die RLS-Regel befolgt. Man kann

aber sagen, daß es dazu grundsätzlich in der Lage ist und daß es etwas in dieser Richtung tun muß. Ansonsten gibt es immer viele Modelle, die ein gegebenes Verhalten modellieren können (Ljung 1987, Poggio 1990). Ein Grundprinzip der Systemidentifikation ist Ockham's Razor: „*Try simple things first*“ (Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994).

Der Begriff der *Selbstimitation* (Kalveram 1990) ist biokybernetisch aussagekräftiger und suggestiver als z.B. „Direct Inverse Modeling“ oder „Feedback-Error-Learning“: Das inverse Modell entsteht durch die Aktivität des Systems selbst, durch einen autonomen, selbstorganisierten Prozeß. Die Unterschiede zwischen den drei betrachteten Lernschemata erweisen sich als geringer als dies auf den ersten Blick vermutet werden konnte und betreffen im wesentlichen die Existenz einer Zustandsrückführung und die Effizienz der Lernalgorithmen. Für die Schemata ohne Umschaltvorgang ergibt sich folgende Gegenüberstellung:

<i>Lernschema</i>	<i>Lernregel</i>	<i>Rückmeldung</i>
<i>Feedback-Error-Learning</i>	Gradientenabstieg	Fehlerrückführung
<i>Rekursive Selbstimitation</i>	RLS-Regel	Zustandsrückführung

3.7. Motoräquivalenz: dynamische und kinematische Redundanz

In den folgenden beiden Abschnitten wird nun noch der zweite schwerwiegende Vorwurf gegen die Methode der direkten inversen Modellierung bzw. Selbstimitation diskutiert, daß sie angeblich nicht mit dem Problem der *Motoräquivalenz* zurechtkommt (vgl. 3.5.). Das Problem der Motoräquivalenz wurde zuerst in den dreißiger Jahren von dem russischen Physiologen Bernstein formuliert (Bernstein 1967). Er sieht in der Beziehung zwischen Muskelkraft und Gelenkstellung bereits eine „*ringförmige Kette* von Ursachen und Folgen“.¹² Später wurde das Problem u.a. von Hebb (1949) aufgegriffen.

Jordan (1990) bzw. Saltzman und Kelso (1987) folgend definieren wir zunächst den *Task Space* als Aufgabenraum oder Raum der (visuellen, auditorischen etc.) Wahrnehmungen, in dem eine motorische Aufgabe spezifiziert wird, und den *Artikulatorraum* als Raum möglicher Kontrollkommandos zu den Muskeln, Effektoren oder Aktuatoren. Die wesentlichen Transformationen lauten mit diesen Begriffen wie folgt:

Motortransformation: *Artikulatorraum* $\rightarrow$ *Aufgabenraum*

inverse Motortransformation: *Aufgabenraum* $\rightarrow$ *Artikulatorraum*

Die *Motoräquivalenz* kommt nun dadurch zustande, daß die Motortransformation i.a. nicht invertierbar und die inverse Motortransformation deshalb nicht eindeutig ist: Ein bestimmtes perzeptives Ziel kann auf viele verschiedene Weisen durch Kontrollsignale erreicht werden. *Invarianz im Aufgabenraum* ist i.a. mit *Variabilität im Artikulatorraum* verbunden. Von der Muskeldynamik abgesehen gibt es zwei wesentliche sensumotorische Transformationen, die es zu invertieren gilt: *Dynamik* und *Kinematik*. Die Motortransformation kann somit in zwei Teiltransformationen zerlegt werden:

¹² Desweiteren diskutiert er schon viele Fragen, die heute in der high-level Motorik eine zentrale Rolle spielen, z.B. die Frage nach gewissen Bewegungsinvarianten (vgl. Freund & Büdingen 1978, Wing & Miller 1984, Bullock & Grossberg 1988).

Dynamik: Artikulatorraum $\rightarrow$ Gelenkraum

Kinematik: Gelenkraum $\rightarrow$ Aufgabenraum

Ein biologischer Motorapparat hat infolgedessen stets mit mindestens zwei grundlegenden Redundanzproblemen zu „kämpfen“: Es gibt i.a. im Gelenkraum mehr Freiheitsgrade als im Aufgabenraum (z.B. Fingerspitze) und mehr Muskeln als Gelenke (vgl. Bild 16 in 3.10.). Das Problem der Motoräquivalenz zerfällt dementsprechend in zwei Anteile:¹³

<i>inverse</i>	<i>Schlechtgestelltheit wegen</i>	<i>Redundanz</i>
<i>Kinematik</i>	$\text{Dim (Gelenkraum)} > \text{Dim (Aufgabenraum)}$	kinematisch
<i>Dynamik</i>	$\text{Dim (Artikulatorraum)} > \text{Dim (Gelenkraum)}$	dynamisch

Die Nichtinvertierbarkeit der wesentlichen Transformationen und die daraus resultierende Schlechtgestelltheit wichtiger sensumotorischer Probleme führt zu Äquivalenzklassen im Gelenkraum bzw. im Raum der Drehmomente (Nullraum, Nulldynamik): Gleiche Ziele können auf unterschiedliche Weisen realisiert werden. Eine zentrale Frage der Sensumotorik ist, nach welchen Kriterien das ZNS aus den unendlich vielen Lösungen ein Element aus der zu dem betreffenden sensorischen Ziel passenden Äquivalenzklasse von motorischen Kommandos auswählt. Hierzu werden zusätzliche Kostenfunktionen in geeigneten Räumen als Nebenbedingungen definiert, deren Minimierung weitere Gleichungen liefert, durch die die Unterbestimmtheit des inversen Problems beseitigt wird. Insofern es sich bei den Kostenfunktionen um Glätteforderungen handelt, besteht dieser Umgang mit der Schlechtgestelltheit also im Grunde aus einer Regularisierung (vgl. 3.4., A.4.).

Jordan (1990) verwendet z.B. ein zusätzliches Vorwärtsmodell, das die kinematische Redundanz für den Lernvorgang beseitigt, weil das Vorwärtsproblem eindeutig ist (*Forward Inverse Modeling*). Er betont, daß dieses Vorwärtsmodell nur eine intermediäre Konstruktion im Lernprozeß zur Redundanzvernichtung darstellt.¹⁴ Erstes Fazit also: Jordans Schema des *Forward Inverse Modeling* kann das Problem der Motoräquivalenz lösen.¹⁵

Die Gegner der direkten inversen Modellierung (z.B. Kawato & Gomi 1992) berufen sich alle auf Jordan (1988). Dortselbst findet sich zu diesem Thema jedoch nur eine Fußnote, auf die sich die Vorurteile stützen.¹⁶ Jordans Erfolg bedeutet nämlich noch nicht die *logische* Notwendigkeit, daß die Methode der direkten Invertierung (ohne vorübergehendes Vorwärtsmodell) unfähig ist, das Problem zu lösen. Massone und Bizzi (1989) z.B. bemerken, daß das Problem der Motoräquivalenz im Rahmen der Equilibrium-Point-Hypothese gelöst sei, wenn die Muskeln federhafte Eigenschaften haben. Denn das Minimum der potentiellen Energie dieser Federn mache das inverse Problem bereits eindeutig. Damit ist das Problem der dynamischen Redundanz auf das der kinematischen Redundanz zurückgeführt. Die Steifigkeit eines Muskels ist eine Funktion seiner Aktivierung und kann damit

¹³ Einen sehr guten Überblick über die Probleme der inversen Kinematik und den Stand der experimentellen Forschung bieten Dean, Cruse, Brüwer und Steinkühler (1995).

¹⁴ Darüberhinaus kann ein dynamisches Vorwärtsmodell auch dabei helfen, Zeitverzögerungen zu überwinden (vgl. 2.9.1., Gorinevsky 1993, Darlot et al. 1996, Stroeve 1996, Olah & Natke 1997).

¹⁵ Lee und Kil (1994) bezeichnen Jordans Vorgehensweise hinsichtlich der inversen Kinematik als „backdoor approach for solving inverse problems, using the forward model to learn an inverse model“ und formulieren einen eigenen Zugang, der auf der Pseudoinversen des Gradienten einer Ljapunov-Funktion beruht. Auch hier gilt also: Der Gebrauch von Vorwärtsmodellen ist möglich, aber nicht unbedingt nötig (vgl. 2.3.).

¹⁶ Seitdem geistern diese Ansichten undiskutiert durch die Literatur (z.B. Massone 1995).

zentral verstellt werden im Sinne einer Impedanzkontrolle (vgl. 2.6.-7., 2.9.3. sowie Mussa-Ivaldi, Morasso & Zaccaria 1988).

Jordan selbst, der sich intensiv mit den Problemen redundanter Freiheitsgrade beschäftigt hat (Jordan 1988), ist im Grunde gar kein expliziter Gegner der direkten dynamischen Invertierung. Er interessiert sich mehr für kinematische Probleme mit Redundanzen in verschiedenen Koordinatensystemen und untersucht hierbei die Auswirkungen verschiedener Kriterien oder Kostenfunktionen (Energie, Zeit, Glätte, Verschiedenheit, Information etc.) auf den Lernprozeß (Jordan 1990). Er stellt fest, daß man solche Kriterien eigentlich überall dort in einem neuronalen Netz plazieren kann, wo man sie haben will, d.h. am besten dort, wo die Redundanz auftritt. Welches Kriterium gewählt wird, hängt stark von der jeweiligen Aufgabe ab: Beim Klavierspielen beispielsweise ist eine Glätteannahme im Muskel- oder Artikulatorraum unbrauchbar. Hier ist Glätte im Aufgabenraum (Fingerspitzen- und Hörraum) gefragt; das Umsetzen des Daumens z.B. soll ja möglichst nicht zu hören sein. Das Börsengeschäft mit seiner schnellen Kommunikation erfordert dagegen eine maximale Unterscheidbarkeit der einzelnen Handzeichen, also gerade keine Glätte im Aufgabenraum. Glätteforderungen in verschiedenen Koordinatensystemen können so zu qualitativ sehr unterschiedlichem Verhalten führen. Allgemeiner können mehrere Kostenfunktionen in verschiedenen Koordinatensystemen gleichzeitig wirksam sein, die mit kleinen Parametern gegeneinander gewichtet werden (Jordan 1990). Insbesondere können *extrinsische* Kosten im Aufgabenraum und *intrinsische* Kosten im Artikulatorraum einfach addiert werden.

3.8. Redundanzvernichtung durch Glätteforderungen

In der Robotik sind – nicht zuletzt zur Schonung der Mechanik anstelle der Zeitoptimalität – Kriterien beliebt, die den Ruck minimieren (Flash & Hogan 1985), also die dritte Zeitableitung entweder der Winkelpositionen (*minimum jerk*) oder aber der kartesischen Endeffektorkoordinaten (*maximum smoothness*). Flash und Hogan (1995) geben einen kurzen Überblick über verschiedene Möglichkeiten mit weiterer Literatur und Hinweisen auf experimentelle Befunde (vgl. Nelson 1983, Plamondon 1993). Sie unterscheiden hinsichtlich der bevorzugten Kriterien zur Redundanzvernichtung im wesentlichen zwei Schulen: Die Kostenfunktionen der „*kinematischen Schule*“ beruhen auf rein kinematischen Variablen (Positionen und deren Zeitableitungen), die der „*dynamischen Schule*“ dagegen auf dynamischen Variablen (Drehmomente und deren Ableitungen). Kawato et al. (1990) beispielsweise kritisieren die Ruckminimierungsansätze von Flash und Hogan (1985) und propagieren eine Minimierung der Drehmomentänderung (*minimal torque change*). Flash und Hogan (1995) kritisieren ihrerseits wiederum diesen Lösungsansatz, da er kritisch vom inversen Systemmodell abhängt. Die kinematischen Optimierungsmodelle haben dagegen den Vorteil, daß sie nicht vom Modell abhängen. Flash und Hogan weisen auf experimentelle Befunde hin und behaupten, das Minimum Torque-Change Modell sei inkompatibel mit den beobachteten Trajektorienverläufen. Das bedeutet aber rein logisch noch nicht, daß der Ansatz der dynamischen Schule gänzlich falsch ist. Es bedeutet zunächst nur, daß er im Bereich der Trajektorienplanung unzureichend ist; auf der low-level Ebene der inversen Dynamik kann er immer noch richtig sein im Hinblick auf die Lösung des Problems äquivalenter Drehmomentverläufe. Wird die inverse Dynamik im low-level Bereich mit Drehmomentfilter gelernt, bleiben nur freie Gelenke übrig und *Minimum Jerk* und *Minimum Torque-Change* sind äquivalent. Neuere Experimente scheinen zu bestätigen, daß die inverse Dy-

namik rasch adaptiert und relativ unabhängig von der Trajektorienplanung arbeitet (Shadmehr & Mussa-Ivaldi 1994).

Fazit also: Das Problem der dynamischen Redundanz kann durch ein Kriterium mit dynamischen Variablen gelöst werden: durch die Forderung nach maximaler Glätte des Drehmomentverlaufs statt Glätte der Beschleunigungen (Kawato et al. 1990). Damit hat sich Kawato letztlich selbst widersprochen, behauptet er doch andererseits mit Gomi zusammen (Kawato & Gomi 1992) die Unmöglichkeit einer solchen Lösung. Der diesbezügliche Kritikpunkt an der Methode der direkten Invertierung ist somit zwar entkräftet (vgl. 3.5.), die Literaturlage ist aber noch verwirrend und unklar; die Autoren sind sich uneins. Die Regularisierungstheorie scheint der geeignete allgemeine Rahmen für die Diskussionen über die Glätte von Zustandskurven in bestimmten Räumen zu sein: *Regularisierer sind Redundanzvernichter*.

Obschon hier aufgrund der fehlenden Eindeutigkeit der experimentellen Ergebnisse keine Entscheidung gefällt werden kann, liegt die Vermutung nahe, daß das Problem der dynamischen bzw. kinematischen Redundanz auch mit Kostenfunktionen assoziiert werden kann, die auf dynamischen resp. kinematischen Variablen beruhen. Diese einfache Hypothese steht im Einklang mit Jordans unausgesprochenem Prinzip, die Schlechtgestellttheit jeweils direkt hinter dem Modul, wo die Redundanz auftritt, mit einem entsprechenden regularisierenden Kostenanteil in der Gesamtkostenfunktion anzugehen; also dynamische Kriterien direkt hinter der inversen Dynamik und die kinematische hinter der inversen Kinetik (Bild 14). Das ist auch anschaulich sofort klar: Wenn es für eine bestimmte Variable zu viele Möglichkeiten gibt, muß gerade deren Freiheit durch ein Kriterium hinreichend eingeschränkt werden, welches genau diese Variable als Argument enthält. Es scheint vorteilhaft und allgemein üblich zu sein, im Kriterium genau eine Zeitableitung höher zu gehen als die höchste physikalisch relevante Ableitung in den Bewegungsgleichungen des Systems, um gerade die Glätteeigenschaft dieser Funktionen anzusprechen.

Um diese Zuordnung zwischen Kriterien und „Redundanzquellen“ zu verallgemeinern, betrachten wir Saltzman's *drei Stufen sensumotorischer Repräsentation* im ZNS (Saltzman 1979), die inzwischen allgemein anerkannt sind (z.B. Hollerbach 1982, Saltzman & Kelso 1987, Kawato et al. 1987, Kalveram 1993):

1. *Task Space*: Aufgabenraum, in dem das sensorische Ziel spezifiziert wird
2. *Body Space*: Raum der Gelenkwinkel (Körperkoordinaten)
3. *Motor Space*: Raum der motorischen Kommandos

Dementsprechend besteht die Motortransformation nun auf drei Teiltransformationen:

1. *Mustergenerierung*: Trajektorienplanung in Task-Space-Koordinaten (CPG)
2. *Inverse Kinematik*: Koordinatentrafo vom Task Space in Körperkoordinaten
3. *Inverse Dynamik*: Generierung motorischer Kommandos aus den Gelenkwinkeln

Wenn auf jeder Repräsentationsstufe sukzessive die Redundanz vernichtet werden soll, wird man dazu gedrängt, diesen drei Stufen die drei wesentlichen von Flash und Hogan (1995) genannten Kostenfunktionen zuzuordnen. Dieser Vorschlag ist in Bild 14 dargestellt (vgl. Bild 16 in 3.10.). Auf jeder Stufe tritt ein Redundanzproblem auf:

<i>ill-posed Problem</i>	<i>Redundanz</i>	<i>Kosten</i>	<i>Optimierung</i>	<i>Beispiel für Kriterium</i>
<i>Mustergenerator</i>	Trajektorien	extrinsisch	Task Space: x	Maximum Smoothness
<i>inverse Kinematik</i>	kinematisch	extrinsisch	Body Space: j	Minimum Jerk
<i>inverse Dynamik</i>	dynamisch	intrinsisch	Motor Space: Q	Minimum Torque-Change

Maximum Smoothness:

$$V = \frac{1}{2} \int dt \left[\left(\frac{d^3 x}{dt^3} \right)^2 + \left(\frac{d^3 y}{dt^3} \right)^2 + \left(\frac{d^3 z}{dt^3} \right)^2 \right]$$

Minimum Jerk:

$$V = \frac{1}{2} \int dt \left[\left(\frac{d^3 j_1}{dt^3} \right)^2 + \left(\frac{d^3 j_2}{dt^3} \right)^2 + \dots + \left(\frac{d^3 j_n}{dt^3} \right)^2 \right]$$

Minimum Torque-Change:

$$V = \frac{1}{2} \int dt \left[\left(\frac{d^3 Q_1}{dt^3} \right)^2 + \left(\frac{d^3 Q_2}{dt^3} \right)^2 + \dots + \left(\frac{d^3 Q_n}{dt^3} \right)^2 \right]$$

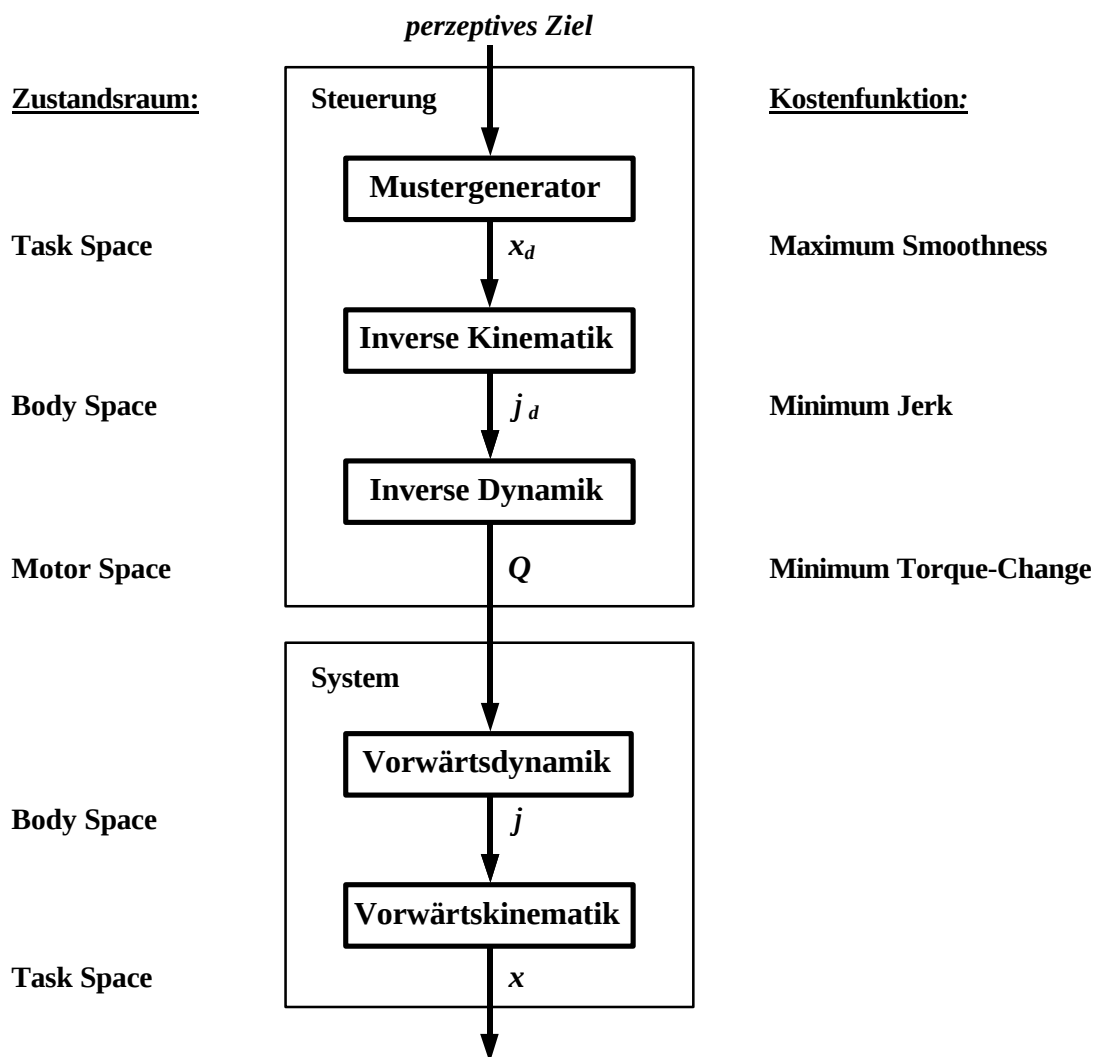


Bild 14 Stufen sensumotorischer Repräsentation mit Optimierungskriterien

Damit sind alle drei wesentlichen Kostenfunktionen aus Flash und Hogan (1995) berücksichtigt; jede hat ihre Berechtigung und alle Autoren haben ein bißchen recht. Es geht also

weniger um ein entweder oder, sondern eher um ein Zusammenwirken der Kriterien, von denen jedes sein Anwendungsfeld hat. Unter der Annahme, daß das ZNS nach Jordan (1990) durchaus eine (u.U. kontextabhängige) Mischung zwischen verschiedenen Kosten minimiert, wundert es nicht, daß die experimentellen Befunde variieren und sich teilweise widersprechen oder zu widersprechen scheinen. Das Kriterium am weitesten unten ist quasi das mächtigste und kann notfalls die Aufgabe der anderen teilweise mitübernehmen, d.h. eine „angesammelte“ Gesamtredundanz vernichten, sodaß auch die experimentellen Befunde von Kawato et al. (1990) ins Bild passen. Kawato et al. (1990) lösen tatsächlich alle drei Redundanzen auf einen Schlag, mit *einem* einfachen Kriterium, erliegen allerdings der Versuchung, ihr Kriterium als das *alleinige* anzusehen. Jordan (1990) denkt hier vielfältiger, in praktisch beliebigen Mischungen von verschiedenen Kosten. Die Methode der Drehmomentoptimierung zur *kinematischen* Redundanzvernichtung ist durchaus nicht neu (z.B. Hollerbach & Suh 1985), was Kawato et al. (1990) jedoch verschweigen.

Ob die hier integrativ vorgeschlagene dreistufige Korrespondenz zwischen Kostenfunktionen und sensumotorischen Repräsentationsstufen mit den experimentellen Ergebnissen im einzelnen vereinbar ist, vermag ich nicht zu beurteilen. Hier kann nur aufgezeigt werden, wie die kontroversen Ansichten und Konzepte verschiedener Autoren möglichst einfach und natürlich zusammenpassen.

Jeder Stufe der sensumotorischen Repräsentation, d.h. jedem Raum, wird eine passende Kostenfunktion zugeordnet. (Die mannigfaltigen Rückkopplungsschleifen für die Reafferenzen sind in Bild 14 nicht abgebildet.) Hatze (1981) favorisiert als zu minimierende Kostenfunktion den *metabolischen Energieverbrauch* der Muskeln (vgl. 2.9.3.). Dieses Kriterium könnte zusätzlich hinter dem Drehmomentkriterium eingebaut werden.

Fazit: Redundanz muß einerseits vernichtet werden, um eindeutige Lösungen für inverse Probleme zu erhalten. Andererseits verschaffen die Redundanzen dem ZNS gerade die Freiheit der *Wahl des Kriteriums zur Redundanzvernichtung*. Die Redundanz erlaubt die Anwendung der verschiedensten Kostenfunktionen im Sinne von Jordan (1990) auf ein und dasselbe Netz. Diese Verschiedenheit der möglichen Regularisierungen erzeugt ein hohes Ausmaß an Diversität der möglichen Bewegungen. Der Gegensatz zwischen kinematischer und dynamischer Schule hinsichtlich der Kriterien zur Lösung der Motoräquivalenz kann überwunden werden, wenn die Kostenfunktionen den entsprechenden Ebenen sensumotorischer Repräsentation zugeordnet werden.

In Abschnitt 3.4. wurde bereits ein weiteres Redundanzproblem diskutiert, das unterbestimmt sein kann: der Lernvorgang mit seiner möglichen Nichtinvertierbarkeit der Regressionsmatrix $\mathbf{R} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ in Gleichung (23) oder (27). Damit werden insgesamt beide fundamentalen Redundanzprobleme der Sensumotorik behandelt, die Schlechtgestellttheit im *Zustandsraum* und im *Gewichtsraum*, die jedoch mit dem gleichen Werkzeug der *Regularisierung* angegangen werden können (vgl. A.4.), denn alle drei hier vorgestellten Kostenfunktionen sind ebenfalls Glätteforderungen, nur in unterschiedlichen Räumen. In Schlagworten zusammengefaßt:

<i>Redundanz im</i>	<i>Redundanztyp</i>	<i>typische Probleme</i>
<i>Zustandsraum</i>	Motoräquivalenz	inverse Kinematik und inverse Dynamik
<i>Parameterraum</i>	Überparametrisierung	Nichtinvertierbarkeit und Overtraining

3.9. Feedforward- vs Feedback-Entkopplung

Im Hinblick auf den Gegensatz von Selbstimitation und Feedback-Error-Learning habe ich zusammenfassend folgendes herausgefunden: Das Selbstimitationsschema (Kalveram 1990) beinhaltet zunächst einen *Umschaltvorgang zwischen Lernphase und Kannphase*, der biologisch unplausibel ist. Mit Hilfe von Ergebnissen aus der Theorie der Systemidentifikation (Ljung 1987) wurde gezeigt, daß dieses Problem nicht essentiell ist, da die verwendete Lernregel (LSE-Regel) seit Albert und Sittler (1966) auch als *rekursiver Algorithmus* (RLS-Regel) vorliegt. Aus dieser Sicht *darf* also eine Unterscheidung zwischen Lern- und Kannphase als *konzeptionelles Werkzeug* (ohne biologische Relevanz) vereinfachend verwendet werden. Es verbleibt jedoch ein Problem, welches bisher unterdrückt wurde und von dem nur die Selbstimitation und deren biologische Relevanz betroffen ist: Die *Beschleunigung*, die in der Lernphase der Selbstimitation (Bild 11 in 3.2.) zum Lernen benötigt wird, ist keine biologische Meßgröße, sondern nur Ort (Muskellängen) und Geschwindigkeit (Keidel 1989, vgl. 2.7.). Eine neuronale Differentiation ist wegen ihrer rauschverstärkenden Eigenschaften biologisch unplausibel. Die Arbeiten von Miyamoto et al. (1988) erbringen jedoch den experimentellen Nachweis, daß der Lernalgorithmus des Feedback-Error-Learning für die inverse Dynamik eines Roboters auch ohne ein Beschleunigungssignal korrekt konvergiert, wenn statt dessen ständig die Sollwerte der Beschleunigung vorgegeben werden. Die Logik der hier angestellten formalen Überlegungen erzwingt eine Bewegungskodierung im „zentralen Mustergenerator“ als Beschleunigungssignal (vgl. 2.8.).

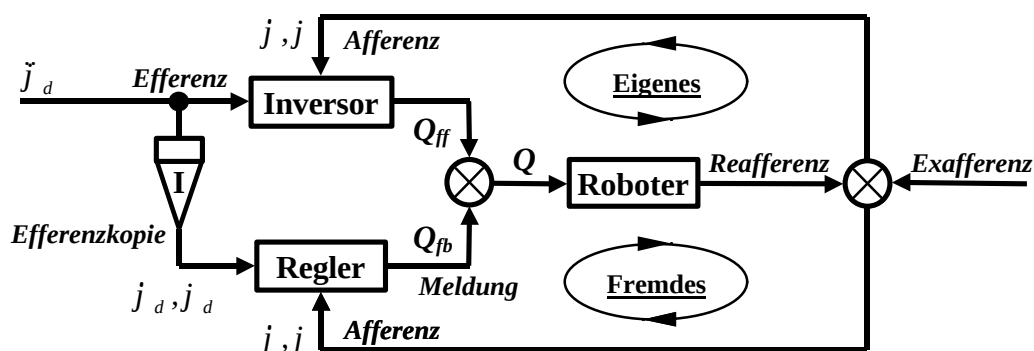


Bild 15 Vereinheitlichendes sensumotorisches Kontrollmodell

Bild 15 zeigt eine Synthese aus den Arbeiten von Raibert (1976), Kuntze (1984), Kawato et al. (1987) und Kalveram (1993), d.h. ein vereinheitlichendes Modell als deren gemeinsamer Nenner am Beispiel eines Roboters: Ein Mustergenerator erzeugt ein Sollbeschleunigungssignal $\ddot{j}_d$ als Efferenz, welches in die inverse Dynamik („Inversor“) eingespeist und dort in den Feedforward-Anteil $Q_{ff} = f(\ddot{j}_d, \dot{j}, j)$ des Kontrollsignals Q umgewandelt wird, das hier zur Vereinfachung als proportional zum Drehmoment angenommen wird. Der Roboter realisiert hiervon getrieben seine eigene Vorwärtsdynamik, woraus eine Reafferenz resultiert, die sich in den Sinneszellen mit der Exafferenz mischt. Die gesamte Ist-Afferenz in Form von Winkeln und Winkelgeschwindigkeiten wird propriozeptiv an die inverse Dynamik zurückgemeldet. Die obere Schleife, die für die Verarbeitung der Eigeneffekte zuständig ist, realisiert eine Feedforward-Steuerung im Sinne von Raibert (1976) mit Zustandsrückführung (vgl. 2.6., 2.8.). Die untere Schleife besorgt die Verarbeitung von Fremdeinwirkungen im Sinne einer Ausregelung sowie den Ausgleich von Modellfehlern (vgl. 2.7., 2.9.). Die für den Sollwert-Istwert-Vergleich notwendige Efferenzkopie kann über eine Integratorkette **I**

aus der Sollbeschleunigung gewonnen werden (vgl. Kalveram 1993). Ob sich die Verwendung von Beschleunigungssignalen durch den Ansatz freier Gelenke $\ddot{j}_d \sim Q$ schon während des Lernprozesses vermeiden läßt, ist ungeklärt. Der Regler berechnet aus der Effektkopie und der Afferenz den Feedback-Anteil Q_{fb} des Kontrollsignals $Q = Q_{ff} + Q_{fb}$, der auch als Meldung im Sinne des Reafferenzprinzips aufgefaßt werden kann. Man erhält somit wieder (vgl. 2.7.):

$$\text{Afferenz} = \text{Reafferenz} + \text{Exafferenz}$$

$$\text{Kontrolle} = \text{Steuerung} + \text{Regelung}$$

Die Verschaltung in Bild 15 trägt in der Theorie der Entkopplungsregler den Namen *Feedforward-Entkopplung* (vgl. Kuntze 1984). Eine Variante hiervon ist die *Feedback-Entkopplung* (ibid.), bei der das Reglersignal nicht hinter, sondern vor der inversen Dynamik eingekoppelt wird, also ebenfalls den Weg durch den Inversor nimmt. Die Untersuchungen hinsichtlich der Eigenreflexe (2.5.) und der Equilibrium-Point-Hypothese (2.9.3.) sprechen jedoch aus biologischer Sicht eher für eine Realisierung der Feedforward-Entkopplung im Bereich sensumotorischer low-level Vorgänge. Der Feedback-Regler in Bild 15 transformiert den Fehler der Trajektorie in einen Fehler des Motorsignals und ist so gesehen ein lineares inverses Modell des zu kontrollierenden Systems, eine lineare Approximation der inversen Dynamik (Kawato & Gomi 1992). Er kann somit modellmäßig auch in die inverse Dynamik absorbiert werden, in einen neuronalen adaptiven Controller mit zentral veränderlicher Impedanz (vgl. Bild 8). Die Impedanzregelung bezieht sich z.B. für einen PD-Regler $Q_{fb} = g \cdot (\ddot{j}_d - \ddot{j}) + k \cdot (\dot{j}_d - \dot{j})$ auf Veränderungen der Koeffizienten k und g in der Linearkombination aus Fehler und Fehlergeschwindigkeit.

3.10. Inverse Dynamik *light*: Entkopplung eines Roboterarms

Allgemein können Modellstrukturen bzw. neuronale Netze anhand des Ausmaßes an a-priori Wissen unterschieden werden, das in sie eingebracht wird, z.B. durch eine entsprechende Wahl der Basisfunktionen („Neuronen“). Ansätze, die viel a-priori Wissen in die Modellstruktur investieren, werden *modellintensiv* genannt, solche mit wenig a-priori Wissen und einer dementsprechend höheren Anzahl von „synaptischen Gewichten“ *parameterintensiv*. Einige idealtypische Eigenschaften dieser beiden Tendenzen können wie folgt gegenübergestellt werden:

Modellstruktur	Vorwissen	Neuronen	Interesse	Nichtlinearität
<i>parameterintensiv</i>	wenig	viele	biologisch	einheitlich
<i>modellintensiv</i>	viel	wenige	technisch	verschieden

Am biologischen Pol der Interessen stellt sich die Frage, wie das ZNS *ohne* a-priori Wissen, d.h. mit parameterintensiven Mitteln lernen kann. Am technischen Pol dagegen wird die Struktur des Netzwerks in modellintensiven Ansätzen (z.B. Model-Based-Control) an die Aufgabenstellung angepaßt, um so die Zahl der benötigten Parameter bzw. Neuronen zu verringern. Jedes Vorwissen reduziert die Dimension des Gewichtsraums des neuronalen Netzes, vermindert damit die Gefahr einer Schlechtgestelltheit des Lernproblems (vgl. 3.4.) und beschleunigt den Lernvorgang. Die goldene Regel der Systemidentifikation lautet (Sjöberg et al. 1995): „A basic rule in estimation is *not to estimate what you already know*.“

Wir wenden uns nun der modellintensiven Seite zu und untersuchen ein einfaches Modellsystem aus der Robotik auf seine Modellintensität. Die allgemeine Bewegungsgleichung eines Roboterarms ist von der Form

$$Q = f(q, \dot{q}, \ddot{q}) = M(q) \ddot{q} + K(q, \dot{q}) + g(q) \quad (36)$$

mit translatorischen oder rotatorischen verallgemeinerten Koordinaten q und geeigneten Matrixfunktionen, die für jede Anordnung der Freiheitsgrade spezialisiert werden müssen: die Massen- oder Trägheitsmatrix M , die Wechselwirkungsmatrix K und der Gravitationsvektor g (z.B. Sciavicco & Siciliano 1996). Da die Bewegungsgleichungen (36) bereits nach den gesuchten Drehmomenten bzw. Kräften Q aufgelöst sind, stellen sie gemäß Gleichung (16) das für die Steuerung gewünschte inverse Systemmodell dar (vgl. 2.9.1., 3.2.). Die inverse Dynamik kann in drei additive Anteile zerlegt werden, die bestimmten Termen bzw. den Diagonal- oder Nichtdiagonalanteilen der Matrizen in Gleichung (36) zugeordnet werden können: eine *dynamische Entkopplung*, eine *inverse Statik* und eine *Inversion der Einzelaktuatorimpedanzen*:

<i>inverse Dynamik</i>	=	<i>Entkopplung</i>	+	<i>inverse Statik</i>	+	<i>Aktuatorimpedanz</i>
<i>kompensiert</i>		dynamische Anteile der Wechselwirkung		statische Anteile der Wechselwirkung		Impedanz einzelner Freiheitsgrade
<i>also zum Beispiel</i>		Zentrifugalkräfte, Corioliskräfte		Gravitationskräfte, Kontaktkräfte		Gelenkreibung, Muskeldynamik
<i>abhängig von</i>		Positionen, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen		Positionen für alle Freiheitsgrade		Position und Geschwindigkeit der Einzelgelenke

Durch die Inversion der Aktuatorimpedanzen eines Roboters werden zunächst die Einzelgelenke für sich kräftefrei. Die Einzelgelenke sind nun in kinematischen Ketten dynamisch gekoppelt. Die dadurch entstehenden, teilweise unerwünschten Wechsel- und Rückwirkungen vorherzusehen, zu kompensieren und so die einzelnen Freiheitsgrade zu entkoppeln, ist die Hauptaufgabe der inversen Dynamik. Aus diesem Grunde wird im folgenden nur dieser dynamische Entkopplungsanteil betrachtet. Die Lagrange-Funktion L (hier also nur kinetische Energie) eines planaren n -gelenkigen Arms mit rotatorischen Freiheitsgraden kann in den Winkelkoordinaten j_i kompakt geschrieben werden als

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_{ii} \dot{j}_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n k_{ij} \dot{j}_i \dot{j}_j \cos(j_j - j_i) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n k_{ij} \dot{j}_i \dot{j}_j \cos(j_j - j_i) \quad (37)$$

(vgl. Landau & Lifschitz 1977) mit einer symmetrischen Koeffizientenmatrix (k_{ij}), in der die Parameter des Arms (Massen, Trägheitsmomente, Längen etc.) versteckt sind in den Stärken paarweiser Kopplungen. Die genauen Zusammenhänge zwischen den k_{ij} und den physikalischen Parametern sind bekannt, für das Identifikationsproblem aber ohne große Bedeutung. Wichtig ist hingegen, daß nur $\frac{1}{2}(n^2 + n)$ *unabhängige* Parameter existieren, die bereits einen minimalen Satz identifizierbarer Parameter darstellen. Die Bewegungsgleichungen ergeben sich aus der Lagrange-Funktion (37) zu

$$Q_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} [\ddot{j}_j \cos(j_j - j_i) - \dot{j}_j^2 \sin(j_j - j_i)] \quad (38)$$

Die Gleichungen (37) und (38) sind in „absoluten“ Koordinaten angeschrieben, d.h. alle Winkel j_i beziehen sich auf eine feste Achse. In der Robotik werden jedoch relative

Koordinaten bevorzugt, d.h. die Winkel f_i sind auf ein jeweils benachbartes Segment bezogen. Bild 16 zeigt die Situation für drei Gelenke.

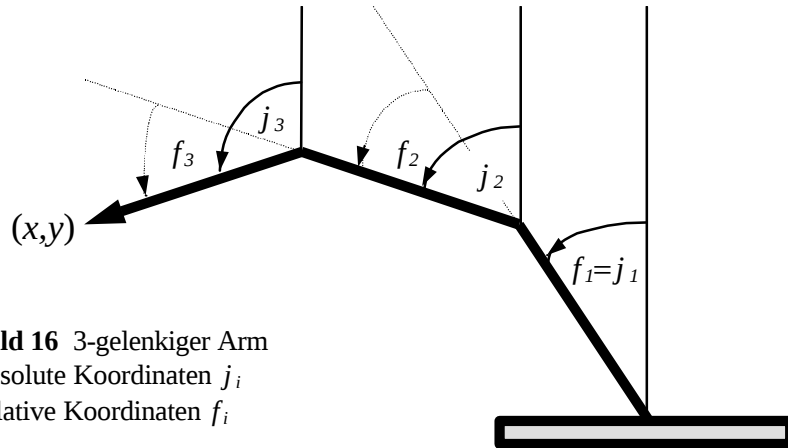


Bild 16 3-gelenkiger Arm
absolute Koordinaten j_i
relative Koordinaten f_i

Wenn im folgenden die Modellintensität des modellbasierten Ansatzes auf die Spitze getrieben werden soll, ist es günstiger, in absoluten Koordinaten zu arbeiten: Die Modellstruktur (38) enthält zwar zunächst $2n^2-n$ Basisfunktionen (der Term in den eckigen Klammern aus Gl. (38) ist nicht symmetrisch), aber nur $\frac{1}{2}(n^2+n)$ Parameter (die Koeffizientenmatrix in Gl. (38) ist symmetrisch). Die Koordinatentransformation von den absoluten auf die relativen Koordinaten (vgl. Bild 16) hat die Gestalt

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ \vdots \\ j_n \end{pmatrix} \quad (39)$$

Die entsprechende Rücktransformation von den relativen zu den absoluten Koordinaten besteht in einer einfachen kumulativen Summe:

$$\begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ \vdots \\ j_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (40)$$

Bei der Transformation auf Relativkoordinaten, d.h. (40) in (37) bzw. (38) eingesetzt, entstehen „überflüssige“ Terme und die Zahl der benötigten Basisfunktionen erhöht sich, für größere n sogar beträchtlich: In den Bewegungsgleichungen (38) kommen $\frac{1}{2}(n^2-n)$ zusätzliche Terme hinzu, die sich dadurch ergeben, daß beim Ausmultiplizieren der quadratischen Geschwindigkeitsterme gemischte Terme entstehen, die zunächst als weitere Basisfunktionen angesehen werden müssen. In Relativkoordinaten f_i werden demnach insgesamt $2n^2-n + \frac{1}{2}(n^2-n) = \frac{1}{2}(5n^2-3n)$ Basisfunktionen benötigt, für $n=2$ also genau 7. Der Einfluß jeder Basisfunktion auf jeden der n Freiheitsgrade wird mit einem Parameter gewichtet, sodaß in der herkömmlichen Roboteridentifikation ein Parameterbedarf von $\frac{1}{2}(5n^3-3n^2)$ entsteht, also 14 für den Fall $n=2$.

Als erstes Zwischenfazit ist festzuhalten: Allein durch den Übergang von relativen zu absoluten Winkelkoordinaten werden in der Modellstruktur $\frac{1}{2} (n^2 - n)$ Basisfunktionen bzw. $\frac{1}{2} (n^3 - n^2)$ Parameter eingespart. Wie bereits angedeutet, kann man bei der Verringerung der Überparametrisierung in der herkömmlichen Robotik noch einen Schritt weiter gehen, wenn man von der Ebene der Bewegungsgleichungen (38) auf die Ebene der Lagrange-Funktion (37) zurückgeht und das darin enthaltene a-priori Wissen konsequent für eine Parameterreduktion ausnutzt.

Betrachten wir hierfür zunächst das einfachste Beispiel eines zweigelenkigen planaren Arms mit der Lagrange-Funktion

$$L = \left(\frac{1}{2} k_{11} + \frac{1}{2} k_{22} + k_{12} \cdot \cos f_2 \right) \cdot \dot{f}_1^2 + \frac{1}{2} k_{22} \cdot \dot{f}_2^2 + (k_{22} + k_{12} \cdot \cos f_2) \cdot \dot{f}_1 \dot{f}_2$$

in relativen Koordinaten f_i (vgl. Shahinpoor 1987) und den entsprechenden Lagrange-Bewegungsgleichungen

$$Q_1 = (k_{11} + k_{22} + 2k_{12} \cdot \cos f_2) \cdot \ddot{f}_1 + (k_{22} + k_{12} \cdot \cos f_2) \cdot \ddot{f}_2 - k_{12} \cdot \sin f_2 \cdot (\dot{f}_2^2 + 2\dot{f}_1 \dot{f}_2)$$

$$Q_2 = k_{22} \cdot \ddot{f}_2 + (k_{22} + k_{12} \cdot \cos f_2) \cdot \ddot{f}_1 + k_{12} \cdot \sin f_2 \cdot \dot{f}_1^2$$

Diese inverse Dynamik in Relativkoordinaten benötigt 7 Basisfunktionen für die komplette Entkopplung und $7 \cdot 2 = 14$ synaptische Gewichte, die den Einfluß jeder Basisfunktion auf jeden der 2 Freiheitsgrade festlegt (einige davon verschwinden). Die Basisfunktionen lauten (vgl. Kalveram 1992):

$$\begin{aligned} c_1 &= \ddot{f}_1 \\ c_2 &= \ddot{f}_1 \cos(f_2) \\ c_3 &= \ddot{f}_2 \\ c_4 &= \ddot{f}_2 \cos(f_2) \\ c_5 &= \dot{f}_1^2 \sin(f_2) \\ c_6 &= \dot{f}_2^2 \sin(f_2) \\ c_7 &= \dot{f}_1 \dot{f}_2 \sin(f_2) \end{aligned}$$

Angesichts Gleichung (38) wird jedoch klar, daß in absoluten Koordinaten eigentlich nur $2n^2 - n$, d.h. 6 statt 7 Basisfunktionen benötigt werden, nämlich

$$\begin{aligned} b_1 &= \ddot{j}_1 &= \ddot{f}_1 &= c_1 \\ b_2 &= \ddot{j}_2 \cos(j_2 - j_1) &= (\ddot{f}_1 + \ddot{f}_2) \cos(f_2) &= c_2 + c_4 \\ b_3 &= \dot{j}_2^2 \sin(j_2 - j_1) &= (\dot{f}_1 + \dot{f}_2)^2 \sin(f_2) &= c_5 + c_6 + 2c_7 \\ b_4 &= \ddot{j}_2 &= \ddot{f}_1 + \ddot{f}_2 &= c_1 + c_3 \\ b_5 &= \ddot{j}_1 \cos(j_2 - j_1) &= \ddot{f}_1 \cos(f_2) &= c_2 \\ b_6 &= \dot{j}_2^2 \sin(j_2 - j_1) &= \dot{f}_1^2 \sin(f_2) &= c_5 \end{aligned}$$

Hier sieht man nun explizit, daß genau die Basisfunktion c_7 mit den gemischten Winkelgeschwindigkeiten entfallen kann. Darüberhinaus folgt aus Gleichung (37), daß nicht etwa $6 \cdot 2 = 12$ Parameter, sondern nur 3 *unabhängige* gebraucht werden. Es reichen also schon 3 (statt ursprünglich 14) „synaptische“ Gewichte aus, einen zweigelenkigen Arm zu entkoppeln: ein synaptisches Gewicht für jedes Gelenk und eine Kopplungskonstante.

3.11. Optimale Modellplastizität

Wie kann nun eine lineare Regression mit weniger Parametern als Basisfunktionen durchgeführt werden, um so rigoros Parameter einzusparen? Gleichung (38) legt zunächst die Einführung neuer Basisfunktionen B_{ij} wie folgt nahe:

$$B_{ij} := \ddot{j}_j \cos(j_j - j_i) - \dot{j}_j^2 \sin(j_j - j_i) \Rightarrow Q_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} B_{ij} \quad (41)$$

An dieser Form der Gleichung wird besonders deutlich sichtbar, daß zwar nunmehr n^2 verschiedene Basisfunktionen B_{ij} benötigt werden, aber nur $\frac{1}{2}(n^2 + n)$ Parameter wegen der Symmetrie $k_{ij} = k_{ji}$. Dieser Umstand wird nun explizit berücksichtigt; es werden keine Gewichte bereitgestellt, die schon *a-priori* überflüssig sind wie etwa bei Kalveram (1992), wo 4 der 14 Entkopplungsgewichte von vornherein zu Null trainiert werden *sollen*. Für den Spezialfall des hier genauer untersuchten zweigelenkigen planaren Arms werden statt 6 nur noch 4 aggregierte Basisfunktionen B_{ij} gebraucht und Gleichung (41) vereinfacht sich zu

$$Q_1 = w_1 B_{11} + w_3 B_{12} = w_1 b_1 + w_3 (b_2 - b_3) \quad (42)$$

$$Q_2 = w_2 B_{22} + w_3 B_{21} = w_2 b_4 + w_3 (b_5 + b_6) \quad (43)$$

wobei die Parameter w_k willkürlich mit unabhängigen Koeffizienten k_{ij} identifiziert wurden:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (44)$$

Aus (42) und (43) folgt aber gleichbedeutend als inverse Dynamik

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & 0 & B_{12} \\ 0 & B_{22} & B_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (45)$$

Es handelt sich somit bei (45) um eine lineare Regression vom Typ Gleichung (18), die wieder der üblichen pseudoinversen Lösung zugänglich ist (vgl. 3.3.). Im Vergleich dazu arbeitet Kalveram (1992) mit einer dynamischen Entkopplung der Form

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} & 0 & w_{16} & w_{17} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & 0 & w_{25} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{pmatrix} \quad (46)$$

In (46) sind die 4 bereits erwähnten, *a-priori* bekannten Nullen eingefügt. In (45) sind diese Nullen gemäß dem *a-priori* Wissen quasi in die Matrix der Basisfunktionen B_{ij} verschoben. Die Bewegungsgleichung (45) kann auch direkt aus der Lagrangefunktion

$$L = \frac{1}{2} w_1 \dot{j}_1^2 + \frac{1}{2} w_2 \dot{j}_2^2 + w_3 \dot{j}_1 \dot{j}_2 \cos(j_2 - j_1)$$

für den zweigelenkigen Arm gewonnen werden:

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{j}_1 & 0 & \ddot{j}_2 \cos(j_2 - j_1) - \dot{j}_2^2 \sin(j_2 - j_1) \\ 0 & \ddot{j}_2 & \ddot{j}_1 \cos(j_2 - j_1) + \dot{j}_1^2 \sin(j_2 - j_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (45a)$$

Im Vergleich dazu erhält Gleichung (46) in absoluten Koordinaten die Form

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{24} & w_{25} & w_{26} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{j}_1 \\ \ddot{j}_2 \cos(j_2 - j_1) \\ \ddot{j}_2^2 \sin(j_2 - j_1) \\ \ddot{j}_2 \\ \ddot{j}_1 \cos(j_2 - j_1) \\ \ddot{j}_1^2 \sin(j_2 - j_1) \end{pmatrix} \quad (46a)$$

Die Verwendung absoluter Koordinaten und die Reduktion auf unabhängige Parameter führt also zu einer drastischen Vereinfachung der Modellstruktur: Das eingebrachte a-priori Wissen läßt die Mannigfaltigkeit der inversen Dynamik praktisch erstarren: Ihre „Beweglichkeit“ (Plastizität) ist von 14 auf 3 Parameter eingeschränkt. Eine solche Reduzierung der Parameterzahl durch maximale Modellintensität hat positive Auswirkungen auf den Lernprozeß: Die Invertierbarkeit der Regressionsmatrix hängt kritisch davon ab, ob die Trainingsbewegung informativ genug ist, und ob das Modell nicht überparametrisiert ist (vgl. 3.4.). Eine Reduktion der Überparametrisierung vergrößert auf diese Weise indirekt den Informationsgehalt ein und derselben Trainingsbewegung. Das bedeutet konkret: Eine bestimmte Trainingsbewegung kann für ein Netz mit 14 Parametern nicht informativ genug sein, für ein Netz mit nur 3 Parametern aber sehr wohl. Die Mannigfaltigkeit im Zustandsraum ist sehr viel starrer und damit robuster gegenüber Schwankungen. Der Lernprozeß kann dadurch schneller vonstatten gehen und z.B. Zusatzlasten flexibler berücksichtigen.

Das Problem der Überparametrisierung wird in der neueren Robotik durchaus wahrgenommen, konnte bisher aber noch nicht in allgemeinerer Form gelöst werden. Eine ähnliche Vorgehensweise wie die im Zusammenhang mit Gleichung (45) findet sich bei Sciavicco und Siciliano (1996): „By direct inspection of the expressions of the joint torques“ erstellen sie für einen zweigelenkigen planaren Arm eine Modellstruktur mit 8 (statt 22) Parametern. In einer Fußnote (S. 140) bemerken sie hierzu: „The number of parameters can be further reduced by resorting to a more accurate inspection, which leads to finding a minimum number of five parameters“, die sich als Linearkombination aus den 8 ergeben, die aus der „direct inspection“ stammen. Diese Minimalzahl steht im Einklang mit dem soeben gewonnenen Ergebnis, daß für die Entkopplung nur 3 Parameter nötig sind, da wir die Gravitation, die in den 8 bzw. 5 Parametern bei Sciavicco und Siciliano (1996) mit berücksichtigt ist, mit je einem zusätzlichen Parameter pro Gelenk veranschlagen müssen, sodaß wir auf diese Weise ebenfalls auf die Minimalzahl von 5 kommen. Nur diese Minimalzahl an Parametern ist wirklich identifizierbar durch die Systemidentifikation, alle weiteren tragen nicht zur Dynamik bei und sind in diesem Sinne auch nicht identifizierbar (ibid.). Die Vorgehensweise in Sciavicco und Siciliano (1996) zur Beseitigung der überflüssigen Parameter folgt allerdings einem ad hoc Ansatz und ist deshalb *analytisch* nicht verallgemeinerbar, sondern nur numerisch (ibid. S. 150): „For the determination of the minimum number of identifiable parameters that allow direct application of the least-squares technique (...), it is possible to directly inspect the equations of the dynamic model, as long as the manipulator

has few joints. Otherwise, numerical techniques based on singular value decomposition of the matrix Y have to be used.“

In Sciavicco und Siciliano (1996) wird somit deutlich, daß die heutige Robotik *systematisch* überparametrisiert ist, daß es bisher jedoch nur *ad hoc* Methoden zur Beseitigung dieser Überparametrisierung gibt. Hier wird nun ein erster Schritt unternommen, die *systematische* Überparametrisierung auch *systematisch* zu beseitigen, und zwar nicht numerisch, sondern analytisch. Während die Robotik nur die *Lagrange-Gleichungen* im Blickfeld hat, wird hier erstmalig der Schritt weiter bzw. zurück auf die Ebene der *Lagrange-Funktion* vollzogen, in der die entscheidenden Informationen über die optimale Modellplastizität in komprimierter und vergleichsweise einfacher Form *a priori* offenliegen: An der Lagrange-Funktion kann die Minimalzahl der benötigten Parameter direkt und ohne Probleme als Anzahl der Terme abgelesen werden. Da diese Parameter beim Übergang zu den Bewegungsgleichungen sozusagen vervielfältigt und durcheinandergewürfelt werden, ist es kein Wunder, daß eine „direct inspection“ dort auf Schwierigkeiten stößt. Das Ziel dieser „direct inspection“ bei Sciavicco und Siciliano (1996) besteht im Grunde nur darin, diese Verwischung der Information in den Differentialgleichungen wieder rückgängig zu machen, d.h. die volle Information aus der Lagrange-Funktion wiederzuerlangen, in deren Besitz sie zwar sind, die sie aber bisher nicht zu einer konsequenten Parameterreduktion nutzen. Hier wird erstmalig ein Weg aufgezeigt, diesseits jeder Regularisierung die prinzipielle Überparametrisierung in der Robotik zu beseitigen.

Die Verallgemeinerung der Vorgehensweise in (44) und (45) zur Parameterreduktion in der Modellstruktur (38) für n Gelenke erfolgt über einen einfachen Algorithmus:

1. Die $\frac{1}{2}(n^2+n)$ unabhängigen Einträge der Koeffizientenmatrix aus der Lagrange-Funktion (37) werden willkürlich in einen Parametervektor w eingetragen: $k_{ij} \rightarrow w_k$.
2. Eine $n \times \frac{1}{2}(n^2+n)$ -Matrix Y wird mit Nullen initialisiert: $Y \leftarrow 0$.
3. Ein Teil dieser Nullen in Y wird gemäß der Zuordnung unter Schritt 1 durch die in Gleichung (41) definierten, aggregierten Basisfunktionen B_{ij} ersetzt: $Y_{ik} = B_{ij}$ und $Y_{jk} = B_{ji}$.

Dadurch erhält die Bewegungsgleichung, d.h. die inverse Dynamik (38), die Gestalt $Q = Yw$ in Analogie zu Gleichung (45). Das weitere Verfahren verläuft wie in Abschnitt 3.3. beschrieben: Durch Einsetzen der Trainingsdaten in die nunmehr stark reduzierte Modellstruktur $Q = Yw$ entsteht wieder ein überbestimmtes Gleichungssystem, welches mit Hilfe der Pseudoinversen nach den Gewichten w_k „aufgelöst“ werden kann. In der folgenden Tabelle sind die Anzahl der Basisfunktionen und Parameter in den drei behandelten Modellstrukturen für einen n -gelenkigen, planaren Arm gegenübergestellt. Darin wird nun die dramatische Vereinfachung der Modellstruktur gegenüber der herkömmlichen Robotik durch den Rückgriff auf die gesamte a-priori Information aus der Lagrange-Funktion des Systems deutlich:

Modellstruktur	Basisfunktionen	$n=2$	$n=3$	Parameter	$n=2$	$n=3$
relative Koordinaten	$\frac{1}{2}(5n^2-3n)$	7	18	$\frac{1}{2}(5n^3-3n^2)$	14	54
absolute Koordinaten	$2n^2-n$	6	15	$2n^3-n^2$	12	45
parameterreduziert	n^2	4	9	$\frac{1}{2}(n^2+n)$	3	6

Fazit: Zunächst wird für die inverse Dynamik eines zweigelenkigen planaren Arms nachgewiesen, daß die Anzahl der im Entkopplungsanteil wirklich benötigten „synaptischen Gewichte“ gegenüber Kalveram (1992) von 14 auf 3 reduziert werden kann. Dieses Ergebnis wird auf n Gelenke verallgemeinert. Für die Entkopplung eines n -gelenkigen planaren Arms wird ein Algorithmus angegeben, welcher die Zahl der benötigten Parameter von der Ordnung n^3 auf die Ordnung n^2 reduziert. Dabei werden $\frac{1}{2}(5n^3 - 4n^2 - n)$ *a-priori* überflüssige Parameter eingespart, weil nur ein Minimalsatz von $\frac{1}{2}(n^2 + n)$ Kopplungs- bzw. Entkopplungsparametern gelernt werden muß. Diese drastische Reduktion der Parameterzahl wird dadurch ermöglicht, daß die Anzahl der Terme in der Lagrange-Funktion eines Roboterarms erheblich geringer ist als die Anzahl der verschiedenen Basisfunktionen in den entsprechenden Bewegungsgleichungen. Da dies auch bei komplizierteren, nicht-planaren Robotern der Fall bleibt, folgt als allgemeiner Schluß: Die herkömmlichen Modellstrukturen der Lagrange-Robotik sind *systematisch* überparametrisiert im Sinne von Sjöberg et al. (1995). Hier gelingt es erstmalig, am Beispiel der dynamischen Entkopplung eines n -gelenkigen planaren Arms eine allgemeine Strategie zu entwickeln, mit deren Hilfe diese Überparametrisierung *systematisch* beseitigt werden kann. Die Lagrange-Funktion eines Roboters enthält genaue Information über die *optimale Modellplastizität*, d.h. über die Anzahl der wirklich benötigten Parameter im nicht-dissipativen Anteil der Modellstruktur, die in den Bewegungsgleichungen weitgehend verwischt wird. Durch eine *Maximierung der Modellintensität*, d.h. *Minimierung der Modellplastizität*, können Modellstrukturen mit einer optimalen Parameterzahl realisiert werden. Angesichts des „Fluchs der Dimensionen“ kann eine solche Reduktion von Komplexität des Lernproblems durch a-priori Wissen von großer Bedeutung sein (vgl. 2.9.1., A.9.). Diese Möglichkeit der a-priori Ausschaltung redundanter Parameter wurde in der Robotik bisher übersehen, obwohl das Problem der Überparametrisierung bereits erkannt und diskutiert wird (vgl. Sciavicco & Siciliano 1996). Der hier erreichte Erfolg bei der Parameterreduktion beruht auf der konsequenten Verfolgung der „goldenen Regel“ der Systemidentifikation (Sjöberg et al. 1995): „A basic rule in estimation is *not to estimate what you already know*.“ Durch die Beseitigung der Überparametrisierung ergibt sich die Notwendigkeit einer Regularisierung des Lernproblems nur noch bei einer zu geringen „Reichhaltigkeit“ der Trainingsdaten und/oder einem zu hohen Rauschanteil, aber nicht mehr aus einer *prinzipiellen* Überparametrisierung der Modellstruktur. Die Vorteile der Parameterreduktion liegen zusammenfassend in einer *Entschärfung des Annäherungs-Generalisierungs-Dilemmas* mit der möglichen Schlechtgestellttheit des Lernproblems (Nichtinvertierbarkeit der Hesse-Matrix; vgl. 3.4. und A.4.), in der *Beschleunigung des Lernvorgangs mit erhöhter Präzision*, da um eine Größenordnung weniger Parameter erlernt werden müssen, sowie in einer *verminderten Rauschempfindlichkeit*, da die Modellstruktur als Mannigfaltigkeit desto starrer im Raum ihrer Variablen steht, je weniger „Gewichte“ sie parametrisieren. Das Konzept der optimalen Modellplastizität ist in der beschriebenen Form nur im Bereich der Robotik anwendbar. Es stellt sich die Frage, wie das ZNS mit diesem Problem umgeht. Einerseits fehlt dem ZNS das a-priori Wissen über eine geeignete Lagrange-Funktion seines Körpers. Andererseits spielen im biologischen Bereich dissipative Anteile der Dynamik eine größere Rolle als im technischen. Desweiteren sind polynomiale Basisfunktionen biologisch unrealistisch und müssen z.B. durch geeignete Sigmoiden approximiert oder beschränkt werden. Die Beobachtung, daß Nestflüchter eine oftmals erstaunlich kurze Zeit benötigen, um ihren Bewegungsapparat zu beherrschen, legt die Vermutung nahe, daß das ZNS über effektive Techniken der Regularisierung des Lernproblems verfügt, die offenbar auf einer genetischen Vorprogrammierung beruhen.

*A case can be made for adaptive resonance
as a general organizational principle in vivo.*

Stephen Grossberg (1976b)

4. Adaptive Resonanztheorie und Cohen-Grossberg-Modell

Die sensumotorische Modellbildung unterscheidet üblicherweise zunächst zwischen *Kontrollebene* und *Lernebene*. In Kap. 2 wird die Kontrollebene untersucht, die sich mit der Verarbeitung von Afferenzen und Efferenzen ohne explizite Berücksichtigung von Lernprozessen beschäftigt. In Kap. 3 wird die Lernebene behandelt, in der ein Erlernen inverser Transformationen durch Einstellung gewisser Gewichte in einer vorgegebenen Modellstruktur die Kompensation z.T. unerwünschter, aber prinzipiell vorhersehbarer Auswirkungen der eigenen motorischen Aktivitäten erlaubt. Im folgenden werden beide Ebenen gemeinsam unter allgemeineren Gesichtspunkten diskutiert. Kontroll- und Lernebene werden als *Aktivierungsdynamik im Zustandsraum* und *Gewichtsdynamik im Parameterraum* eines neuronalen Netzwerkes aufgefaßt.

Kap. 4 gliedert sich wie folgt: Nach einer kurzen Charakterisierung adaptiver Systeme und rekurrenter Netzwerke als skalengetrennte Zwei-Zeiten-Systeme (4.1.), erweist sich von Foersterns Minimalmodell eines Organismus mit Nervensystem (von Foerster 1981) als geeignete Veranschaulichung derartiger Systeme (4.2.). Mit der Forderung nach Stabilität des Gesamtsystems, die zunächst als „Prinzip der kognitiven Homöostase“ (ibid.) postuliert wird, rückt eine dritte Ebene ins Blickfeld. Hierzu wird von Foersterns abstrakte Organismusdefinition und deren Beziehung zum *Meta-Attraktor Konzept* (Daunicht 1996) untersucht (4.3.). Die wohl weitreichendsten mathematischen Ergebnisse über die Stabilität von zeit skalengetrennten neuronalen dynamischen Systemen mit vielen Freiheitsgraden wurden im Rahmen der *adaptiven Resonanztheorie* (ART) erzielt (Grossberg 1987 & 1988, Cohen 1992). In den Abschnitten 4.4. und 4.5. dieses Kapitels werden die Grundideen dieser Theorie vorgestellt. Mit Hilfe einer neu entwickelten Variante des Cohen-Grossberg-Theorems (Cohen & Grossberg 1983) wird in 4.6. und 4.7. gezeigt, daß das bisher diskutierte Modell sensumotorischer Kontrolle als einfacher Spezialfall der ART aufgefaßt werden kann: Ein Cohen-Grossberg-Modell ist in der Lage, die nichtlinearen Basisfunktionen für die inverse Dynamik eines Gliedmaßensystems zur Verfügung zu stellen; eine spezielle ART-Architektur kann damit das Reafferenzprinzip realisieren. Abschließend werden Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Reafferenzprinzip und adaptiver Resonanztheorie zusammenfassend herausgearbeitet (4.8.). Beide Ansätze handeln von der Schließung gewisser Kausalkreise zu Aktions-Perzeptions-Zyklen.

4.1. Adaptive Systeme: Aktivierungs- und Gewichtsdynamik

Ein adaptives System ist ein System, dessen (parametrisierte) Struktur veränderbar oder einstellbar ist im Sinne einer Verbesserung des Systemverhaltens im Hinblick auf ein vorgegebenes Kriterium. Adaptive Systeme (oder adaptive Filter) haben die folgenden grundlegenden Eigenschaften (Widrow & Stearns 1985):

1. *Selbstadjustierung*: Automatische Adaptation unter wechselnden Umweltbedingungen.
2. *Programmierbarkeit*: Trainierbarkeit auf spezielle Aufgaben.
3. *Selbst-Designing*: Flexibles statt fixes Design.
4. *Generalisierung*: Inter- und Extrapolation im Umgang mit neuen Situationen.
5. *Selbstreparatur*: Selbstreparierende Adaptation um Defekte herum.

Widrow und Stearns (1985): „*The essential and principal property of the adaptive system is its time-varying, self-adjusting performance.*“ Lernen wird auch hier als Adaptation verstanden (vgl. 3.1.). Die Begriffe *adaptive*, *self-adjusting*, *self-tuning*, *self-optimizing*, *self-learning* u.ä. können praktisch synonym verwendet werden (Aström & Wittenmark 1973).

Ein adaptives Filter kann im wesentlichen auf zwei Weisen mit einem anderen System zusammengeschaltet werden. Damit verbunden sind mindestens zwei unterschiedliche Zielvorstellungen und Anwendungsbereiche: *Systemidentifikation*, d.h. Imitation des Systemverhaltens durch das adaptive Filter und dadurch Vorhersage des zukünftigen Verhaltens, und *Kompensation*, d.h. Rückgängigmachung von unerwünschten Effekten z.B. für Steuerungszwecke oder adaptive Kontrolle. In der folgenden Tabelle und in Bild 17 sind diese beiden Fälle noch einmal gegenübergestellt (vgl. Bild 13b):

<i>adaptives Filter in</i>	<i>Filter lernt</i>	<i>Ursache für Filter</i>	<i>Ziel</i>	<i>wichtig für</i>
<i>Parallelschaltung</i>	Vorwärtsmodell	Wirkursache: kausal	Imitation	Prädiktion
<i>Reihenschaltung</i>	inverses Modell	Zweckursache: final	Kompensation	Kontrolle

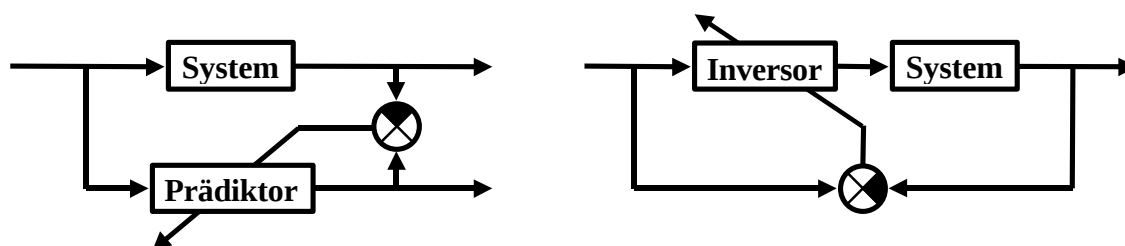


Bild 17 Prädiktion und Inversion einer Systemdynamik durch adaptive Filter

In Kap. 3 wurden als adaptive Elemente nur statische, d.h. rein vorwärtsgerichtete Netzwerke betrachtet (vgl. 3.2.). Durch Rückkopplungen zwischen und innerhalb der einzelnen Schichten des Netzwerkes entstehen dynamische oder rekurrente Netze. Hirsch (1989) nennt vor allem drei Gründe für den Übergang von Feedforward-Netzen zu rekurrenten Netzen: das Gehirn selbst ist hochgradig rekurrent, rekurrente Netze haben ein reicheres Verhaltensrepertoire und können schneller lernen. Rekurrente Netzwerke sind dynamische Systeme mit verschiedenen stabilen Zuständen, die vor allem zur Mustererkennung eingesetzt werden. Dabei dient ein gelerntes Muster als stabiler Gleichgewichtspunkt. Jedes möglicherweise verrauschte Muster im Einzugsbereich eines Attraktors der Netzwerkdynamik wird in die entsprechende Kategorie klassifiziert.

Das Verhalten rekurrenter neuronaler Netze wird durch mindestens zwei unterschiedliche Dynamiken auf verschiedenen Zeitskalen charakterisiert: eine schnelle neuronale *Aktivierungsdynamik* und eine langsame synaptische *Gewichtsdynamik*, die die Adaptation beschreibt. Die vielleicht allgemeinsten Ergebnisse über solche neuronale Zwei-Zeiten-Systeme wurden im Rahmen der *adaptiven Resonanztheorie* (ART) entwickelt (Grossberg 1987 & 1988, Carpenter & Grossberg 1995). Das Konzept der adaptiven Resonanz unterscheidet zwischen *short term memory* (STM) und *long term memory* (LTM):

	Aktivierung	Adaptation
<i>Teildynamik</i>	Aktivierungsdynamik	Gewichtsdynamik, Lernregel
<i>Zeitskala</i>	kurz	lang
<i>Variablen</i>	Zustände, Ein- u. Ausgänge	synaptische Gewichte, Parameter
<i>Speicher</i>	STM (short term memory)	LTM (long term memory)

Das dynamische Verhalten derartiger Netze, darstellbar z.B. im Kartesischen Produktraum von Aktivierungs- und Gewichtsraum, ist das Ergebnis der Wechselwirkung zwischen diesen beiden Teilsystemen. In einer allgemeinen Formulierung neuronaler Netze werden die *Aktivierungsdynamik* für die neuronalen Aktivierungen x im Aktivierungsraum und die *Lernregel* oder *Gewichtsdynamik* für die synaptischen Gewichte w im Gewichtsraum durch zwei gekoppelte Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen beschrieben (Benaim 1993, Ramacher 1993):

$$\text{Aktivierungsdynamik:} \quad \frac{dx}{dt} = F(x, w) \quad (47)$$

$$\text{Gewichtsdynamik:} \quad \frac{dw}{dt} = m G(x, w) \quad (48)$$

Die Lernrate $m \geq 0$ kontrolliert die Lerngeschwindigkeit im Verhältnis zur Zeitskala der Aktivierungsdynamik. Für $\mu \ll 1$ ergibt sich die langsamere Zeitskala für den Lernprozeß. Die Gestalt der Funktion G hängt vom gewählten Kriterium ab. Ein spezielles Beispiel hierfür ist die RLS-Regel mit $\mu = 1$ (vgl. 3.6.). Falls die Aktivierungsdynamik (47) global asymptotisch stabil ist, verhält sich das neuronale Netz wie ein adaptives Filter (Pineda 1988). In der Regel werden Netzwerke vom Typ (47) und (48) so konstruiert, daß *Ljapunov-Funktionen* existieren, die die Stabilität des Gesamtsystems garantieren. In letzter Zeit wurden große Anstrengungen unternommen, immer allgemeinere stabile Netze zu entwickeln oder Stabilität für gegebene Netze nachzuweisen (z.B. Grossberg 1988, Hirsch 1989, Matsuoka 1992). Die wohl weitgehendsten Resultate für die Konstruktion stabiler Dynamiken mit fast beliebig vorgebbaren Attraktoren erzielte Cohen (1992). Die Zulässigkeit einer adiabatischen (quasi-statischen) Approximation der schnell relaxierenden Aktivierungsdynamik (*off-line learning*), d.h. der Annahme, daß während des Lernens die neuronalen Aktivierungen sich in einem stationären Zustand oder Punktattraktor befinden, wird durch ein adiabatisches Theorem von Benaim auf einer Zeitskala $1/\mu$ gerechtfertigt (Benaim 1993). Sobald ein stationäres Aktivierungsmuster erreicht ist, kann darüberhinaus auch das Lernen beschleunigt werden (*fast learning*), indem die Gewichte ebenfalls sofort auf ihren stationären Wert gesetzt werden (Grossberg 1988, Freeman & Skapura 1991). Die Stabilität zeitskalengetrennter STM- und LTM-Prozesse kann mit Methoden der Störungstheorie auch gemeinsam untersucht werden (Meyer-Bäse, Ohl & Scheich 1996).

Be-deutung hat nur, was ich be-greifen kann.
Heinz von Foerster (1981)

4.2. Das Prinzip der kognitiven Homöostase

Als Veranschaulichung adaptiver neuronaler Zwei-Zeiten-Systeme kann von Foerstes Minimalschema der Ur-Organisation eines Lebewesens mit Nervensystem dienen (von Foerster 1981). Es besteht aus zwei verschiedenen Kausalkreisen: einem neuronal elektrischen und einem hormonal-chemischen (Bild 18a). Das Verschaltungsschema kann als Synthese von Bild 10 und Bild 11 aufgefaßt werden. Der *nervöse* Kausalkreis wird über die Neuronen (N) zwischen sensorischer Oberfläche (SS) und motorischer Oberfläche (MS) geschlossen. Der hormonale Kreislauf umfaßt die Neurohypophyse (NP) und die synaptischen Spalte (syn), wo chemische Prozesse den *modus operandi* des Systems verändern können. Um diesem funktionellen Schema auch geometrisch Rechnung zu tragen, kann es so um zwei Achsen gewunden werden, daß ein Torus entsteht (Bild 18b). Die horizontale punktierte Naht (Äquator) repräsentiert die Neurohypophyse (NP), die vertikale gestrichelte Naht (Meridian) die synaptischen Spalte (syn).

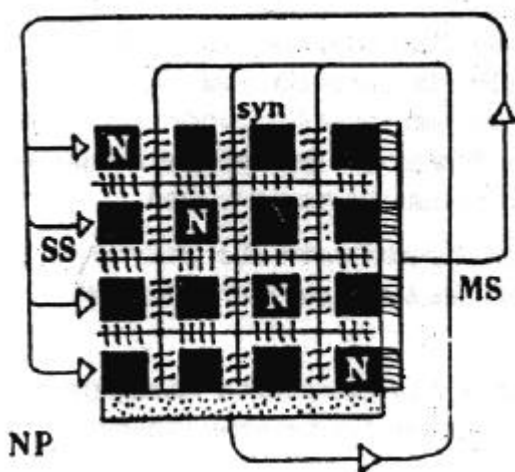


Bild 18a Minimalorganisation nervösen Lebens

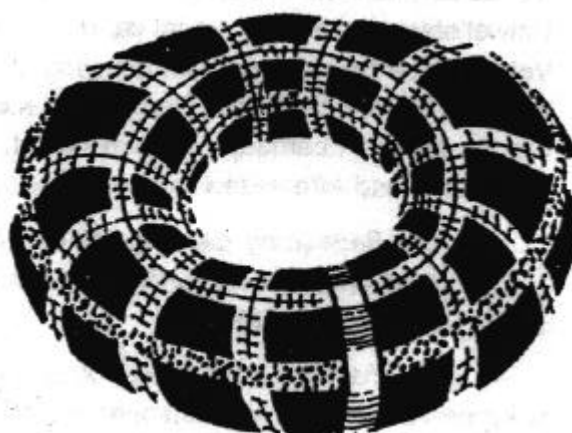


Bild 18b Doppelte Schließung zum Torus

Die Außenwelt taucht in diesem Schema zunächst gar nicht auf. Dies liegt an der ca. 100.000-fach höheren Empfindlichkeit des Nervensystems für Änderungen der Innenwelt gegenüber denen der Außenwelt. Daraus folgt eine Welt, die vor allem durch interne Rechenprozesse festgelegt wird und weniger durch äußere Reize determiniert ist (ibid.).

Fazit: Die funktionale Minimalorganisation des Lebens mit Nervensystem hat die topologische Struktur eines Torus. Die Idee einer doppelten Schließung der Kausalketten geht auf McCulloch (1945) zurück. Die beiden Kausalkreise korrespondieren zu den beiden in Kap. 2 bzw. Kap. 3 betrachteten Ebenen sensumotorischer Modellbildung:

Modellebene	Dynamik	Torus
Kontrollebene	Aktivierungsdynamik	Äquator
Lernebene	Gewichtsdynamik	Meridian

Kognition und Realität entstehen in der kybernetischen Sichtweise von Foersters durch rekursive Rechenprozesse auf dem Torus Bild 18b. Foerster (1969) definiert: „*The hierarchy of mechanisms, transformational operations and processes that lead from sensation over perception of particulars to the manipulation of generalized internal representations of the perceived, as well as the inverse transformations that lead from general commands to specific actions, or from general concepts to specific utterances I shall call 'Cognitive Processes'.*“ Die frühen Kybernetiker benutzen häufig die Sprache der Automatentheorie: Kognition wird aus dieser Sichtweise als rekursive Berechnung einer neuronalen Rechenmaschine aufgefaßt, deren Programmstruktur durch die Aktivitäten des Organismus modifizierbar ist. Der Lernprozeß verändert den gesamten *modus operandi* des Systems: Eine Lernregel ist eine *Transformationsregel, die Transformationsregeln transformiert*.

Durch die Rekursion entsteht ein *Eigenwertproblem*. Foerster benutzt den Begriff „Eigenwert“ synonym mit „Attraktor“, wobei das Augenmerk nur auf stabile Eigenwerte gerichtet ist. Attraktoren sind ja im wesentlichen die stabilen Eigenwerte des Flußoperators eines dynamischen Systems. Ein Attraktor ist genauer eine anziehende invariante Teilmenge des Zustandsraums unter dem Fluß des Systems, die minimal ist in dem Sinne, daß sie keine echten Teilmengen besitzt, die selbst invariant sind (Kreuzer 1987, Arrowsmith & Place 1994):

Ein Attraktor A eines dynamischen Systems ist eine irreduzible invariante Teilmenge des Zustandsraums unter dem Flußoperator Φ_t dieses Systems, d.h.

- $\Phi_t(A) \subseteq A$ für alle Zeiten t
- A ist irreduzibel bezüglich Φ_t

Eine nichttriviale Einschränkung für die rekursiven Errechnungen von Realitäten auf dem Torus Bild 18b bildet das *Prinzip der kognitiven Homöostase* (von Foerster 1981):

The nervous system is organized (organizes itself) so that it computes a stable reality.

Die Berechnungen müssen demnach so gestaltet sein, daß ein stabiles Systemverhalten resultiert, d.h. daß Attraktoren mit genügend großen Einzugsbereichen existieren. Sofern für die Funktionen F und G in (47) bzw. (48) Ljapunov-Funktionen gefunden werden können, ist das Prinzip der kognitiven Homöostase für diese Netze erfüllt. Neben der Kontroll- und Lernebene kommt mit der Frage der Stabilität eine dritte Ebene hinzu.

Von Foerster (1981) präzisiert den Begriff der Selbstreferenz für lebende Organismen und entwickelt einen abstrakten Organismusbegriff:

Ein lebender Organismus Ω ist ein Relator dritter Ordnung, der die Relationen errechnet, die den Organismus als Ganzheit erhalten:

$$\Omega \{Equ[R(\Omega(Obj)), S(Eve(\Omega))]\}$$

Dieser Ausdruck ist rekursiv in Ω und formuliert damit ein Eigenwertproblem. Ein Organismus, der eine Repräsentation dieser Relation errechnen kann, hat Ich-Bewußtsein (ibid.).

Als *Relationen erster Ordnung* werden zunächst Objekte Obj und Ereignisse Eve als Äquivalenzrelationen aus Repräsentationen von Sinnesdaten zu verschiedenen Zeitpunkten abstrahiert bzw. gemerkt (ibid.): „*Objekte und Ereignisse sind keine primitiven Erfahrungen. 'Objekte' und 'Ereignisse' sind Repräsentationen von Relationen.*“ Objekte erzeugen Ereignisse und umgekehrt. „Umwelt“ Env ist z.B. die Repräsentation von Relationen zwischen Objekten und Ereignissen: $Env(Obj, Eve)$. Als *Relationen zweiter Ordnung* werden

Repräsentationen R und S von Relationen zwischen Objekten Obj , Ereignissen Eve und dem Organismus Ω selbst errechnet. Als *Relationen dritter Ordnung* werden Äquivalenzrelationen Equ zwischen den Repräsentationen der Relationen zweiter Ordnung berechnet. Die Errechnung solcher Äquivalenzrelationen ist nicht einmalig (ibid.): „Dies erklärt die Möglichkeit einer beliebigen Anzahl verschiedener, intern jedoch konsistenter (kulturbedingter) Wirklichkeiten.“

Dieser abstrakte Organismusbegriff kann in die Sprache der Computerprogramme übersetzt werden: Ein Programm errechnet *Relationen erster Ordnung*. Ein Metaprogramm ist ein Programm, das Programme errechnet und modifiziert. Eine Maschine, die Metaprogramme akzeptiert ist ein *Relator zweiter Ordnung*. Ein Organismus berechnet nun als Metametaprogramm diejenigen *Relationen dritter Ordnung*, die seine Stabilität erzeugen und ihn erhalten.

Fazit: ART-Netzwerke vom Typ (47) und (48) mit eingebauter Ljapunov-Stabilität realisieren von Foersters Minimalorganisation nervösen Lebens sowie das Prinzip der kognitiven Homöostase. In der folgenden Tabelle sind die unterschiedlichen Terminologien gegenübergestellt:

	von Foerster	Grossberg
Aktivierungsdynamik	Programm	STM-Prozeß
Gewichtsdynamik	Metaprogramm	LTM-Prozeß
Stabilitätsbegriff	Homöostase	Ljapunov-Funktion

4.3. Das Meta-Attraktor Konzept

Ein Beispiel für einen Relator dritter Ordnung mit Bezug auf eine globale Systemstabilität im sensumotorischen Bereich ist der *Meta-Attraktor* (Daunicht 1996). Das Meta-Attraktor Konzept kann als Weiterentwicklung des Attraktor-Regelungskonzepts aufgefaßt werden. Das Attraktor-Regelungskonzept ist seinerseits eine Verallgemeinerung der inversen Dynamik mit dem Ziel, durch eine geeignete Parameterregelung die Systemeigenschaften dahingehend zu modifizieren, daß sich das Gesamtsystem aus Regler und System z.B. wie ein Grenzyklus-Oszillator verhält (Steiner 1999). Beim Laufen beispielsweise ist die dynamische Gesamtstabilität der Bewegung wichtiger als die genaue Einhaltung einer Solltrajektorie (vgl. 2.8.). Interessanter ist vielmehr die Identifikation geeigneter Parametersätze für *verschiedene* Attraktoren mit ähnlichen oder überlappenden Einzugsbereichen, die verschiedene Aktivitäten repräsentieren (z.B. Sitzen, Stehen, Gehen, Laufen). Übergänge zwischen diesen Attraktoren durch entsprechende Parameteränderungen sind leicht möglich, sofern der aktuelle Attraktor im Einzugsbereich des Zielattraktors liegt.

Ein Meta-Attraktor kann zunächst definiert werden als die Teilmenge der Attraktoren eines Systems mit variablen Parametern, die das Systemverhalten in Abwesenheit äußerer Störungen beschreiben (Daunicht 1996, vgl. 2.9.3.). Im Einklang mit dem Reafferenzprinzip hat eine übergeordnete Kommandoebene nur noch zwischen geeigneten Meta-Attraktoren zu wählen. Es können z.B. immer diejenigen Attraktoren bzw. Parametersätze ausgewählt werden, mit dem sich das Gesamtsystem in einer gegebenen Situation am schnellsten stabilisieren läßt. Wenn z.B. eine äußere Störung stark genug ist, das System über die Grenze des Einzugsbereichs eines gegebenen Attraktors zu stoßen, wird durch eine entsprechende

Parameteränderung automatisch ein anderer Attraktor generiert, welcher das System in einem globalen Sinne stabilisiert und ggf. auf einen gewünschten Zielattraktor zurückführt (ibid.). Beim Laufen oder Stehen beispielsweise wäre eine solche globale Stabilität etwa durch die Bedingung des Nicht-Hinfallens charakterisiert.

Während ein Attraktor A_w das Langzeitverhalten eines dynamischen Systems im Zustandsraum bei konstanten Parametern w beschreibt, besteht ein Meta-Attraktor aus einer Gesamtheit von Attraktoren $\{A_w\}$ für verschiedene Parametersätze w . Da die Attraktoren A_w im Zustandsraum durch die entsprechenden Parametersätze w parametrisiert sind, kann ein Meta-Attraktor auch als eine Teilmenge des Parameterraums aufgefaßt werden:

$$\text{Attraktor} \subset \text{Zustandsraum}$$

$$\text{Meta-Attraktor} \subset \text{Parameterraum}$$

Neben dem Fluß im Zustandsraum kann auch ein Fluß im Parameterraum definiert werden, durch den stabile Übergänge zwischen verschiedenen Attraktoren erzeugt werden sollen. Es ist in vielen Fällen wünschenswert, diese Parameteränderungen in Abhängigkeit vom aktuellen Systemzustand zu automatisieren, etwa durch eine für jeden Meta-Attraktor charakteristische Abbildung gewisser Teilmengen der Einzugsbereiche der verschiedenen Attraktoren auf geeignete Parametersätze, die zu den gewünschten Attraktoren gehören. Diese Abbildung kann als Attraktorstruktur des Meta-Attraktors bezeichnet werden:

$$\text{Attraktorstruktur: Zustandsraum} \rightarrow \text{Parameterraum}$$

Umgekehrt wird durch diese Abbildung jedem Attraktor ein bestimmter Einflußbereich zugeordnet. Bild 19 zeigt zur Veranschaulichung ein einfaches Beispiel mit zwei Attraktoren, deren Einflußbereiche durch unterschiedliche Grautöne gekennzeichnet sind:

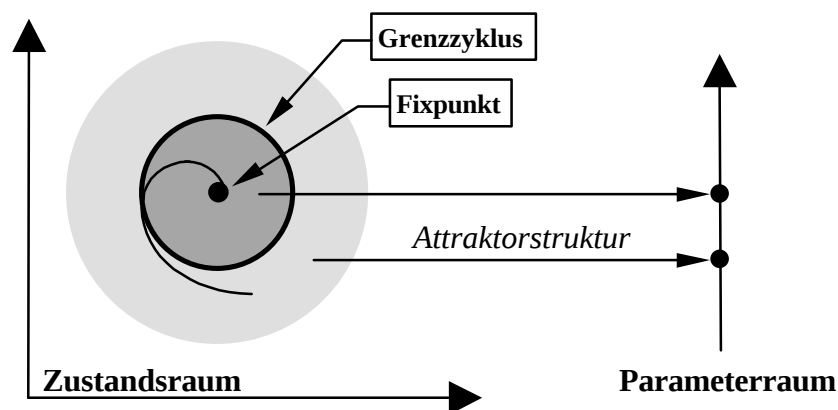


Bild 19 Beispiel für einen Meta-Attraktor

Änderungen des Zustands können auf diese Weise automatisch eine Änderung des aktuell gültigen Attraktors auslösen. Die Struktur des Meta-Attraktors kann so gestaltet sein, daß es nur einen Attraktor gibt, der ganz in seinem eigenen Einflußbereich liegt. In Bild 19 ist dies nur für den Fixpunkt der Fall, da der Grenzyklus selbst bereits im Einzugsbereich des Fixpunktes liegt. Bei Abwesenheit äußerer Störungen wird das System ggf. über eine Reihe von Zustands- und dadurch induzierte Parameteränderungen auf diesen Zielattraktor gezogen, der auch als Kernattraktor bezeichnet werden kann:

$$\text{Kernattraktor: Attraktor} \subset \text{Einflußbereich des Attraktors}$$

Von Foersters abstrakter Organismusbegriff (vgl. 4.2.) kann mit Hilfe des Meta-Attraktor Konzepts auf den sensumotorischen Bereich hin spezialisiert werden: Die Berechnung von Relationen erster Ordnung bezieht sich auf Zustände von Gliedmaßen und Neuronen, umfaßt also die Körperdynamik und die neuronale Aktivierungsdynamik, die hier unter dem Begriff „Systemdynamik“ zusammengefaßt werden. Der Vergleich zwischen Efferenzkopie und Reafferenz im Sinne des Reafferenzprinzips ist ein Beispiel für die Berechnung einer Relation erster Ordnung. Als Relationen zweiter Ordnung werden aus solchen Relationen zwischen Efferenzen und Afferenzen zu verschiedenen Zeiten Sätze von Reglerparametern derart identifiziert, daß gewisse Attraktoren im Systemverhalten entstehen. Die Attraktorregelung beinhaltet in der Regel die Berechnung einer inversen Dynamik. Als Relationen dritter Ordnung werden nun solche Beziehungen zwischen verschiedenen Regionen des Zustandsraums und gewissen Attraktoren bzw. den zugehörigen Parametersätzen hergestellt, die die globale Stabilität des Gesamtsystems herstellen und bewahren:

<i>Relationen</i>	<i>von Foerster</i>	<i>Daunicht</i>
1. <i>Ordnung</i>	Programm	Systemdynamik
2. <i>Ordnung</i>	Meta-Programm	Attraktorregelung
3. <i>Ordnung</i>	Organismus	Meta-Attraktor

Fazit: Ein Meta-Attraktor besteht aus einer Menge von Attraktoren, die durch verschiedene Attraktorparameter charakterisiert sind, und kann somit als eine Teilmenge des Parameterraums aufgefaßt werden, der solche Attraktoren zugeordnet sind, die die Stabilität des Gesamtsystems innerhalb der Vereinigungsmenge ihrer Einzugsbereiche garantieren. Das Meta-Attraktor Konzept erlaubt die Integration verschiedener Aktivitäten wie Haltung und Bewegung in einen einheitlichen theoretischen Rahmen. Desweiteren werden stabile Übergänge zwischen diesen Aktivitäten ermöglicht (Daunicht 1996). Eine höhere Kommandoebene hat nur noch denjenigen Meta-Attraktor auszuwählen, welcher das Gesamtsystem nach einer äußeren Störung am besten stabilisiert bzw. in einen ausgewählten Zielattraktor überführt. Ein Meta-Attraktor kann darüber hinaus als Beispiel für einen Relator dritter Ordnung im Sinne von Foersters aufgefaßt werden, der die Relationen dritter Ordnung berechnet, welche die globale Stabilität des Gesamtsystems erzeugen. Zur Synthese der benötigten Attraktoren eignet sich z.B. Cohens „*Universal Theory of Synthesis*“, die die Konstruktion praktisch beliebig vorgegebbarer Attraktoren gestattet (Cohen 1992).

Neben der Stabilität der Aktivierungs- und Gewichts-dynamik tritt z.B. bei der Mustererkennung in wechselnder Umgebung ein weiteres Stabilitätsproblem auf, das den Lernprozeß als ganzen betrifft: Selbst wenn ein bestimmtes Muster stabil gelernt wurde, heißt das noch nicht, daß es nicht durch neue Muster wieder gelöscht werden kann. „*How do we cope with the 'blooming buzzing confusion' of every day?*“ Um einer Antwort auf diese Frage näher zu kommen, braucht es nach Grossberg (1988) eine *nichtlineare*, *nichtlokale* und *nichtstationäre* mathematische Beschreibung, die er unter dem Namen *adaptive Resonanztheorie* (ART) maßgeblich mitentwickelte. In den folgenden Abschnitten werden die Grundideen dieser Theorie dargestellt und deren Verhältnis zum Reafferenzprinzip und zum Konzept der inversen Dynamik untersucht.

*ART architectures are designed to cope with
nonstationary worlds of unlimited complexity.*
Stephen Grossberg (1988)

4.4. Das Stabilitäts-Plastizitäts-Dilemma: Perzeption und Antizipation

Grossbergs Ziel war es, das *Plastizitäts-Stabilitäts-Dilemma* zu überwinden: Wie kann ein neuronales Netz gegenüber neuen Erfahrungen adaptiv sein (*Plastizität*) und trotzdem gleichzeitig die vergangenen Erfahrungen nicht verlieren (*Stabilität*). ART-Netzwerkarchitekturen sind *stabil* und *adaptiv*, sie können auch bei begrenzter Modellkapazität neue Erfahrungen integrieren, ohne die alten zu löschen. Hierzu Grossberg (1987):

How can a learning system be designed to remain plastic, or adaptive, in response to significant events and yet remain stable in response to irrelevant events? How does the system know to switch between its stable and its plastic modes to achieve stability without rigidity and plasticity without chaos? In particular, how can it preserve its previously learned knowledge while continuing to learn new things? What prevents the new learning from washing away the memories of prior learning?

Grossberg (1976a) zeigte, daß die damals üblichen kompetitiven Lernmechanismen in wechselnder Umgebung schnell instabil werden. Kompetitives Lernen besteht aus einer Kombination aus adaptiver Filterung und einem winner-take-all Wettbewerb um die Repräsentation eines bestimmten Eingangsmusters. Das Gewinnerneuron klassifiziert das Eingangsmuster und bildet so eine Musterkategorie, etwa einen Buchstaben. In nichtstationären Umgebungen von unbegrenzter Komplexität können hierbei Probleme auftreten: Späteres Lernen kann früheres Lernen wegwaschen (ibid.). Um die Löschung bereits gelernter Muster zu verhindern, muß entweder die erlaubte *Umgebungskomplexität* künstlich eingeschränkt werden (z.B. bei Backprop-Netzen) oder die *Plastizität* des Netzes durch einen allwissenden Lehrer rechtzeitig abgeschaltet werden (z.B. bei Kohonen-Netzen), da sonst eine „Kapazitätskatastrophe“ droht. Für eine genauere Diskussion dieser Probleme und weitere Literatur sei auf Grossberg (1987 & 1988) verwiesen.

Der Schlüssel zur Lösung des Plastizitäts-Stabilitäts-Dilemmas liegt in der Hinzunahme eines Feedback-Mechanismus zwischen der kompetitiven Schicht und der Eingangsschicht des Netzes: Durch das zusätzliche Erlernen von „top-down Erwartungen“ oder „Schablonen“ kann der Lernprozeß stabilisiert werden (Bild 20), d.h. durch die Berücksichtigung nicht nur der *Perzeption*, sondern auch einer erworbenen *Antizipation*. Grossberg (1976b) löst das Instabilitätsproblem und damit das Plastizitäts-Stabilitäts-Dilemma, indem er die beiden Schichten durch einen Feedback- und Matchingmechanismus wechselwirken läßt. Solche selbststabilisierenden Lernmodelle heißen *adaptive Resonanzmodelle*: In einem ART-Netzwerk „schwappt“ quasi die Information zwischen den beiden Schichten hin und her bis eine stabile „resonante Schwingung“ auftritt. Da diese STM-Prozesse sehr schnell vonstatten gehen, findet das Lernen durch die langsamere LTM-Gleichung effektiv nur in solchen resonanten Zuständen statt; und zwar wegen der winner-takes-all Charakteristik kompetitiver Systeme in Verbindung mit einer speziellen Hebb'schen Lernregel nur für das Gewinnerneuron. Das bedeutet, daß nur die ausgewählte, passende Kategorie verändert, z.B. verfeinert wird; alle anderen Kategorien bleiben unverändert.

4.5. Adaptive Resonanz und perzeptiver Konsens

Ausgangspunkt der adaptiven Resonanztheorie war Helmholtz' Erkenntnis: Wir nehmen zum Teil wahr, was wir *erwarten* wahrzunehmen aufgrund von früheren Lernerfahrungen (von Helmholtz 1866, Grossberg 1976b). Wahrnehmung wird verstanden als das Resultat eines Matching-Prozesses zwischen solchen top-down Erwartungen und den aktuellen sensorischen bottom-up Mustern. Das Konzept der adaptiven Resonanz definiert Wahrnehmungen als resonante Aktivitätszustände im STM, die nur im Systemganzen existieren. Nur diese resonanten Zustände können als „perzeptiver Konsens“ das Bewußtsein erreichen.

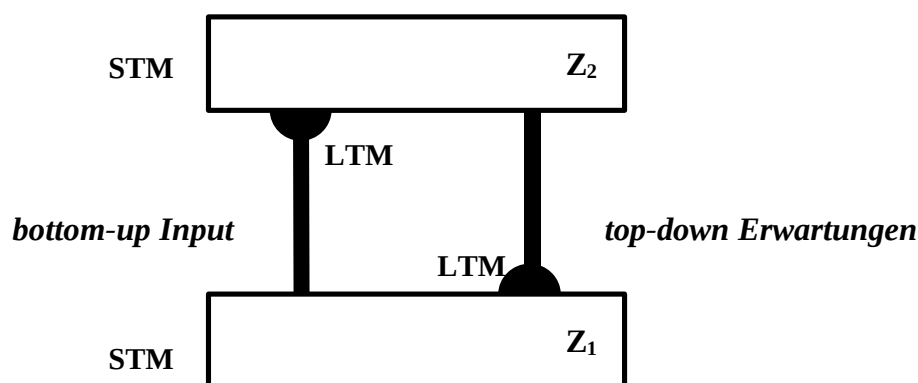


Bild 20 Grundschema der adaptiven Resonanztheorie ART

Bild 20 zeigt das grundlegende Schema der adaptiven Resonanztheorie. Es besteht im wesentlichen aus zwei STM-Zentren Z_1 und Z_2 , die über adaptive Filter (LTM) miteinander wechselwirken. Ein Eingangsmuster am unteren Zentrum Z_1 (bottom-up pattern) wird adaptiv gefiltert und löst ein gelerntes Muster in Z_2 aus. Dieses Muster, „top-down Schablone“ oder „gelernte Erwartung“ genannt, wird seinerseits adaptiv gefiltert auf Z_1 rückgekoppelt (top-down pattern). Bei hinreichender resonanter Aktivierung zwischen Z_1 und Z_2 readjustiert eine langsame LTM-Gleichung von Typ (48) die adaptiven Filter „in Richtung Eingangsmuster“, so daß neue Merkmale in alte Muster aufgenommen werden können.

Die untere Schicht Z_1 hat die Aufgabe der *Kodierung* eines sensorischen Eingangsmusters, welches dort je nach Aufgabenstellung vorverarbeitet wird, etwa durch Normierung, Kontrastverstärkung, Rauschunterdrückung etc. (Carpenter & Grossberg 1987). Von da aus gelangt das Muster in den Wechselwirkungszyklus zwischen den Schichten. Die neuronale Verarbeitung in der oberen Schicht Z_2 beinhaltet eine herkömmliche kompetitive winner-take-all Dynamik zur *Klassifikation* der Eingangsmuster. Die Aktivierung eines Gewinnerneurons definiert eine Kategorie oder ein Symbol.

ART-Netzwerke können aus biologischer Sicht kritisiert werden, weil sie die Muster in einer modernen Form der berüchtigten „Großmutterzelle“ speichern: Obschon der Resonanzprozeß das ganze Netz betrifft, kann der Verlust einer einzigen Zelle (hier in Z_2) eine ganze Musterkategorie zerstören. Das biologische Gehirn erbringt aber den Existenzbeweis einer Mustererkennung mit *nichtlokal* verteilter Information. Wasserman (1989) entgegnet hier: „However, a counterargument recounts the history of powered flight; man failed to get off the ground until he stopped trying to imitate the moving wings and feathers of the birds.“ Man kann natürlich immer behaupten, daß es sich jeweils um einen ganzen Pool oder gan-

ze Populationen von Neuronen handelt, die die entsprechende neuronale Berechnung bewältigen (Grossberg 1988). Dieses Gegenargument greift aber zu kurz: Eine wirklich verteilte Informationsspeicherung würde man sich eher in Analogie zur Holographie vorstellen. Hier gibt es einen gewissen Widerspruch bei Grossberg: Einerseits fordert er eine *nichtlokale* Mathematik; andererseits realisiert er Großmutterzellen. Grossbergs Lösung des Stabilitäts-Plastizitäts-Dilemmas ist also eine rein technologische Lösung; biologisch plausiblere Lösungen des Problems sind mir allerdings nicht bekannt.

ART-Netze werden bereits erfolgreich eingesetzt u.a. in den Bereichen Sprach- und Worterkennung, visuelle Wahrnehmung und Mustererkennung, klassische und instrumentelle Konditionierung, optische Täuschungen und Entscheidungsfindung unter Risiko (Grossberg 1987, Carpenter & Grossberg 1987 & 1995). Hierzu Grossberg (1987): „*Thus ART has already demonstrated an explanatory and predictive competence as an interdisciplinary physical theory.*“

Die Zentren Z_1 und Z_2 in Bild 20 können zum Zwecke der optischen Mustererkennung als „Retina“ bzw. „visueller Cortex“ interpretiert werden. Die abstrakte Architektur der adaptiven Resonanz kann jedoch auf verschiedenste Weisen gedeutet werden (Grossberg 1976a): „*Such varied interpretations are possible because the same functional principles seem to operate in various anatomies.*“

Es stellt sich nun die Aufgabe, den Zusammenhang des Prinzips der adaptiven Resonanz zum Reafferenzprinzip genauer zu untersuchen. Zunächst wird nachgewiesen, daß ein typisches ART-Netzwerk, welches ursprünglich zur Mustererkennung gedacht war, eine Inverse Dynamik von gekoppelten Gliedmaßen erlernen und repräsentieren kann. Die in den Kapiteln 2 und 3 vornehmlich untersuchte *low-level* Motorik mit ihrer Aufgabe der Invertierung der Körpertransformationen kann hierzu als einfacher adaptiver Mustererkennungsprozeß aufgefaßt werden. Es gibt in der low-level Sensumotorik im Prinzip nur ein Muster zu erlernen: die durch die Differentialgleichungen des Körpers gegebene Mannigfaltigkeit im Raum aller betrachteten kinematischen und dynamischen Variablen.¹⁷

4.6. Ein Cohen-Grossberg-Theorem für logarithmische Netze

ART-Netze sind rekurrente, d.h. dynamische Netze vom Typ (47). Da man die Zeitableitungen der schnellen STM-Variablen im Falle einer angenommenen Skalentrennung zur LTM-Dynamik (48) zu Null setzen kann, muß nur nachgewiesen werden, daß sich in diesem quasistatischen Fall die Funktion eines statischen Netzes vom Typ Bild 12 (vgl. 3.2.) ergibt, welches eine Inverse Dynamik vom Typ (36) oder (38) repräsentieren kann (vgl. 3.10.). Mit anderen Worten: Ein im wesentlichen polynomiales Feedforward-Netz muß sich als Attraktor des STM-Prozesses eines rekurrenten ART-Netzes darstellen lassen.

¹⁷ Bei der *high-level* Motorik geht es dagegen um ganze Bewegungsmuster, die allerdings hier nicht „von unten“ wahrgenommen, sondern „von oben“ ausgelöst werden. Im high-level Bereich der Auge-Hand-Koordination beispielsweise sind Kohonen-Netze wegen ihrer topologieerhaltenden Abbildungseigenschaften sehr beliebt (Ritter, Martinez & Schulten 1989, Rojas 1996). Es spricht nichts dagegen, eine Kohonen-Schicht in eine ART-Architektur einzubauen (vgl. Grossberg 1987, Freeman & Skapura 1991). Die folgende Diskussion wird weiterhin auf den low-level Bereich eingeschränkt.

Die STM-Dynamik von ART-Netzen kann *kompetitiv* oder *kooperativ* sein oder eine Mischung aus beidem.¹⁸ Die genauen Definitionen lauten (Grossberg 1988, Hirsch 1989):

Dynamik	$dx_i/dt = f_i(x_1, \dots, x_n)$	Synapsen
kooperativ	$\nabla f_i / \nabla x_j \geq 0$ für $i \neq j$	exzitatorisch
kompetitiv	$\nabla f_i / \nabla x_j \leq 0$ für $i \neq j$	inhibitorisch

Wir greifen aus den vielen möglichen STM-Prozessen ein recht allgemeines Modell heraus, in dem bereits viele andere in der Literatur vorgeschlagene Netze als Spezialfälle enthalten sind (Grossberg 1988): Das *Cohen-Grossberg-Modell* beschreibt eine kooperativ-kompetitive Aktivierung durch folgendes Gleichungssystem für n Aktivierungen x_i mit (glat-ten) Funktionen $a_i(x_i)$, $g_i(x_i)$ und $d_i(x_i)$ von nur jeweils einer Variablen x_i (vgl. A.9.):

$$\frac{d}{dt} x_i = a_i(x_i) [g_i(x_i) - \sum_{j=1}^n c_{ij} d_j(x_j)] \quad (49)$$

Die Kopplungen innerhalb dieses Gleichungssystems werden durch einen Satz von Konstanten c_{ij} gewichtet. Das *Cohen-Grossberg-Theorem* (Cohen & Grossberg 1983) garantiert mit Hilfe der Ljapunov-Funktion

$$V = -\sum_{i=1}^n \int_{x_i}^{x_i} g_i(x_i) d'_i(x_i) dx_i + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^n c_{jk} d_j(x_j) d_k(x_k) \quad (50)$$

die globale Stabilität und Konvergenz dieses Systems im wesentlichen unter folgenden Voraussetzungen für die Funktionen und Parameter:

- *Positivität:* $a_i(x_i) \geq 0$
- *Monotonie:* $d'_i(x_i) \geq 0$
- *Symmetrie:* $c_{ij} = c_{ji}$

Diese drei Bedingungen sind hinreichend, aber nicht unbedingt notwendig für die Stabilität von (49). Zunächst wird $a_i \equiv 1$ gesetzt, so daß die erste Bedingung der Positivität stets erfüllt ist. In der adiabatischen Approximation, d.h. in einem Fixpunkt $dx_i/dt = 0$ der Aktivierungsdynamik, und mit den Vektoren $g = (g_1, \dots, g_n)^T$ bzw. $d = (d_1, \dots, d_n)^T$ sowie der $n \times n$ -Matrix $C = (c_{ij})$ ergibt sich aus dem Cohen-Grossberg-Modell (49)

$$g = C d \Leftrightarrow g_i(x_i) = \sum_{j=1}^n c_{ij} d_j(x_j) \quad (51)$$

Falls die Funktionen g_i invertierbar sind, kann nach x_i aufgelöst werden:

$$x_i = g_i^{-1} \left[\sum_{j=1}^n c_{ij} d_j(x_j) \right] \quad (52)$$

Mit der speziellen Wahl $d_j = g_j = -\ln$ für alle i und j folgt mit $c \cdot \ln x = \ln x^c$ aus (51)

$$x_i = \exp \left[\sum_{j=1}^n c_{ij} \ln x_j \right] = \prod_{j=1}^n x_j^{c_{ij}} \quad (53)$$

¹⁸ Ein kompetitives System wird unter Zeitumkehr kooperativ (Hirsch 1989).

Unter der weiteren hierfür nötigen technischen Annahme, daß alle Signale x_j so weit verschoben werden, bis sie positiv sind, ist sogar *strenge* Monotonie, d.h. $d'_j(x_j) > 0$ erfüllt. Mit diesen Vereinbarungen wird die Matrix C durch den „ $e^{\ln}$ -Trick“ zu einer Matrix von Exponenten. Jedes x_i ist auf dem Attraktor der Aktivierungsdynamik (49) ein Produkt aus Potenzen von verschiedenen x_j . Auf diese Weise kann ein Cohen-Grossberg-Modell die mehrdimensionalen Monome zur Verfügung stellen, die für jede Taylorentwicklung benötigt werden.

Da nun für eine allgemeine Potenzreihenentwicklung vom Typ (53) die dritte Voraussetzung des Cohen-Grossberg-Theorems der Symmetrie von C verletzt ist, muß nachgewiesen werden, daß das sich mit den obigen Annahmen aus Gleichung (49) ergebende dynamische System

$$\frac{d}{dt} x_i = -\ln x_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} \ln x_j \quad (54)$$

trotzdem stabil ist¹⁹. Für positive c_{ij} handelt es sich um ein rein kooperatives System. Um die Stabilität des Systems (54) mit beliebigen c_{ij} allgemein nachzuweisen, muß die Ljapunov-Funktion (50) in der Originalversion des Cohen-Grossberg-Theorems für unsymmetrische Matrizen C leicht abgewandelt werden. Für unsere Zwecke wählen wir die Ljapunov-Funktion

$$V = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} (1 + c_{ii}) (\ln x_i)^2 - \sum_{j=1}^n c_{ij} \ln x_i \ln x_j \right] \quad (55)$$

Für Stabilität, d.h. (55) ist Ljapunov-Funktion des Systems (54), muß deren totale Zeitableitung auf Lösungen von (54) stets negativ (oder zumindest nichtpositiv) sein:

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{\text{Lösungen}} \stackrel{!}{\leq} 0 \quad (56)$$

Gleichungen (55) und (54) in (56) eingesetzt ergibt nach der Kettenregel

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \left(\ln x_i - \sum_{j=1}^n c_{ij} \ln x_j \right) \left(-\ln x_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} \ln x_j \right) \quad (57)$$

Das bedeutet Stabilität, falls wie vereinbart $x_i > 0$ gilt für alle i :

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{\text{Lösungen}} = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \left(\ln x_i - \sum_{j=1}^n c_{ij} \ln x_j \right)^2 \leq 0 \quad (58)$$

Auch für das spezielle Cohen-Grossberg-Modell (54) läßt sich also eine Ljapunov-Funktion finden. Im Vergleich mit der ursprünglichen Form des Cohen-Grossberg-Theorems, werden hier sehr viel speziellere Funktionen $a_i(x_i)$, $g_i(x_i)$ und $d_i(x_i)$ verwendet, dafür kann aber im Gegenzug die Voraussetzung der Symmetrie von C fallengelassen werden.²⁰

¹⁹ Modelle mit asymmetrischer Koeffizientenmatrix c_{ij} treten typischerweise beim Problem des Erlernens zeitlicher Muster und Ordnungen auf (Grossberg 1988).

²⁰ Allgemeinere Ergebnisse bezüglich der Stabilität asymmetrischer rekurrenter Netze sowie Verallgemeinerungen des Cohen-Grossberg-Theorems finden sich z.B. bei Hirsch (1989) und Matsuoka (1992).

Erstes Fazit: Spezielle Cohen-Grossberg-Modelle mit logarithmischen Funktionen sind in der Lage, beliebige polynomiale Basisfunktionen zu erzeugen²¹. Hierzu können bestimmte x_i willkürlich als Eingänge gewählt werden. Der Vektor x wird aus den zu erzeugenden Basisfunktionen und den zu verarbeitenden Zustandsvariablen zusammengesetzt:

$$x = (\text{Basisfunktionen}, \text{Eingangsvariablen}) \quad (59)$$

Die Exponentenmatrix C , die letztlich aus den Eingangsvariablen die nichtlinearen Basisfunktionen entstehen läßt, zerfällt in Untermatrizen der Gestalt

$$C = \begin{pmatrix} 0 & C_{eff} \\ 0 & diag \end{pmatrix} \quad (60)$$

Die Diagonalmatrix $diag$ verhindert hier „unerwünschte“ dynamische Wechselwirkungen unter den Eingangsvariablen, indem sie die entsprechenden Zeitableitungen verschwinden läßt. Die Nullen im unteren linken Teil von C verhindern eine Rückwirkung der Basisfunktionen auf die Eingangsvariablen. Die polynomialen Basisfunktionen werden effektiv nur durch die Exponenten in der Untermatrix C_{eff} gestaltet.

4.7. Inverse Dynamik als Cohen-Grossberg-Modell

Anhand eines einfachen Beispiels wird im folgenden gezeigt, daß das soeben eingeführte logarithmische Cohen-Grossberg-Modell die Basisfunktionen der inversen Dynamik eines Gliedmaßensystems (vgl. 3.10.) repräsentieren kann. Um die Darstellung möglichst einfach zu halten, wird nur der erste von zwei Freiheitsgraden eines planaren 2-gelenkigen Arms betrachtet. Darüberhinaus beschränken wir uns wieder auf den dynamischen Kopplungsanteil; der Gravitationsanteil kann auf analoge Weise behandelt werden. Wir definieren zunächst willkürlich folgenden Aktivitätsvektor der Schicht Z_2 in Bild 20:

$$x = (x_1, \dots, x_7)^T = (\ddot{j}_1, b_2, b_3, \ddot{j}_2, \dot{j}_2, \cos(j_2 - j_1), \sin(j_2 - j_1))^T \quad (61)$$

Die ersten drei Einträge von x enthalten gemäß Gleichung (59) die gewünschten Basisfunktionen b_i , wobei x_1 sowohl Eingang als auch Ausgang ist. Die übrigen vier Einträge sind als Eingänge aufzufassen. Dabei wird darauf verzichtet, die trigonometrischen Funktionen $\sin$ und $\cos$ ebenfalls durch eine Potenzreihe zu approximieren und alle x_i etwa durch eine geeignete Sigmoide in einen positiven Arbeitsbereich zu verschieben. Wie in Abschnitt 3.10. genauer erläutert wurde, werden nach Gleichung (18) für die inverse Kopplungsdynamik im Hinblick auf das erste Gelenk

$$Q_1 = w^T b \quad (62)$$

neben dem Gewichtsvektor $w = (w_1, w_2, w_3)^T$ folgende Basisfunktionen $b = (b_1, b_2, b_3)^T$ benötigt:

$$\begin{aligned} b_1 &= x_1 &= \ddot{j}_1 \\ b_2 &= x_4 x_6 &= \ddot{j}_2 \cos(j_2 - j_1) \\ b_3 &= x_5^2 x_7 &= \dot{j}_2^2 \sin(j_2 - j_1) \end{aligned}$$

Damit das quasistatische Cohen-Grossberg-Modell (53) diese Berechnungen leisten kann, muß die Matrix C folgende Gestalt besitzen:

²¹ Auf die Universalität *polynomialer* Approximationen im Hinblick auf Computer-Implementationen neuronaler Netze (Wray & Green 1995) wird im Anhang A.6. weiter eingegangen.

$$C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (63)$$

Auch die spezielle Matrix (63) kann durch Zeilen- und Spaltenvertauschungen, d.h. durch Umbenennung der x_i auf die Form (60) gebracht werden. In unserem Fallbeispiel bleiben in Gleichung (54) nur wenige Terme übrig:

$$\frac{d}{dt}x_2 = -\ln x_2 + \ln x_4 + \ln x_6 \quad (64)$$

$$\frac{d}{dt}x_3 = -\ln x_3 + 2 \ln x_5 + \ln x_7 \quad (65)$$

$$\frac{d}{dt}x_k = 0 \quad \text{für } k \in \{1, 4, 5, 6, 7\} \quad (66)$$

Die Eingangsneuronen 1, 4, 5, 6 und 7 für Z_2 besitzen keine eigene Dynamik, da sich für diese i die rechte Seite von (54) bzw. (66) zu Null ergibt. Die lineare Basisfunktion $b_1 = x_1$ wird ungeändert durch Z_2 in Bild 20 „durchgeleitet“ und bildet zusammen mit x_2 und x_3 den Ausgang der Schicht Z_2 . Damit ist nachgewiesen, daß ein Cohen-Grossberg-Modell für die Schicht Z_2 auf dynamische, aber stabile Weise die Basisfunktionen zur Verfügung stellen kann, die zur Berechnung der inversen Dynamik von Gliedmaßensystemen benötigt werden. Diese Basisfunktionen werden durch einen einfachen Linearkombinierer in Z_1 adaptiv gefiltert, sodaß die gewünschte Inverse Dynamik (55) $Q_1 = w^T b$ für das erste Gelenk zum Effektor weitergeleitet werden kann. Für Q_2 und jeden weiteren Freiheitsgrad kann analog verfahren werden.

Dieser Weg, eine lineare Regression mit nichtlinearen Basisfunktionen als quasistatischen Spezialfall eines Cohen-Grossberg-Modells zu erzeugen, mag etwas umständlich erscheinen, doch sollte ja nur nachgewiesen werden, daß rekurrente ART-Netze grundsätzlich in der Lage sind, eine inverse Dynamik zu berechnen, indem sie statische Funktionsnetze wie in Bild 12 als Sonderfälle enthalten. Die Vorgehensweise hierbei ist im Grunde lediglich eine Verallgemeinerung des e^{ln} -Tricks aus der analogen Schaltungstechnik, mit dessen Hilfe Produkte positiver Signale in Summen zerlegt werden können; vgl. hierzu das „Power-Network“ in Kalveram (1993a).

Fazit: Jede polynomiale Approximation und insbesondere die inverse Dynamik eines Gliedmaßensystems ist als Attraktor eines rekurrenten Cohen-Grossberg-Modells darstellbar. Dieser Nachweis fehlte bisher.²² Als offene Frage bleibt, ob die Exponentenmatrix C , die hier als a-priori Wissen in das Modell eingeflossen ist, ohne dieses a-priori Wissen mit einer entsprechenden LTM-Gleichung aus den Trainingsdaten erlernt werden kann.

²² Kumar und Guez (1991) bringen zwar die ART in direkte Verbindung zur Steuerung der Motorik; sie behandeln allerdings nur *lineare* Systeme im Frequenzbereich. Die inverse Dynamik von Gliedmaßensystemen ist jedoch essentiell nichtlinear.

Von der größten Wichtigkeit endlich für die Festigkeit unserer Überzeugung von der Richtigkeit unserer sinnlichen Wahrnehmung sind die Prüfungen, welche wir mittels der willkürlichen Bewegungen unseres Körpers anstellen.

Hermann von Helmholtz (1866)

4.8. Aktions-Perzeptions-Zyklen

Die bisherige Untersuchung bietet eine kritische Synthese ausgewählter Literatur der letzten knapp 50 Jahre zur sensumotorischen Modellbildung, die ausgehend vom Reafferenzprinzip zur adaptiven Resonanztheorie führt. Dieser Abschnitt stellt diese beiden Theorieansätze noch einmal gegenüber und erläutert deren Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Ausgangs-, Dreh- und Angelpunkt der Diskussion in dieser Arbeit ist das Reafferenzprinzip (von Holst & Mittelstaedt 1950) und die damit einhergehende fundamentale Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden (Kalveram & Merz 1976). Das Reafferenzprinzip (Bild 2) wurde als Gegenentwurf zur klassischen Reflexlehre entworfen, in der das Verhalten eines Organismus nur als Funktion der applizierten Reize aufgefaßt wurde. Verhalten ist jedoch eine Funktion von Reiz *und* Ziel. Nicht nur: *Wahrnehmung steuert Verhalten*, sondern auch: *Verhalten steuert Wahrnehmung* in einem kybernetischen Kreisprozeß (vgl. Powers 1973). Das Reafferenzprinzip wurde in der englischsprachigen Literatur kaum zur Kenntnis genommen. Die wenigen Autoren, die das Reafferenzprinzip im Bereich der motorischen Kontrolle oder der Robotik erwähnen (z.B. Raibert 1976), präsentieren zu meist ein Kontrollschema und interpretieren es *im nachhinein* mit Begriffen des Reafferenzprinzips. Meist fällt nur kurz der Begriff „efference copy“, der in der internationalen Literatur meistens „corrolary discharge“ genannt wird. Hier wird in Anlehnung an Kalveram (1981 & 1990) der umgekehrte Weg beschritten: Das Kontrollschema wird direkt und ohne Sprünge aus dem Reafferenzprinzip entwickelt; biokybernetische und technische Begriffsbildungen werden in einer Synopse zusammengeführt. Das Reafferenzprinzip steht im Einklang mit weiteren kybernetischen Modellvorstellungen, die seit den 60er Jahren unabhängig davon u.a. in den Bereichen Robotik und Regelungstechnik entwickelt wurden und als deren gemeinsamer Nenner es aufgefaßt werden kann. Die gemeinsame Grundidee läßt sich kurz als *Kompensation der Eigendynamik* charakterisieren. *Historisch* muß jedoch das Reafferenzprinzip als Grundlage dieser Entwicklungen angesehen werden. In Kap. 3 wird das Reafferenzprinzip um das Lernschema der Selbstimitation erweitert.

Während das Reafferenzprinzip zur Erklärung sensumotorischer Vorgänge entwickelt wurde, liegt das Hauptaugenmerk der adaptiven Resonanztheorie (Grossberg 1987 & 1988) auf der Mustererkennung. Grossbergs ursprüngliches Problem war das *Stabilitäts-Plastizitäts-Dilemma*, d.h. das Problem, daß bereits gelernte Muster durch eine „Reizüberflutung“ gelöscht bzw. „weggewaschen“ werden können: „*How do we cope with the 'blooming buzzing confusion' of every day?*“ Inspiriert von James, Helmholtz und Mach löste er als erster das Dilemma, indem er den damals üblichen, aber am Dilemma leidenden,

kompetitiven Lernmechanismen gelernte „top-down“ Erwartungen hinzufügte, die mit den herkömmlichen „bottom-up“ Mustern aus den Sinneszellen in einen adaptiven Resonanzprozeß zwischen zwei adaptiven Filtern eintreten. Eine Fürwahrnehmung oder „Wahrgebung“ entsteht als resonanter „perzeptiver Konsens“ zwischen verschiedenen Zentren, d.h. durch eine Wechselwirkung von *Perzeption* und *Antizipation* in einem *Aktions-Perzeptions-Zyklus* (Bild 20, vgl. Arbib & Amari 1985). Die adaptive Resonanztheorie realisiert mit ihrer eingebauten Ljapunov-Stabilität das *Prinzip der kognitiven Homöostase*. Carpenter und Grossberg (1995) beschreiben ihre Intention wie folgt: „*Adaptive Resonance Theory, or ART, was introduced as a theory of human cognitive information processing*“. Carling (1992) schreibt über Grossberg's Arbeiten: „*His aim has been to develop almost a universal theory for neural networks*“. Grossberg sei mit seinen MitarbeiterInnen auf dem Weg zu einer „*General Purpose Theory*“. Cohen begründet inzwischen eine „*Universal Theory of Synthesis*“ (Cohen 1992), indem er Konstruktionsvorschriften für Ljapunov-stabile neuronale Netze mit praktisch beliebig vorgebbaren Attraktoren entwickelt (vgl. 4.3.). Grossberg (1988) konstatiert, daß das wachsende Interesse und die zunehmende Popularität seiner Methoden „*have turned the obscure into the obvious, which is a sure sign of major progress.*“

Die vielleicht wichtigste Gemeinsamkeit dieser beiden Ansätze ist, daß sie beide die Schließung eines Kausalkreises als wesentliches innovatives Element einführen: Das Reafferenzprinzip behandelt den Einfluß der eigenen motorischen Aktivitäten auf die Wahrnehmungen eines Organismus; die adaptive Resonanztheorie modelliert den Einfluß der eigenen neuronalen Lernerfahrungen auf den Wahrnehmungsprozeß. In beiden Fällen wird durch Hinzunahme eines top-down Signals eine Rückkopplungsschleife geschlossen und damit der Übergang zu kreisausal geschlossenen Systemen vollzogen. Während Efferenzkopien im wesentlichen Muster der zu erwartenden Reafferenzen darstellen, repräsentieren Grossbergs „Schablonen“ allgemeinere erwartete Wahrnehmungsmuster. Das Reafferenzprinzip handelt von der Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden; die adaptive Resonanztheorie arbeitet mit der Unterscheidung zwischen Erwartetem und Unerwartetem. Neben der Berechnung einer inversen Dynamik werden beim Reafferenzprinzip lediglich Additionen benötigt, die trivialerweise auch in ART-Netzen berechnet werden können. Damit läßt sich die adaptive Resonanztheorie als dynamische Formulierung bzw. Erweiterung des Reafferenzprinzips auffassen: Efferenzkopien können als top-down Erwartungen und Afferenzen als bottom-up Muster interpretiert werden. Der Vergleich der Efferenzkopie mit dem tatsächlichen Afferenzmuster wird als resonanter Matching-Prozeß im STM gedeutet und motorisches Lernen als zugehöriger Adaptationsprozeß im LTM. Diese Verwandtschaften zwischen Reafferenzprinzip und ART wurden bislang nicht thematisiert:

	Reafferenzprinzip	adaptive Resonanz
<i>top-down Signal</i>	Efferenzkopie	Antizipation
<i>bottom-up Signal</i>	Reafferenz	Perzeption
<i>Verarbeitung für</i>	Kompensation	Matching von Mustern
<i>Unterscheidung</i>	Eigenes/Fremdes	Erwartetes/Unerwartetes
<i>Anwendung</i>	Sensumotorik	Mustererkennung

Fazit: Sowohl das Reafferenzprinzip als auch die adaptive Resonanztheorie führen als Neuerung jeweils die Schließung von Kausalkreisen zu Aktions-Perzeptions-Zyklen in die Kybernetik ein. Ersteres handelt von motorischen Aktivitäten, letztere von neuronalen:

Reafferenzprinzip: Verhalten steuert Wahrnehmung.

adaptive Resonanz: Erwartung steuert Wahrnehmung.

Die Netzwerkarchitekturen der adaptiven Resonanztheorie können das Reafferenzprinzip realisieren. Die adaptive Resonanztheorie stellt demnach auch für die Sensumotorik einen geeigneten Rahmen dar, nicht nur zur Mustererkennung, wo sie bereits eine der erfolgreichsten und vielversprechendsten Modellvorstellungen ist.

Da eine Argumentation längs des Reafferenzprinzips offenbar eine hohe integrative Wirkung hat, stellt sich in Kap. 5 die Frage nach einer weiteren Verallgemeinerungsfähigkeit und Anwendbarkeit dieses grundlegenden Prinzips. Das Prinzip der *Kompensation der Eigendynamik* wird dabei unter erkenntnisphilosophischen, volkswirtschaftlichen und quantentheoretischen Gesichtspunkten diskutiert.

*Die Theorie an und für sich ist nichts nütze,
als insofern sie uns an den Zusammenhang
der Erscheinungen glauben macht.*

Johann W. v. Goethe

5. Kompensation der Eigendynamik als kybernetisches Grundprinzip

Das Reafferenzprinzip wird in der Natur als erfolgreiche Strategie eingesetzt, um sich als Organismus mit Nervensystem adaptiv gegenüber seiner Umwelt verhalten zu können. Ein wichtiges Ziel der Kybernetik ist es, formale Analogien zu finden und in verschiedenen Gebieten ähnliche Grundprinzipien und Lösungsstrategien aufzudecken oder bewußt zu implementieren. Aus einer systemtheoretischen Perspektive stellt sich nun die Frage, inwieweit die bisherigen sensumotorischen Überlegungen auch in anderen Wissenschaftsbereichen zu fruchtbaren Anwendungen führen können.

In einer Erweiterung des interdisziplinären Diskurses wird in diesem Kapitel die weitergehende Tragfähigkeit des allgemeinen sensumotorischen Grundprinzips *Steuerbarkeit durch Kompensation der Eigeneffekte* untersucht. Der Begriff *Kompensation* kann allgemein verstanden werden als Ausgleich, Aufhebung oder „Verrechnung“ einander entgegengesetzter Wirkungen. Der Begriff der *Neutralisation* bezieht sich in ähnlicher Weise auf eine Ausschaltung bestimmter Einflüsse. Der Begriff *Inversion* zielt auf die Umkehrung z.B. eines Operators ab. Der diesbezügliche Sprachgebrauch ist in der Literatur sehr uneinheitlich. In der Regelungstheorie wird meist der Kompensationsbegriff als Oberbegriff benutzt, die Inversion bezieht sich auf den Steuerungsanteil eines Kontrollsystems und Neutralisation auf die Ausregelung von zumeist äußeren Störeffekten.

Im folgenden werden zunächst die Begriffe der sensumotorischen Identität (Kalveram 1981) und Autonomie (Foerster 1981) mit Hilfe einer gruppentheoretischen Operatorsprache formalisiert (vgl. Widrow & Stearns 1985, Hunt et al. 1992, Massone 1995). Ausgehend von Kalverams Verallgemeinerung des Reafferenzprinzips zum Konzept der Werkzeugtransformation (Kalveram 1981), welches die Möglichkeiten des Organismus zur Bildung weiterer „Organe“, d.h. Werkzeuge, in die Modellierung einbezieht, wird der damit verbundene fundamentale Akt der Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden (vgl. 2.2.) noch einmal in einem umfassenderen Rahmen dargestellt. Sodann werden einige erkenntnistheoretische Aspekte des Reafferenzprinzips diskutiert und der Zusammenhang zu einer kybernetischen Erkenntnistheorie (von Foerster 1981) und zu Poppers „Scheinwerfer-Theorie des Bewußtseins“ (Popper 1943) aufgezeigt. Anhand zweier Beispiele aus den Bereichen Volkswirtschaftslehre und Quantenphysik wird abschließend nachgewiesen, wie auch in diesen Fachgebieten Kompensationsansätze zu erfolgreichen Problemlösungen beitragen können.

*Mind and world in short have been evolved together,
and, in consequence are something of a mutual fit.*

William James

5.1. Autonomie und Identität

Der amerikanische Philosoph und Entwicklungspsychologe William James beschreibt 1894 (Anderson et al. 1990) das Bewußtsein eines Babys als „*one big blooming buzzing Confusion. That Confusion is the baby's universe; and the universe of all of us is still to a great extent such a Confusion, potentially resolvable, and demanding to be resolved, but not yet actually resolved into parts.*“ Bei William James liegen – neben Helmholtz und Mach – die interdisziplinären Wurzeln der adaptiven Resonanztheorie (vgl. 4.8.).

Ein neugeborenes Baby kann noch nicht richtig unterscheiden zwischen sich selbst und seiner Außenwelt. George Spencer Brown in *Laws of Form* (1972) über die Geburt:

The act is itself already remembered, even if unconsciously, as our first attempt to distinguish different things in a world where, in the first place, the boundaries can be drawn anywhere we please. At this stage the universe cannot be distinguished from how we act upon it, and the world may seem like shifting sand beneath our feet. Although all forms, and thus all universes, are possible, and any particular form is mutable, it becomes evident that the laws relating such forms are the same in any universe. It is this sameness, the idea that we can find a reality which is independent of how the universe actually appears, that lends such fascination to the study of mathematics.

Auf dieser frühen Stufe gibt es also z.B. noch keine Unterscheidung zwischen Aktiv und Passiv, zwischen Operator und Operand wie etwa zwischen „+“ und „5“²³. Der erste fundamentale Akt der Unterscheidung, den das Baby nach und nach erlernen muß, ist die Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden, zwischen Aktiv und Passiv, Operator und Operand als Grundlage der Subjekt-Objekt-Spaltung. Allgemeiner: die Trennung der Affenzen erst im sensumotorischen, dann im sozialen Bereich (Kalveram & Merz 1976, vgl. 2.2.). Durch diese Lernprozesse gewinnt der Organismus mehr und mehr an Autonomie. Autonomie auf einer niederen Stufe der Entwicklung bedeutet das Erlernen der inversen Körpertransformationen durch das Nervensystem eines Organismus. Die Biologie kompensiert, komplementiert oder invertiert mit der Evolution des Nervensystems die physikalischen und physiologischen Eigenschaften des eigenen Körpers.

Autonomie auf der Beschreibungsebene der entsprechenden Differentialgleichungen bedeutet, daß diese nicht explizit zeitabhängig sind. Ein dynamisches System kann durch einen Systemoperator *A* dargestellt werden, der als totale Zeitableitung auf den Lösungen der Systemgleichungen definiert ist (Bessenrodt 1994):

²³ George Spencer Brown, ein Schüler von Wittgenstein und Russel, weist 1969 in *Laws of Form* nach, daß die gesamte Boole'sche Algebra – also insbesondere (zweiwertige) Logik und Mengenlehre – aus einem einzigen Zeichen, das zugleich Operator und Operand ist, aufgebaut werden kann. (Insbesondere sind Klammern überflüssig.) In dieser Operation mit Namen *Distinktor*, die eine fundamentale Unterscheidung repräsentiert, verschmelzen Begriffe wie „Unterscheidung“, „Name“, „Beschreibung“, „Absicht“, „Signal“ oder „Anweisung“. Schon Wittgenstein hatte darauf hingewiesen, daß die Anzahl der benötigten Grundoperationen nur von unserer Notation abhängt (Wittgenstein 1921).

$$\text{Systemoperator: } A = \frac{d}{dt} \Big|_{\text{Lösungen}}$$

Angewendet auf einen beliebigen Systemzustand x erzeugt der Systemoperator eine infinitesimale Transformation des Zustands in Richtung der Systemtrajektorien. Der Systemoperator ist der infinitesimale Erzeuger einer endlichen Transformation längs dieser Trajektorien. Eine formale Integration über die Zeit t liefert den Flußoperator F_t des Systems, der jeden Zustand zur Zeit 0 längs Lösungen in einen zukünftigen Zustand zur Zeit t verschiebt:

$$\text{Flußoperator: } F_t = \exp[tA] = 1 + tA + \dots$$

Die Gesamtheit aller Flußoperatoren bilden mit der Operatorverkettung $\otimes$ die dynamische Halbgruppe $(G, \otimes)$ des Systems:

$$\text{Systemhalbgruppe: } G = \{F_t\} = \{\exp[tA]\}$$

Der Flußoperator F_t repräsentiert ein Vorwärtsmodell des betrachteten Systems. Die inverse Halbgruppe $(G^{-1}, \otimes)$ entsteht daraus durch formale Zeitumkehr $t \rightarrow -t$:

$$\text{inverse Halbgruppe: } G^{-1} = \{F_{-t}\} = \{\exp[-tA]\}$$

Diese formale Umkehrung sagt allerdings noch nichts darüber aus, inwieweit die einzelnen Inversen tatsächlich existieren. In der Praxis ist in der Regel nicht die Existenz inverser Lösungen ein Problem, sondern deren Eindeutigkeit (vgl. 3.4., 3.7., A.4.). Wird nun die dynamische Halbgruppe $(G, \otimes)$ eines Systems durch eine geeignete inverse Halbgruppe $(G^{-1}, \otimes)$ zu einer Gruppe ergänzt, ist die Gesamtübertragungsfunktion der Verkettung der beiden Halbgruppen idealerweise die Identität I , also ein insbesondere zeitunabhängiger Operator:

$$F_{-t} \otimes F_t = I$$

Ist die zugeschaltete inverse Halbgruppe in einem neuronalen Netzwerk repräsentiert, wird das dynamische Gesamtsystem aus Netz und Gliedmaßen dadurch autonom (Bild 21). Inverses Körpermodell und der Körper selbst als Vorwärtsmodell erzeugen zusammen eine Identität (vgl. Widrow & Stearns 1985, Hunt et al. 1992, Massone 1995) und definieren so ein „sensumotorisches Selbst“ (Kalveram 1981, vgl. 2.2.).

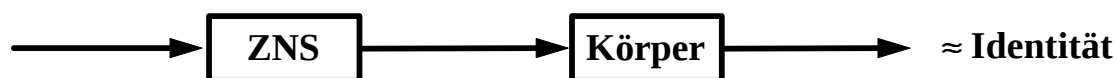


Bild 21 Durch Verkettung inverser Operatoren entsteht eine identische Abbildung

Fazit: Sensumotorische Autonomie bedeutet das Erlernen und die neuronale Repräsentation von inversen Körpertransformationen. Je mehr Transformationen ein Organismus invertieren lernt, desto mehr gewinnt er an Autonomie, desto weniger *reflexhafte* (und damit trivialisierbare) und desto mehr *intentionale* Aktivitäten kann er entwickeln (vgl. 2.1., 3.1.). Die durch „Selbstorganisation“ erreichte Zeitverschiebungsinvarianz gewisser Operatorverkettungen gilt natürlich nur näherungsweise. Das „Eigene“ (oder zu eigen Gemachte) sind die adiabatischen Invarianten, die Eigenwerte eines Aktions-Perzeptions-Zyklus (vgl. 4.8.). Autonomie setzt Lernvorgänge voraus, bei denen Transformationsregeln auf geeignete Weise transformiert werden: *Autonomie* bedeutet *Selbstregelung*, d.h. Regelung der Regelung oder Metaregelung (von Foerster 1981, vgl. 4.2.).

5.2. Werkzeuggebrauch

Das Wort Organismus leitet sich von dem griechischen Wort „Organon“ = Werkzeug ab. Im folgenden werden die Möglichkeiten des Organismus zur Bildung weiterer „Organe“ diskutiert. Durch das Erlernen inverser „Werkzeugtransformationen“ kann sich der Organismus bestimmte Aspekte seiner Umwelt *zu eigen* machen und so sein „sensumotorisches Selbst“ erweitern (Kalveram 1981). So bilden wir beispielsweise mit unserem Fahrrad eine autonome Einheit, nachdem wir durch Erlernen der inversen Fahrrad-Transformationen von einer zunächst wackeligen Regelung zur Steuerung übergegangen sind (vgl. 2.9.).

Das Erlernen von Werkzeuggebrauch, an dem das Konzept der Selbstimitation (vgl. 3.2.) ursprünglich entwickelt wurde, unterscheidet sich nicht grundsätzlich vom Erlernen der eigenen Gliedmaßendynamik. Auch hier muß lediglich eine Transformation invertiert werden, die *Werkzeugtransformation*, d.h. die Beziehung zwischen eigener Bewegung und den beobachtbaren Effekten am Werkzeug: die Hintereinanderschaltung von Gliedmaßen-transformation, Werkzeugtransformation und Sinnesorgantransformation. Im Sinnesorgan mischen sich wieder Eigen- und Fremdsignale, die vom ZNS mit Hilfe inverser Modelle wieder getrennt werden müssen (Bild 22). Die Berücksichtigung von weiteren, am sensumotorischen Prozeß beteiligten Transformationen (wie der Muskeldynamik oder der Transformation von den Muskellängen – den eigentlichen propriozeptiven „Observablen“ – auf die Gelenkwinkel etc.) ändert nichts am grundsätzlichen Konzept der inversen Modellierung: Die Gesamttransformation in Form der Hintereinanderausführung der Einzeltransformationen – von einer bestimmten Etage im „Haus der Reafferenzen“ (vgl. 2.1.) aus „abwärts“ gesehen – muß neuronal invertiert und repräsentiert werden. Dabei ist lediglich der Umkehrsatz für verkettete Operatoren zu beachten, daß die Einzelinversen in umgekehrter Reihenfolge zu schalten sind; z.B. die inverse Kinematik vor die inverse Dynamik (vgl. Bild 14 in 3.8.). Für drei verkettete Operatoren T , Q und R z.B., die eine solche Gesamttransformation ausmachen, gilt, falls die Einzelinversen existieren:

$$(QTR)^{-1} = R^{-1}T^{-1}Q^{-1} \quad (67)$$

Wie dabei mit der Schlechtgestellttheit und Nichtinvertierbarkeit der einzelnen inversen Probleme umgegangen werden kann wird in 3.4., 3.7.-8. und A.4. erläutert: Im Prinzip kann jede Unterbestimmtheit durch zusätzliche Bedingungen behoben und im Hinblick auf größere Diversität der möglichen Bewegungen genutzt werden. Die Transformationen werden im folgenden wieder als invertierbar angenommen.

Der Begriff der Transformation wird hier in einem allgemeinen Operatorsinn verstanden. In diesen Operatoren soll die gesamte Dynamik des jeweiligen Subsystems, z.B. auch Zeitverzögerungen und Hystereseeffekte, repräsentiert sein. Die Aufspaltung einer Transformation in Einzeltransformationen ist nicht eindeutig. Mit welcher Unterteilung und mit welchem Ausmaß an Aggregation das ZNS arbeitet, läßt sich nur experimentell erforschen. Aus diesem Grund haben wir auch nicht sauber unterschieden zwischen Effektor, Aktuator, Gelenk, Muskel oder zwischen Efferenz, Motorsignal, Drehmoment bzw. zwischen Afferenz, Gelenkwinkel, Muskellänge usw.

Bild 22 zeigt das Schema einer Werkzeugtransformation nach Kalveram (1981) mit einem Vorwärtsmodell S und inversem Modell S^{-1} , welches im wesentlichen eine leichte Variation von Bild 5 darstellt (vgl. 2.4). Lern- und Kannphase sind hier allerdings in ein einziges Diagramm verschmolzen (vgl. 3.2., 3.5. und 3.6.).

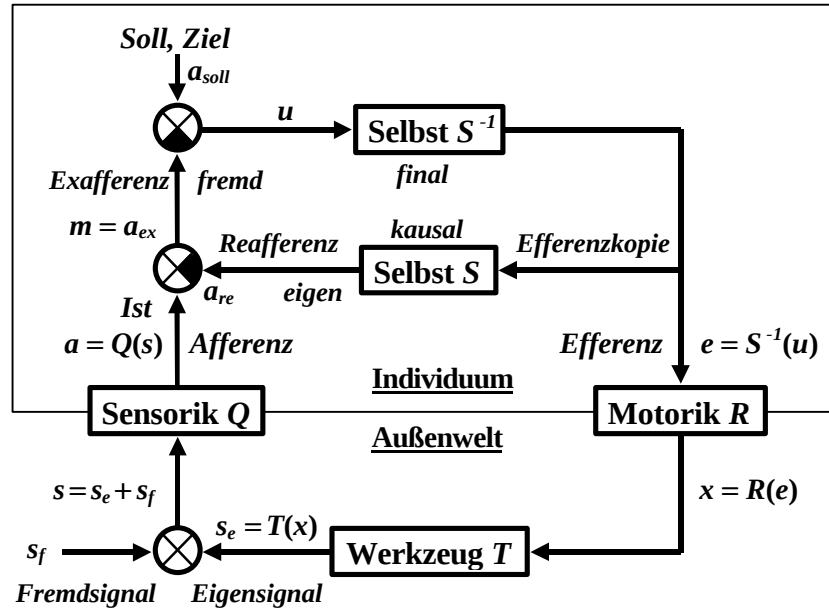


Bild 22 Inversion einer Werkzeugtransformation

Sei zunächst die Reafferenz $a_{re} = 0$. Die gegenwärtige Ist-Afferenz a wird mit einer perzeptiven Zielvorstellung, einer Soll-Reafferenz a_{soll} verglichen. Die Differenz $a_{soll} - a$ wird durch ein „inverses sensumotorisches Selbst“ S^{-1} in eine Efferenz e umgesetzt, die über die Gliedmaßentransformation R (Motorik) auf das Werkzeug wirkt. Die Werkzeugtransformation T macht daraus das Eigensignal s_e , d.h. eine selbstverursachte Wahrnehmungsänderung, die sich in der Sinnesorgantransformation Q (Sensorik) mit dem Fremdsignal s_f mischt und dort in die Afferenz a übersetzt wird. Aus der Efferenzkopie wird mit einem Vorwärtsmodell („sensumotorisches Selbst“ S) die auf die Efferenz hin zu erwartende Reafferenz erzeugt bzw. berechnet und wie in Gleichung (2) von der tatsächlichen Afferenz a abgezogen (vgl. 2.1.). Die resultierende Meldung oder Exafferenz $m = a_{ex} = a - a_{re}$ wird hier im Sinne einer einfachen P-Regelung wieder in das inverse sensumotorische Selbst S^{-1} eingespeist.

In der nichtlinearen Regelungstheorie wird diese Art der Verschaltung *Feedback-Entkopplung* genannt im Gegensatz zu einer *Feedforward-Entkopplung*, die in Bild 7, 8 und 15 realisiert ist (Kuntze 1984, vgl. 2.6.). Bei der Feedback-Entkopplung, die hier durch eine Efferenzkopieschleife ergänzt ist, geht die Regelabweichung u indirekt über das inverse Modell in das Steuersignal e ein (vgl. 3.9.).

Zunächst gilt für die gesamte Afferenz a , wenn die Transformationen aus Bild 22 sukzessive eingesetzt werden:

$$a = Q(s) = Q(s_f + s_e) = Q(s_f + T(x)) = Q(s_f + T(R(e))) = Q(s_f + TRS^{-1}(a_{soll} - a_{ex})) \quad (68)$$

Das *Reafferenzkriterium* (3) lautet hier

$$s_f = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a_{ex} = 0 \quad (69)$$

Damit wird aus Gleichung (68) unter Berücksichtigung von Gleichung (1), d.h. $a = a_{re} + a_{ex}$

$$a_{re} = Q(T(R(S^{-1}(a_{soll})))) \quad (70)$$

Das perzeptive Ziel kann im Sinne eines idealen Führungsverhaltens erreicht werden, wenn die Operatorverkettung in (70) gerade zur Identität zusammenschnurrt (vgl. 2.7.):

$$a_{soll} = a_{re} \Rightarrow Q T R S^{-1} = 1 \quad (71)$$

Dies bedeutet, daß das inverse Selbst S^{-1} genau die Gesamtwerkzeugtransformation $Q T R$ invertieren und das Selbst S folglich ein Vorwärtsmodell derselben sein muß:

$$S = Q T R \Rightarrow S^{-1} = R^{-1} T^{-1} Q^{-1} \quad (72)$$

Ist ein solches Selbst konstituiert, kommt wegen $T R S^{-1} = Q^{-1}$ und $u = S(e)$ aus (68)

$$Q^{-1}(a) = s = s_f + s_e = s_f + Q^{-1} S(e) \quad (73)$$

Damit kann eine neuronale Repräsentation des Fremdsignals s_f unter Verwendung der Efferenzkopie e aus den einlaufenden Afferenzen a herausgerechnet werden:

$$s_f = s - s_e = Q^{-1}(a) - Q^{-1} S(e) \quad (74)$$

In Abschnitt 2.3. wurde gezeigt, daß Vorwärtsmodelle zur Realisierung des Reafferenzprinzips nicht unbedingt erforderlich sind. Anhand der Realisierung in Bild 22 wird deutlich, daß Vorwärtsmodelle spätestens dann nützlich werden, wenn im Laufe der Evolution höhere kognitive Fähigkeiten ins Spiel kommen: Wenn dem Lernvorgang keine *motorische* Aktivität im engeren Sinne mehr zugrunde liegt, werden die berechneten Efferenzen in Bild 22 nicht mehr an die Motorik, an die Muskeln, Effektoren etc. weitergeleitet, sondern nur noch als „Efferenzkopie“ durch das Vorwärtsmodell weiterverarbeitet. Hier ist ein adaptiver Resonanzprozeß zwischen S und S^{-1} denkbar (vgl. Bild 20), welcher in einem Wechselspiel zwischen *Prädiktion* und *Inversion*, zwischen *kausal* und *final* besteht (vgl. Bild 17 in 4.1.). Dadurch wird ein symbolisches Operieren mit Abstrakta möglich, sodaß der Organismus „Pläne schmieden“, „Vorstellungen“ entwickeln und „Gedankenexperimente“ durchführen kann: „Wenn und weil die Aktion e , dann wahrscheinlich Perzeption a_{re} “ im Wechselspiel mit „damit Perzeption a , muß Aktion e “. Lernen durch Ein-Sicht kann in dieser Sichtweise fast wörtlich verstanden werden als „Sicht auf die Eins“, daß etwas als „ein Ganzes“ gesehen werden kann, indem es durch sein Inverses zum Ganzen ergänzt wird.

Fazit: Das Konzept der Werkzeugtransformation (Kalveram 1981) ist eine konsequente formale Verallgemeinerung des Reafferenzprinzips auf den Gebrauch von (konkreten oder abstrakten) Werkzeugen, deren Transformationen vom Organismus zu erlernen, zu invertieren und zu regularisieren sind.

5.3. Reafferenzkompensation als Brückenprinzip

Holst und Mittelstaedt (1950): „Das Reafferenzprinzip macht konkrete Voraussagen, an denen sich prüfen läßt, wo und wie weit es gilt. Es ist ein Mechanismus neben anderen und präjudiziert nichts über Automatie, Koordination und Spontaneität. Daher scheint es geeignet, entgegengesetzte Auffassungen miteinander zu verbinden. Da das Reafferenzprinzip quer durch die Physiologie des ZNS hindurch von niedersten Erscheinungen (passive und aktive Einstellung der Glieder, Beziehung der Körperteile untereinander) bis zu sehr hohen (Orientierung im Raum, Wahrnehmungen, Sinnestäuschungen) bestimmte Phänomene einheitlich deutet, so schlägt es auch eine Brücke zwischen niederer Nervenphysiologie und höherer Verhaltenslehre.“

Das Reafferenzprinzip handelt von der Kompensation, d.h. vom „Wegrechnen“ des Effekts einer selbstverursachten Bewegung. Vor der gleichen Aufgabe steht jeder Beobachter, der sich z.B. auf ein bewegtes Koordinatensystem transformieren will: Er muß den

Effekt des Bezugssystemwechsels aus seiner bisherigen Beschreibung des betrachteten Systems ebenfalls herausrechnen. Das zugrundeliegende physikalische Prinzip ist hier das *Relativitätsprinzip*. Das Reafferenzprinzip kann demnach als Übersetzung bzw. Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips in die Biokybernetik verstanden werden. Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, daß die von einem Relativitätsprinzip geforderten Transformationen zwischen zwei verschiedenen Bezugssystemen oder Beobachtern quasi von einem Meta-Beobachter berechnet werden, sodaß hier keine Stellgrößen zur realen Ausführung der Bewegung erzeugt werden müssen, während ein Organismus die Transformationen erst erlernen muß, mit deren Hilfe er seine Beobachtungen in Bezug auf die eigenen Bewegungen umrechnen kann. Darüberhinaus muß der Organismus nicht nur seine Bewegung im Raum, sondern auch die inneren Freiheitsgrade seines Gliedmaßensystems in seinen Koordinatentransformationen berücksichtigen.

Fremd-Eigen-Diskrimination im Sinne des Reafferenzprinzips ist auch in vielen Bereichen sozialer Interaktion zu beobachten. So spielt z.B. die Verwandtenkennung wahrscheinlich eine wichtige Rolle bei der Entstehung von bedingt aggressivem Verhalten gegen Artgenossen, speziell bei Kriegen (Kalveram 1991d). Das Netz der sozialen Sicherung in sogenannten Stammesgesellschaften beruht auf der Sippenhaftung, d.h. auf der Solidarpflicht aller Blutsverwandten und Stammesgenossen (Heinsohn & Steiger 1996).

Ausgangspunkt für die Entwicklung des Reafferenzprinzips war eine Kritik der klassischen Reflexlehre (vgl. 2.1.), die später leicht modifiziert als „Behaviorismus“ wieder auftauchte. Von Foerster (1981) kritisiert den Behaviorismus als einen weiteren Versuch der Trivialisierung lebender Organismen. Die Begriffe „Stimulus“ und „Reaktion“ beziehen sich auf die Erfahrungen desjenigen, der den Organismus beobachtet, d.h. auf den *Beobachter*, nicht auf die Erfahrungen des *Organismus* selbst. Diese beiden Standpunkte müssen sauber unterschieden werden (ibid.).

Grossberg (1988) beklagt „the widespread tendency to interpret brain function in terms of whatever technological development happened to be current.“ Andererseits *kann* eine Theorie des Gehirns und der Kognition gar nicht besser sein, als die gerade aktuelle wissenschaftliche Entwicklung es zuläßt. Zu kritisieren ist dabei ggf. eher die Haltung, daß damit alle Probleme gelöst seien.



If you want to see, learn how to act.

Heinz von Foerster (1981)

5.4. Das Prinzip der undifferenzierten Kodierung

Ein wichtiger Ausgangspunkt der biokybernetischen Ideen, die in den 60er und 70er Jahren am *Biological Computer Laboratory* (BCL) in Urbana (Illinois) entwickelt wurden, ist das *Prinzip der undifferenzierten Kodierung* (von Foerster 1981):

Die Reaktion einer Nervenzelle enkodiert nicht die physikalischen Merkmale des Agens, das ihre Reaktion verursacht. Es wird lediglich das „so viel“ an diesem Punkt des Körpers enkodiert, nicht aber das „was“.

Dem ZNS steht also zunächst nur die *Reizintensität* und die *Koordinaten der Reizquelle* (an welcher Stelle des Körpers) als Information zur Verfügung. Im Nervensignal selber wird nur die *Quantität*, nicht aber die *Qualität* der Erregung kodiert. Diese Qualität gewinnt das ZNS erst durch topologieerhaltende Abbildungen der sensorischen Oberfläche in verschiedene Hirnregionen (vgl. Kohonen 1997), d.h. durch eine räumliche Kodierung der verschiedenen Reizqualitäten. Wie von Foerster (1981) mit rein topologischen Argumenten zeigt, ist die an einer zweidimensionalen sensorischen Oberfläche zur Verfügung stehende Information für den Organismus nicht ausreichend, um die Beschaffenheit seiner dreidimensionalen Umwelt daraus zu errechnen. Aus dieser Schlechtgestelltheit des Erkenntnisproblems folgt im Einklang mit dem Reafferenzprinzip, „daß nur die Bezugsetzung der Motoraktivität des Organismus mit den so veränderten Erregungen seiner Sinnesorgane es ihm überhaupt möglich macht, diese Erregungen eindeutig zu interpretieren“ (ibid.)²⁴. Efferenzen und Afferenzen müssen in Beziehung zueinander gesetzt werden: „Die Bedeutung der Signale des Sensoriums wird durch das Motorium bestimmt, und die Bedeutung der Signale des Motoriums wird durch das Sensorium bestimmt.“ Motorische Aktivität ist damit die unabdingbare Voraussetzung für jede Wahrnehmung. Aus systemischer Sicht stehen *Wahrnehmungen* und *Verhalten* in einem Verhältnis *wechselseitiger* Beeinflussung (vgl. 4.8.): Die Interpretation der Wahrnehmungen eines Organismus beeinflußt seine Aktivität, und die Aktivität eines Organismus beeinflußt umgekehrt die Interpretation seiner Wahrnehmungen.

Es gibt auch experimentelle Hinweise, die eine solche *aktivistische* Erkenntnistheorie stützen: Ein Kätzchen z.B., das sich bis zum Abschluß der kritischen Phase des Sehenlernens (etwa bis zum vierten Monat) nur im dunkeln *aktiv* bewegen darf und im hellen nur *passiv* bewegt optischen Reizen ausgesetzt ist, ist faktisch blind (Held & Hein 1963). Schmit (1989) hierzu: „Dergleichen deutet darauf hin, daß die Wahrnehmung Lernvorgänge erfordert, daß Sehen *sehen lernen* voraussetzt!“ Wird das Kätzchen daran gehindert, durch *eigene* Aktivitäten Sensorik und Motorik miteinander in Beziehung zu setzen und dadurch die Welt sensumotorisch zu „erobern“, kann es nicht die fundamentale Unterscheidung zwischen Aktiv und Passiv, zwischen Eigenem und Fremden erlernen. Die später selbsterzeugten retinalen Bildverschiebungen bei aktiver Bewegung können dann nicht richtig gedeutet werden, weil eine geeignete Zuordnung zwischen Efferenzkopien und zugehörigen Reafferenzen nicht gelernt werden konnte. Damit werden auch kompliziertere optische Mustererkennungsaufgaben praktisch unmöglich. Selbst bei einer elektronischen Kamera ist mindestens eine Fokussierung notwendig, um ein informatives Bild zu erhalten. Erst durch die „motorische Aktivität“ der Veränderung des Fokus können Relationen vom Typ „Objekt x befindet sich hinter Objekt y“ in einer dreidimensionalen Welt berechnet werden. Ähnliche Überlegungen wie für das Sehenlernen gelten auch für das Hören- und Sprechenlernen.

Fazit: Die eigene Aktivität eines Organismus ist Vorbedingung für jeden Erkenntnisprozeß. Die Erkenntnis, daß Erkenntnis ohne motorische Aktivität unmöglich ist, wurde im Bereich der Physiologie bereits von Helmholtz (1866) gewonnen und vertreten. „*Wahrnehmen ist Handeln*.“ Aus dieser Einsicht resultiert eine handlungsorientierte kybernetische Erkenntnistheorie (von Foerster 1981). *Sensumotorik* und *Mustererkennung* sind zunächst nicht zu trennen; sie sind vielmehr Ausprägungen eines einzigen *kognitiven* Prozesses (ibid., vgl. 4.2.).

²⁴ Mittelstaedt und von Foerster haben sich im Jahr 1973 tatsächlich kennengelernt, auf dem 5. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Kybernetik in Nürnberg.

*Objectivity is a subject's delusion
that observing can be done without him.*
Heinz von Foerster

5.5. Kübeltheorie vs Scheinwerfertheorie des Bewußtseins

Holst und Mittelstaedt (1950) diskutieren die Konsequenzen des Reafferenzprinzips für die allgemeine Frage nach der Objektivität der Wahrnehmung. Die „richtige“ Meldung ergibt sich nach dem Reafferenzprinzip lediglich als die Resultierende von zwei „falschen“ Meldungen. Sie schreiben: *„Für ein niederes Zentrum, in das nur eine Afferenz eintritt, sind alle Meldungen in gleicher Weise 'richtig'. Die Frage, ob eine Wahrnehmung auch 'objektiv' richtig oder ob sie 'Schein' sei, kann überhaupt erst auftauchen, wo mehrere verschiedene Afferenzen zusammenkommen. 'Objektiv richtig' heißt dann nichts anderes als: Koinzidieren verschiedener Meldungen; als 'Schein' wird eine Meldung bewertet, die nicht zu den anderen paßt. Das niederste Zentrum ist in dieser Hinsicht unbedingt dumm – aber wir sollten bedenken, daß auch das höchste nie klüger sein kann, als seine Afferenzen es zulassen, deren jede einzelne 'täuschbar' ist.“*

Kommen wir nun vom Schein zum Scheinwerfer: Popper (1943) kritisiert eine zu seiner Zeit verbreitete *passivistische* Erkenntnistheorie, die er „Kübeltheorie des Bewußtseins“ nennt, und in der das Wissen uns durch unsere Sinne einfach zuströmt, etwa durch einen Nürnberger Trichter. Gegen eine solche „passive Empfängertheorie des Wissens“ habe Kant bereits eingewendet, daß das Wissen in einem großen Ausmaß das Ergebnis unserer eigenen geistigen Tätigkeit ist; daß wir uns „höchst aktiv, suchend, vergleichend, vereinigend, verallgemeinernd verhalten müssen, wenn wir Wissen erlangen wollen“. Popper (1943): „Wir wählen aus der unendlichen Mannigfaltigkeit von Tatsachen und aus der unendlichen Mannigfaltigkeit der Aspekte von Tatsachen jene Tatsachen aus, die uns interessieren, da sie mit einer mehr oder weniger vorgefaßten Theorie verbunden sind.“ Eine solche *aktivistische* Erkenntnistheorie nennt Popper eine „Scheinwerfertheorie des Bewußtseins“. Diese Scheinwerfervorstellung der Wahrnehmung steht im Einklang mit Helmholtz' erlernten Erwartungen. Der epistemologische Übergang von der passiven Kübel- oder Trichtertheorie zur aktiven Scheinwerfertheorie des Bewußtseins ist analog zu Grossbergs Einführung der top-down Erwartungen in die Mustererkennung. Die unbedingte (und auch bedingte) *motorische* Aktivität, z.B. als Reaktion auf einen „Reiz“, wird zwar im Laufe der Evolution aufgeweicht; der Erkenntnisprozeß bleibt aber ein *aktiver*. Eine Mustererkennung ist zwar passiv im engeren *motorischen* Sinne, aber immer noch aktiv im Sinne von Antizipation, Fokussierung usw. Was bei Grossberg und seinen Mitarbeitern die „top-down Erwartungen“ oder Antizipationen sind (vgl. 4.4.), nennt Schmit (1989) *Eigensinn*: „Im Bestreben, sich und mir ein brauchbares Bild der Dinge zu machen, hat der Wahrnehmungsapparat die Eigenart, Eindrücke, die Sinn machen, bevorzugen und solche, die keinen Sinn machen, gelegentlich durch Eigensinn zu ersetzen.“ Der „Sinn“ wird im ZNS selbst erzeugt und fließt als Erwartung in den adaptiven Resonanzprozeß ein: „Sinn ist Eigensinn.“ Wie sehr unsere Wahrnehmung eine „Wahrgebung“ (ibid.) ist, zeigt nicht zuletzt der *blinde Fleck* auf der Retina. Trotz dieses blinden Flecks erscheint unser Gesichtsfeld überall lückenlos und geschlossen. Es handelt sich hierbei um ein Nicht-Sehen von Nicht-Sehen (v. Foerster 1981): „Wir sehen nicht, daß wir nicht sehen. Wir sind blind gegenüber unserer Blindheit.“ Das Fehlen einer Wahrnehmung wird nicht wahrgenommen.

Erst die Theorie entscheidet darüber, was man beobachten kann.
Albert Einstein

5.6. Kompensationsstrategien in anderen Disziplinen

In der vorliegenden Arbeit wird aufgezeigt, wie verschiedene Disziplinen sich bei der Entwicklung sensumotorischer Modellvorstellungen gegenseitig befruchten können. In den folgenden beiden Teilabschnitten wird an zwei Beispielen aus den Bereichen Volkswirtschaftslehre und Quantenphysik nachgewiesen, wie auch in diesen Fachgebieten Kompensationsansätze zu erfolgreichen Problemlösungen beitragen können.

Karl Popper (1943) nennt als wichtigstes Ziel einer Sozialtechnik, die unerwünschten Neben- und Rückwirkungen – die „Reafferenzen“ – all unserer Handlungen vorausszusehen und zu berücksichtigen. Mit seiner Forderung nach einer schrittweise vorgehenden Sozialtechnologie setzt er im Grunde – in heutiger Sprechweise – „inverse Systemmodelle“ gegen die „Vorwärtsmodelle“ von Karl Marx und dessen falsche Prophezeiungen des Ablaufs der Geschichte. Da Poppers Sozialtechnik somit *ex post* als Übertragung des „Reafferenzprinzips“ in den Bereich der Sozialphilosophie aufgefaßt werden kann, stellt sich die Frage, ob gewisse Lösungsstrategien der Natur vom *biologischen* auf den „sozialen“ Organismus übertragen werden können. Hier verursacht der *Zins* als Schlüsselvariable mit exponentieller Selbstvermehrung durch die Zinseszinsformel eine grundsätzliche Instabilität des Wirtschaftssystems. Diese monetäre Zeitbombe ist der „blinde Fleck“ der Volkswirtschaftslehre (vgl. 5.5.). Ausgehend von einem abstrakten Organismusbegriff (vgl. 4.2.) wird im Abschnitt 5.6.1. untersucht, wie die dysfunktionale *Eigendynamik des Geldes* invertiert werden kann, um die wichtigste *monetäre* Ursache der Instabilität im Wirtschaftssystem zu beseitigen. Im Rahmen der *Liquiditätstheorie* (Löhr & Jenetzky 1996) wird ein Lösungsvorschlag für das Zinsproblem vorgestellt, der auf einer *Neutralisierung der Liquidität* des Geldes beruht. Es wird ein Vorschlag für ein Update des wirtschaftlichen Betriebssystems skizziert, in dem durch Kompensation des „Jokervorteils“ des Geldes eine *Optimale Liquidität* (Suhr & Gotschalk 1986) unter Versöhnung aller drei Geldfunktionen (*Tauschmittel*, *Wertaufbewahrungsmittel*, *Wertmaßstab*) erreichbar wird. Dieser Kompensationsansatz in der Ökonomie geht in seinen Ursprüngen auf die Arbeiten von Gesell (1920) und Keynes (1936) zurück.

Im Bereich der Robotik wurden aus der Lagrange-Funktion eines Roboterarms die Bewegungsgleichungen ermittelt (vgl. 3.10.-11.). Im Gleichgewicht einer langsameren Lern-dynamik eines zugeschalteten neuronalen Netzes wird eine Kompensation der Eigendynamik des Roboters erreicht. Durch die Kompensation entstehen kräftefreie Gelenke, wodurch die Lösung sensumotorischer Kontrollprobleme wesentlich erleichtert wird. In Abschnitt 5.6.2. wird gezeigt, daß eine ähnliche Vorgehensweise auch bei der Lösung quantenmechanischer Probleme im Bereich der Schrödinger-Theorie möglich ist. Hierzu gelingt es an dieser Stelle erstmalig, die Schrödinger-Gleichung eines Einzelteilchens aus einer *thermodynamischen* Lagrange-Funktion herzuleiten und damit so „entropisch“ umzudeuten, daß die Kompensation einer äußeren Kraft durch statistische Kräfte in stationären Zuständen sichtbar wird. Durch die Kompensation entsteht ein freies Teilchen, welches in gebundenen Zuständen der Energiequantisierung unterliegt.

Hier in Frankreich herrscht gegenwärtig die größte Ruhe. Ein abgematteter, schläfriger, gähnender Friede. Es ist alles still, wie in einer verschneiten Winternacht. Nur ein leiser, monotoner Tropfenfall. Das sind die Zinsen, die fortlaufend hinabträufeln in die Capitalien, welche beständig anschwellen; man hört ordentlich wie sie wachsen, die Reichthümer der Reichen. Dazwischen das leise Schluchzen der Armuth. Manchmal auch klirrt etwas, wie ein Messer, das gewetzt wird.

Heinrich Heine 1842

5.6.1. Kompensationsansätze in der Ökonomie: Optimale Liquidität

Bisher wurde untersucht, wie der *biologische* Organismus durch eine neuronale Inversion seiner eigenen Körperdynamik die Steuerbarkeit der eigenen Gliedmaßen erreicht und durch das Erlernen allgemeiner Werkzeugtransformationen mehr und mehr an Autonomie gewinnt (vgl. 5.1., 5.2.). Es stellt sich nun die Frage, welches denn für den „sozialen Organismus“ die „unerwünschten Rückwirkungen“ sind, die es zu kompensieren gilt. Von Foerster (1981) charakterisiert einen lebenden Organismus in abstrakter Form als einen „Relator dritter Ordnung, der die Relationen errechnet, die den Organismus als Ganzheit erhalten“ (vgl. 4.2.). Welche Relationen hat der „soziale“ Organismus für seine Selbsterhaltung zu berechnen? Es ist klar, daß die Stabilität eines Systems auf jeden Fall besonders dann gefährdet ist, wenn wichtige Systemvariablen unbegrenzt über alle Schranken wachsen. Kein natürliches System ist auf Dauer in der Lage, unter solchen Umständen Stabilität zu wahren. Es ist deshalb eine *notwendige* Voraussetzung für den Erhalt der Biosphäre, daß die exponentiell davonlaufenden Systemvariablen auf systemkonforme Weise kontrollierbar werden. Hier springen vor allem die *Bevölkerungsexplosion* und der *Zinseszins* als Phänomene mit exponentieller Selbstvermehrung ins Auge. Im folgenden wird der *Zins* als wirtschaftliche Schlüsselvariable und „unerwünschte Rückwirkung“ der Einführung des Geldes genauer untersucht.

Wird ein Anfangskapital $K(0)$ zu einem Zinssatz i (in Prozent) samt Zinsen immer wieder angelegt, bewirkt die

Zinseszinsformel:
$$K(n) = (1 + i)^n \cdot K(0)$$
 ☛

ein exponentielles Wachstum dieses Kapitals im Laufe der Zeit n . Der Zins ist schon allein wegen dieser Wachstumseigenschaft ein wichtiger Krisenfaktor. Da exponentielles Wachstum in Form des Zinseszinses eine *hinreichende* Bedingung für die Instabilität des Wirtschaftssystems darstellt, ist die Kompensation dieses Effekts im Umkehrschluß eine *notwendige* Bedingung für wirtschaftliche Stabilität. Der Kapitalismus ist damit schon instabil, wenn sich die Wirtschaftsteilnehmer nur *rational* im Sinne ihrer Gewinnmaximierung verhalten.

Einen geeigneten Ansatzpunkt für eine marktkonforme Lösung des Geldproblems bietet die *Keynessche Zinstheorie* (Keynes 1936). Zunächst ist der Zins und seine Bestandteile zu untersuchen, um herauszufinden, welcher Zinsanteil für die Instabilität verantwortlich gemacht werden muß: Die *Risikoprämie*, die im Zins enthalten sein kann, ist die Belohnung für eine richtige Einschätzung von Risiken und mithin die Vergütung einer volkswirtschaftlich wertvollen Leistung. Der *Inflationsausgleich* im Zins zielt auf eine legitime Wertsicherung des Vermögens ab. Ein etwaiger *Knappheitszuschlag* verschwindet bei

funktionierenden Märkten im langfristigen Gleichgewicht. Die *Bankmarge* ist der Preis für eine Finanzdienstleistung einer Bank und kann somit kaum Ursache einer Instabilität sein. Keynes (1936) entdeckte den entscheidenden dysfunktionalen Zinsanteil in der sogenannten *Liquiditätsprämie*. Während die klassische Zinstheorie den Zins als Belohnung für einen *Konsumverzicht* auffaßt, sieht Keynes den Zins als Preis für einen *Liquiditätsverzicht*, d.h. für einen zeitweisen Verzicht auf die Vorteile einer ständigen Zahlungsfähigkeit und Transaktionsbereitschaft, die eine Geldhaltung mit sich bringt (ibid.): „Es sollte klar sein, daß der Zinsfuß keine Belohnung für Sparen oder Warten an sich sein kann. Denn wenn ein Mensch seine Ersparnisse in Bargeld hortet, nimmt er keine Zinsen ein, obschon er gerade soviel spart wie zuvor.“ Eine Veranschaulichung des Liquiditätsbegriffs liefert die „*Jokertheorie des Geldes*“ (Suhr & Godschalk 1986): Das Geld spielt unter den Waren die gleiche Rolle wie der Joker unter den anderen Karten eines Kartenspiels. Der mit der Geldhaltung einhergehende Liquiditätsvorteil ist ein „Jokervorteil“. Der Geldwert ist somit eine vektorielle Größe, die aus zwei Komponenten besteht, die zum realen resp. monetären Sektor der Volkswirtschaft korrespondieren: einem *Kaufkraftnennwert*, der den Tauschwert des Geldes auf den Märkten für Güter und Dienstleistungen widerspiegelt; und einen zusätzlichen *Liquiditätswert*, der den besonderen Tauschbarkeitswert (Jokervorteil) des Geldes repräsentiert und dessen Preis auf den Geld- und Kapitalmärkten ermittelt wird. Das Geld ist insofern schizophren: Die angelegte Mark ist mehr wert als die ausgegebene. Der interessantere Mehrwert steckt also schon im Geld selbst und in dessen *Zirkulation* (Proudhon) und nicht etwa in der *Produktion* und den diesbezüglichen Eigentumsverhältnissen (Marx). Das gegenwärtige Geldsystem erzeugt einen psychologisch interessanten Selbstbetrug, weil die weitaus meisten Anleger sich ihre Zinsen und Kapitalerträge letztlich selber zahlen, über die Preise und Steuern nämlich, in denen die Kapitalkosten der Unternehmen resp. des Staates versteckt sind (Creutz 1995). Insoweit die anschwellenden Zinsströme durch die Liquiditätsvermarktung entstehen, vermitteln sie keinen realen Leistungsaustausch, sondern bewirken lediglich eine ständige Umwandlung von Arbeitseinkommen in Besitzeinkommen.

Der Zins erzeugt eine künstlich überhöhte *Rentabilitätsschwelle* für die Unternehmen über die reine Wirtschaftlichkeitsschwelle hinaus, denn eine Investition wird in der Regel nur dann getätigt, wenn die Gewinnerwartung die Kapitalerträge einer möglichen Geldanlage bzw. die Kapitalkosten im Falle eines Kredits übertrifft, je nachdem, ob Eigen- resp. Fremdkapital investiert werden soll (Dieckheuer 1993, Issing 1998). Dieser Umstand macht den Geldzins zu dem für die Wirtschaft ausschlaggebenden Zinssatz, der sich vom Geld auf das Realkapital überträgt (Keynes 1936, vgl. Gesell 1920). In der gegenwärtigen Geldordnung hat der Geldstrom somit zwei geldsystembedingte Schwellen zu überwinden, eine *Liquiditätsschwelle* vom Sparer zum Kreditinstitut ($\text{Zinssatz} \geq \text{Liquiditätsprämie}$) und eine *Rentabilitätsschwelle* von dort in die Investition ($\text{Rentabilität} \geq \text{Zinssatz}$). Für einen stetigen Geldfluß gilt demnach folgende

Flußbedingung: $\text{Rentabilität} \geq \text{Zinssatz} \geq \text{Liquiditätsprämie}$

Dementsprechend sind grundsätzlich mindestens zwei krisenhafte Stockungen im Geldkreislauf möglich: die „*Rentabilitätskrise*“, wenn die Rentabilität infolge des Wirtschaftswachstums unter den Zinssatz fällt, und die „*Liquiditätsfalle*“, wenn der Zinssatz unter die Liquiditätsprämie zu fallen droht (Keynes 1936). Die Liquiditätsprämie setzt dem Marktzins für längerfristige Geldanlagen eine Untergrenze („*Sockelzinssatz*“), unter die er nicht fallen kann, da der Anleger ansonsten gemäß seiner „*Neigung zur Liquidität*“ lieber liquide bleibt

(ibid.). In der Beseitigung dieser Zinsstarrheit, die sich den Marktkräften entzieht, liegt der Schlüssel zu einer nachhaltigen Beseitigung der Arbeitslosigkeit (Suhr 1983): „Wirft Geld weniger Zinsen ab, so muß auch Realkapital nicht so viel Rendite abwerfen, und es lohnt sich daher schon früher wieder, das Realkapital 'Arbeitskraft' unternehmerisch einzusetzen.“ Die Starrheit der Löhne auf dem Arbeitsmarkt steht immer wieder in der beschäftigungspolitischen Diskussion, die Starrheit des Zinses auf dem Kapitalmarkt hingegen nicht, obwohl sie seit Keynes (1936) theoretisch begründet und überdies empirisch gut nachweisbar ist (Creutz 1995).

Sobald der „soziale Organismus“ eine Wahrnehmung des Zinsproblems entwickelt hat, kann er die Ursachen der Instabilität durch eine Geldreform beseitigen, wobei die Eigendynamik des Geldes kompensiert und die unerwünschten Schwingungen an den Devisen- und Wertpapiermärkten durch einen Tiefpaß im Geldstrom gedämpft werden müssen. Da die Starrheit des Marktzinses nach unten maßgeblich aus dem Liquiditätsvorteil des Geldes herrührt, muß dieser Vorteil durch einen Nachteil neutralisiert werden, ohne jedoch - eine zunächst paradox erscheinende Aufgabe - das natürliche Liquiditätsbedürfnis der Wirtschaftsteilnehmer einzuschränken. Die liquiditätstheoretische Lösung des Zinsproblems besteht in einer *Kompensation des Liquiditätsvorteils* mittels einer Geldnutzungsgebühr in Höhe der Liquiditätsprämie (Löhr & Jenetzky 1996). Der Liquiditätsnutzen wird durch Liquiditätskosten (ca. 2-4% p.a.) neutralisiert (Suhr & Godschalk 1986). Eine neutrale Liquidität ist somit durch folgende Definition charakterisiert:

$$\text{Neutrale Liquidität} \Leftrightarrow \text{Liquiditätsnutzen} = \text{Liquiditätskosten}$$

Durch die künstlichen „Durchhaltekosten“ (Keynes 1936) wird der „monetäre Joker“ quasi zum „schwarzen Peter“, wie auch der Joker in vielen Kartenspielen die meisten Negativpunkte bringt, wenn er zu lange auf der Hand gehalten wird (z.B. Rommé oder Canasta). Insoweit der Zins als Ertrag einer Geldanlage aus der Vermarktung der Liquidität des Geldes herrührt, verschwindet er folgerichtig (im langfristigen Marktgleichgewicht) mit der Neutralisierung der Liquidität, und zwar rein marktwirtschaftlich. Eine genauere Erklärung hierfür liefert die Keynesische Theorie vom Ausgleich der Eigenzinssätze (Keynes 1936, Löhr & Jenetzky 1996). Die Liquidität als solche kann nicht mehr vermarktet werden und dem Anleger verbleibt ggf. nur noch eine Risikoprämie als Belohnung für die Übernahme von Risiko. Das Geld selbst verliert aber durch die Neutralisierung seine Kapitaleigenschaft, für sich bereits zinsbringendes Vermögen zu sein.

Die einzigen Durchhaltekosten, die ein Geldbesitzer in der heutigen Geldordnung zu tragen hat, sind die Inflationsverluste, für die er gewöhnlich einen entsprechenden Inflationsausgleich auf den Sockelzins verlangt. Die „Geldalterung“ durch *Inflation* unterscheidet sich von den künstlichen Durchhaltekosten in Form der Liquiditätsgebühr, da letztere bei der *Maßzahl* angreifen und nicht bei der *Maßeinheit* wie die Inflation, am Beispiel eines 100€-Scheins also bei der „100“ und nicht an der Einheit „€“. Die Liquiditätsgebühr zur Kompensation des Liquiditätsvorteils ermöglicht gleichzeitig als Umlaufsicherung des Geldes im Sinne von Gesell (1920) eine Verstetigung des Geldumlaufs und damit eine stabile, d.h. inflationsfreie Währung. Eine genauere Erklärung hierfür liefert die allgemein anerkannte *Quantitätsgleichung* des Geldes (Issing 1998):

$$\text{Geldmenge} \cdot \text{Umlaufgeschwindigkeit} = \text{Preisniveau} \cdot \text{Sozialprodukt}$$

Eine Konstanz der Umlaufgeschwindigkeit des Geldes ermöglicht eine präzise Geldmengensteuerung durch die Zentralbank bei konstantem Preisniveau. Die Inflation, d.h. ein ständig steigendes Preisniveau, ist als Umlaufsicherung des Geldes ungeeignet. Es bedarf einer Form von Liquidität, die auch ohne das „Zuckerbrot“ der Zinsen und die „Peitsche“ der Inflation reibungsfrei umläuft. Ein „neutrales Geld“ hat keinen Einfluß mehr auf das eigentliche Marktgeschehen, weil es nur noch seine Funktion als *Leistungsverrechnungssystem über Raum und Zeit* im Sinne einer Dienstleistung erfüllt: Der Geldstrom fließt ungehindert nur noch dem Güter- und Leistungsstrom entgegen. Die vorgeschlagene Geldreform beseitigt beide Schwellen im Geldkreislauf und garantiert somit von der monetären Seite her die Stetigkeit des Wirtschaftsablaufs.

Der bislang dargestellte Vorschlag für eine Geldreform geht auf Gesell (1920) zurück, der mit seiner Idee „rostender Banknoten“ die Überlegenheit des Geldes (Joker!) über die Waren ausgleichen wollte: Durch *künstliche* „Lagerhaltungskosten“ bekommt das Geld *natürliche* Eigenschaften; es altert wie alle anderen Güter auch („Schwundgeld“), wird damit dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik unterworfen und verliert auf diese Weise seinen magischen Ewigkeitswert (Winkler 1984). Keynes (1936) schreibt über die damalige Geldreformbewegung: „Jene Reformer, die in der Erzeugung künstlicher Durchhaltekosten des Geldes ein Heilmittel gesucht haben (...), sind somit auf der richtigen Spur gewesen; und der praktische Wert ihrer Vorschläge verdient diskutiert zu werden.“ Eigenartigerweise haben Keynes und die meisten Keynesianer diesen Gedanken selbst nicht weiter verfolgt, sondern eine andere Richtung eingeschlagen, die letztlich auf einen verstärkten Staatsinterventionismus hinausläuft, der das Problem der zinsbedingten „Schuldenfalle“ nur verschärft. Gesell (1920) nannte das von ihm vorgeschlagene Schwundgeld „Freigeld“. Historisch beachtenswerte „Freigeldexperimente“ während der schweren Weltwirtschaftskrise zu Beginn der 30er Jahre bestätigten die von ihm begründete Freiwirtschaftslehre durch „spektakuläre Achtungserfolge“, z.B. durch das „Wära-Wunder im bayerischen Wald“ in Schwanenkirchen und das „Wunder von Wörgl“ in Österreich (Onken 1983). Diese lokalen Experimente mit Notgeld wurden trotz ihres Erfolges verboten, weil sie mit den Notenbankmonopolen in Konflikt gerieten.

Die Realisierung einer neutralen Liquidität ist jedoch nicht an das Bargeld und damit an den Gesetzgeber gebunden. Sie kann jederzeit im Bereich des Buchgeldes als Finanzinnovation in Form der neuen Banktechnik „*Oeconomia Augustana*“ eingeführt werden (Suhr & Godschalk 1986). Dabei wird herkömmliche Liquidität in einem Zahlungsnetzwerk auf neuartige Weise zur Abwicklung von wirtschaftlichen Transaktionen zur Verfügung gestellt. Das überraschende Versprechen der *Oeconomia Augustana* ist ihre Wettbewerbsfähigkeit. Der Wettbewerbsvorteil dieser Finanzinnovation besteht darin, daß sie aufgrund von Zinseinsparungen im Vergleich mit dem herkömmlichen Geld das kostengünstigere Transaktions- und Leistungsverrechnungssystem anbietet. Der Umlaufantrieb, der mit einer neutralen Liquidität verbunden ist, bewirkt eine Erhöhung der Umlaufgeschwindigkeit des Geldes im Netzwerk. Gemäß der Quantitätsgleichung kann folglich ein gegebenes Sozialprodukt mit einer geringeren verzinslichen Geldmenge umgesetzt bzw. mit einer gegebenen Geldmenge ein größeres Sozialprodukt finanziert werden. Durch eine optimale Geldnutzung innerhalb des Zahlungsnetzwerks können die Teilnehmer somit gemeinsam Zinsen einsparen, die sie ansonsten über Preise und Steuern zu zahlen hätten. Die Refinanzierungskosten des Zahlungsnetzwerks auf den Kapitalmärkten, die im wesentlichen aus den Kapitalerträgen der Geldanleger bestehen, werden im Zahlungsnetzwerk als *Liquiditätsgebühren*

auf die Teilnehmer umgelegt. Die Liquiditätskosten haben immer nur die Kunden in dem Umfang zu tragen, in dem sie Liquidität gerade beanspruchen. Der „Suhr-Trick“, der die Zinseinsparungen ermöglicht, besteht also in einer liquiditätstheoretisch richtigen Zuordnung von Nutzen und Kosten gemäß dem ordnungspolitischen Grundsatz, daß wer den Nutzen hat, auch die entsprechenden Kosten tragen soll (Thieme 1994). Beim Übergang in das Zahlungsnetzwerk wird herkömmliches Geld in neutrales Geld transformiert, der Zins in neuartige Liquiditätsgebühren und die Refinanzierungskosten damit in einen Umlaufantrieb:

Suhr-Trick: Refinanzierungskosten → Umlaufantrieb

Der Bank kann es prinzipiell egal sein, ob ein Kreditnehmer diese Kosten für die gesamte Laufzeit seines Kredits alleine zahlt, oder ob viele Liquiditätshalter die Refinanzierungszinsen je nach Dauer und Umfang ihrer Liquiditätshaltung abführen. Aus Sicht der Bank muß lediglich folgende Refinanzierungsbedingung für das Zahlungsnetzwerk erfüllt sein:

Refinanzierungsbedingung: $\sum \text{Refinanzierungszinsen} = \sum \text{Liquiditätsgebühren}$

Die Kreditkosten werden auf die Bankmarge reduziert und die Unternehmen und öffentlichen Haushalte weitgehend von ihren Kapitalkosten entlastet. Die Zinseinsparungen diffundieren über sinkende Preise und steigende Gehälter durch das Netzwerk, so daß idealerweise jeder Kunde des Netzwerks einen kleinen Vorteil von seiner Teilnahme hat. Das neutrale Geld erweist sich auf diese Weise gerade durch seine Kostenträchtigkeit als besonders kostengünstig.

Damit der *Umlaufzwang* des Geldes nicht in einen *Konsumzwang* für die Wirtschaftssubjekte ausartet, wird eine zinsfreie monetäre Wertaufbewahrung zur Verfügung gestellt. Das Kontensystem der Oeconomia Augustana erfordert also mindestens zwei Arten von Konten mit einer strikten Trennung der beiden Geldfunktionen *Tauschen* und *Sparen*. Das Zahlungsnetzwerk funktioniert nach den folgenden beiden Spielregeln:

<i>Kontentyp</i>	<i>Geldfunktion</i>	<i>Kaufkraft</i>	<i>Spielregel</i>
<i>Girokonto</i>	Tauschmittel	liquide	<i>Refinanzierung = Umlaufantrieb</i>
<i>Sparkonto</i>	Sparmittel	illiquide	<i>Sparen = zinslos Leihen</i>

Damit die Bank die Liquiditätsgebühr immer bei demjenigen Kunden in Rechnung stellen kann, der gerade mit ihrem Geld liquide ist, muß die Oeconomia Augustana in dem Sinne als geschlossenes Zahlungsnetzwerk realisiert werden, daß dessen innovative Regeln nur innerhalb des Netzwerkes gelten. Ein Kunde, der herkömmliches Geld abheben oder auf ein Konto außerhalb des Zahlungsnetzwerks überweisen will, zahlt eine Gebühr, die die Zinsarbitragemöglichkeiten in etwa kompensiert.

Mit dieser Unterscheidung zwischen den verschiedenen Spielregeln innerhalb und außerhalb der Vertragsgemeinschaft Oeconomia Augustana ist für den „sozialen Organismus“ eine analoge Trennung vollzogen wie für den biologischen Organismus zwischen Eigenem und Fremden. Für die allgemeine Frage, ob ein einzelnes Währungsgebiet dauerhaft und bei stabilen Wechselkursen als offenes System einen Zinsgradienten gegenüber dem Weltkapitalmarkt aufrecht erhalten kann, ohne das empirisch gut bestätigte *Zinsparitätentheorem* zu verletzen (Dieckheuer 1991 & 1993, Jarchow & Rühmann 1994, Siebert 1994, Rose & Sauernheimer 1995), gibt es – soweit erkennbar – noch keine wissenschaftlich befriedigenden Antworten. Bei einer Geldanlage im Ausland sind neben der internatio-

nalen Zinsdifferenz auch die erwarteten Wechselkursgewinne oder –verluste mit einzukalkulieren. Der sogenannte *Swapsatz* gibt die erwartete relative Wechselkursänderung an. Im Gleichgewicht ist die internationale Zinsdifferenz im wesentlichen durch den Swapsatz gegeben und es gilt in erster Näherung folgende *Zinsparitätengleichung* (ibid.):

$$\text{Inlandszinssatz} - \text{Auslandszinssatz} = \text{Swapsatz}$$

Zu untersuchen bleibt, ob die Wechselkurs- und Zahlungsbilanzeffekte einer Geldneutralisierung, der Einfluß des Kaufkraftparitätentheorems und die Effekte einer „Kapitalflucht“ bis hin zu den Zinsrückflüssen des sich im Ausland verzinsenden Inlandskapitals des Reformlandes einen stabilen Gleichgewichtswechselkurs zulassen. Aufgrund der bestehenden theoretischen Unsicherheiten empfiehlt es sich, eine neutrale Liquidität zunächst in lokalen Experimenten unter „Laborbedingungen“ genauer zu erforschen.

Eine neutrale Liquidität kann auch *optimale Liquidität* genannt werden, sofern sie alle drei klassischen Geldfunktionen, d.h. *Tauschen*, *Sparen* und *Vergleichen*, in optimaler Ausgestaltung realisiert:

- ein ideales *Tauschmittel* (Transaktionskatalysator), weil die vom Zins erzeugte Verzerrung des Marktes durch „leistungslose Einkommen“ und „hängenbleibende Kapitalkosten“ entfällt (Gesell 1920, Suhr & Godschalk 1986),
- ein perfektes zeitinvariantes *Sparmittel* (Wertaufbewahrungsmittel), weil sie ein konstantes nichtliquides „Schatzmittel“ ohne Gewinn und Verlust (z.B. Zins und Inflation) bereitstellt nach der Grundformel: *Sparen = zinslos Leihen* (Suhr & Godschalk 1986), und
- einen inflationsfreien *Wertmaßstab*, weil die Inflation als Umlaufsicherung unnötig wird und die Verstetigung des Geldumlaufs eine präzise Geldmengensteuerung durch die Zentralbank ermöglicht (Gesell 1920, Winkler 1952, Löhr & Jenetzky 1996).

Fazit: Durch Zins und Zinseszins wird ein künstlicher Rentabilitäts- und Wachstumsdruck auf die gesamte Volkswirtschaft ausgeübt, der letztlich in die soziale und/oder ökologische Katastrophe führen muß (Creutz, Suhr & Onken 1986). Keine Volkswirtschaft der Welt kann auf Dauer hinter exponentiell wachsenden Zins- und Renditeansprüchen hinterherwirtschaften; das ist aus rein mathematischen Gründen unmöglich. Eine einfache Geldreform, die gemäß der kybernetischen Philosophie einer „Jiu-Jitsu-Technik“ (Vester 1985) mit möglichst kleinen Veränderungen eine möglichst große Wirkung zu erzielen versucht, kann dieses Problem durch eine Neutralisierung des Geldes mittels einer Geldnutzungs- oder Liquiditätsgebühr marktkonform lösen. Dieses Update des wirtschaftlichen Betriebssystems beseitigt die *monetären* Ursachen wirtschaftlicher Fehlentwicklungen. Da aufgrund der langfristig sinkenden Wachstumsraten bei gleichzeitig nach unten starren Kapitalmarktzinsen regelmäßige Rentabilitätskrisen vorprogrammiert sind, ist eine Neutralisierung des Geldes eine notwendige Bedingung zur Erreichung eines gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichts inkl. Vollbeschäftigung in reifen Volkswirtschaften. Vom Standpunkt der Systemtheorie findet hier eine *Kompensation der dysfunktionalen Eigendynamik des Geldes* statt. Der Lernprozeß, der bei biologischen Organismen ein neuronaler ist, wird im „sozialen Organismus“ zu einem gesellschaftlichen Lernprozeß. Die heutige Schulökonomie wird durch die Liquiditätstheorie von der bislang verdrängten Mystik der leistungslosen Selbstvermehrung angelegten Geldes befreit und macht damit einen weiteren Schritt von der Magie zur Wissenschaft. Keynes (1936): „*The difficulty lies, not in the new ideas, but in escaping from the old ones.*“

Understanding has to do with the fact that what ever is said or done can always be said or done a different way, and yet all ways remain the same.

George Spencer Brown, *Laws of Form*

5.6.2. Entropische Umdeutung der Schrödinger-Gleichung

Im folgenden wird anhand eines einfachen Beispiels die Frage untersucht, inwieweit ein „Kompensationsprinzip“ im Bereich der Quantenmechanik zu einer neuen Deutung für das Zustandekommen der stationären Zustände der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung für ein Einzelteilchen in einem Potential führen kann. Hierzu wird zunächst ein thermodynamisches System mit einer phänomenologischen Zustandsvariable x im Sinne der linearen Theorie irreversibler Prozesse betrachtet (Onsager 1931, Bessenrodt 1987). Wir bezeichnen dieses System versuchsweise als ein „Quantenobjekt“, dem nichts anderes unterstellt wird, als daß es sich in einem ortsabhängigen Potential $V(x)$ bewegt, eine Masse m besitzt und durch eine *thermodynamische Lagrange-Funktion* vom Typ

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - V(x) + \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z(x)}{k} + \frac{s(x)}{k^2} \right]$$

beschrieben werden kann. Dabei ist $\hbar$ das Plancksche Wirkungsquantum und k die Boltzmann-Konstante. Der letzte Term in dieser Lagrange-Funktion, das „Quantenpotential“, besteht aus zwei thermodynamischen Potentialen, die ihrerseits aus Ableitungen einer ebenfalls ortsabhängigen Entropiedichte $s(x)$ nach x zusammengesetzt sind (vgl. Bessenrodt 1987, Jetschke 1989):

$$\text{Entropieproduktion: } s = \frac{1}{2} s'^2$$

$$\text{Exzeßentropie: } z = s''$$

Thermodynamische Lagrange-Funktionen wurden von Onsager und Machlup (1953) in die Statistische Physik eingeführt (vgl. Bessenrodt 1987). Der Unterschied zwischen ihren Lagrange-Funktionen und der hiesigen besteht darin, daß sie nur die Entropieproduktion oder Dissipationsfunktion enthalten, nicht aber eine Exzeßentropie. Die Exzeßentropie spielt die Rolle einer Ljapunov-Funktion für thermodynamische Prozesse (Jetschke 1989). Sie muß negativ sein, damit die Entropiedichte $s(x)$ in der Nähe jedes etwaigen Maximums eine konkave Funktion von x ist und mithin eine negative Krümmung hat. Wir verlangen diese Eigenschaft auf der ganzen x -Achse und erhalten folgendes Kriterium für

$$\text{thermodynamische Stabilität: } z = s'' < 0$$

Wenn die Funktionen $z(x)$ und $s(x)$ genauso wie $V(x)$ als Ortsfunktionen behandelt werden dürfen, deren Gestalt allerdings zunächst noch offen ist, werden auch für den thermodynamischen Ansatz die üblichen Methoden der klassischen Mechanik anwendbar. Unter diesen Umständen kann man über eine Legendre-Transformation zu einer thermodynamischen Hamilton-Funktion übergehen und von dort mit Hilfe einer geeigneten kanonischen Transformation zu der entsprechenden Hamilton-Jacobi-Gleichung. Wenn p den Impuls und S die Wirkungsfunktion bedeutet, kommt also:

Lagrange-Funktion:
$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - V + \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right]$$

Hamilton-Funktion:
$$H = \frac{p^2}{2m} + V - \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right]$$

Hamilton-Jacobi-Gleichung:
$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(S')^2}{2m} + V = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right]$$

Der entscheidende Unterschied zur klassischen Mechanik zeigt sich auf der rechten Seite der „entropischen“ Hamilton-Jacobi-Gleichung als ein zusätzliches „Quantenpotential“. Im klassischen Grenzfall verschwindet dieser Term mit dem Wirkungsquantum, und es bleibt die klassische Hamilton-Jacobi-Gleichung. Um diesen Term weiter auszudeuten, benutzen wir Einsteins Umkehrung des Boltzmannschen Prinzips, daß die Entropie proportional zum Logarithmus einer Wahrscheinlichkeit ist (Einstein 1910, Onsager 1931, Onsager & Machlup 1953). Damit wird eine Wahrscheinlichkeitsdichte $P(x)$ eingeführt, aus der die statische Kraft s' berechnet werden kann:

$$P(x) = \exp\left(\frac{s(x)}{k}\right) \Rightarrow s' = k \frac{P'}{P}$$

Mit diesem Ausdruck für s' wird das Quantenpotential wie folgt weiter umgeformt:

$$\frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right] = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{s''}{k} + \frac{s'^2}{2k^2} \right] = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\left(\frac{P'}{P} \right)' + \frac{1}{2} \left(\frac{P'}{P} \right)^2 \right] = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{P''}{P} - \frac{1}{2} \left(\frac{P'}{P} \right)^2 \right]$$

Um den Bogen zur Schrödinger-Gleichung zu schlagen, gehen wir die Bornsche Deutung rückwärts und führen eine Funktion $A(x)$ ein durch

$$P(x) = A^2(x)$$

Man kann sich davon überzeugen, daß mit dieser Definition das Quantenpotential nun tatsächlich ein quantenmechanisches Aussehen bekommt:

$$\frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right] = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{A''}{A}$$

Im folgenden gehen wir dazu über, die Funktionen $s(x,t)$, $P(x,t)$ und $A(x,t)$ als zeitlich veränderlich, d.h. als Raumzeitfunktionen aufzufassen. Wird noch eine Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte P hinzugenommen, ergibt sich folgendes Bild:

Hamilton-Jacobi-Gleichung:
$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(S')^2}{2m} + V = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{A''}{A}$$

Kontinuitätsgleichung:
$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(P \cdot \frac{S'}{m} \right) = 0$$

Durch den allgemeinen Ansatz

$$y(x,t) = A(x,t) \cdot \exp\left(\frac{i}{\hbar} S(x,t)\right)$$

können diese beiden reellen Einzelgleichungen zu einer komplexen Differentialgleichung für die damit *eingeführte* Wellenfunktion $y(x,t)$ zusammengefaßt werden (vgl. Messiah 1976). Die durch die komplexe Zusammenfassung entstehende Gleichung ist genau die Schrödinger-Gleichung für den hier betrachteten eindimensionalen Einteilchenfall mit äußerem Potential $V(x)$:

$$\text{Schrödinger-Gleichung:} \quad i\hbar \frac{\partial y}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + V \right) y$$

Die bekannten Herleitungen von Schrödinger-Gleichungen aus Wirkungsprinzipien verwenden Lagrange-Dichten, die von $y(x,t)$, $y^*(x,t)$ und deren ersten Ableitungen abhängen (z.B. Roman 1965, Spatschek 1990, Hasegawa & Kodama 1995). Die hier betrachtete Schrödinger-Gleichung ergibt sich z.B. als eine Euler-Lagrange-Gleichung bei Variation nach y^* aus

$$L = \frac{i\hbar}{2} \left(y^* \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial y^*}{\partial t} y \right) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial x} - V y^* y$$

Neben dieser üblichen Herleitung der Schrödinger-Gleichung als *Euler-Lagrange-Gleichung* einer feldtheoretischen Lagrange-Dichte, gibt es nun offenbar noch einen anderen Weg, der von einer thermodynamischen Lagrange-Funktion aus durch Einsetzen von fünf Definitionen über die *Hamilton-Jacobi-Gleichung* zur Schrödinger-Gleichung führt. Umgekehrt ergibt sich aus dieser Herleitung eine „entropische Umdeutung“ der Schrödinger-Gleichung:

- *Borns Deutung:* *Quadrat der Wellenfunktion ~ Wahrscheinlichkeit*
 - *Boltzmanns Prinzip:* *Entropie ~ Logarithmus der Wahrscheinlichkeit*
- ⇒ *Quantenpotential ~ Entropieproduktion + Exzeßentropie*

Da die herkömmlichen thermodynamischen Lagrange-Funktionen (Onsager & Machlup 1953) lediglich die Entropieproduktion s enthalten, können wir hieraus schließen, daß die Exzeßentropie z eine entscheidende Rolle bei der Erzeugung von Quanteneffekten spielen muß. Während die Entropieproduktion $s \geq 0$ stets positiv oder Null ist, verlangt das thermodynamische Stabilitätskriterium eine negative Exzeßentropie $z < 0$ (Jetschke 1989). Quanteneffekte entstehen in dieser entropischen Deutung der Schrödinger-Gleichung offenbar durch das Wechselspiel dieser beiden Terme. Daß hier plötzlich thermodynamisch und damit insbesondere „klassisch“ deutbare Terme in der bisher als „unklassisch“ angesehenen Schrödinger-Theorie auftauchen, sollte kein Zufall sein.

Wir gehen nun von der thermodynamischen Lagrange-Funktion des Quantenobjekts zu den entsprechenden Lagrange-Bewegungsgleichungen über und erhalten mit der äußeren Kraft $F = -V'$

$$m\ddot{x} = F + \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z'}{k} + \frac{s'}{k^2} \right] = F + \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{s'''}{k} + \frac{s' \cdot s''}{k^2} \right]$$

Im Zusammenhang mit der inversen Dynamik eines Gliedmaßensystems wurde ein neuronales Netz dahingehend trainiert, daß nach Beendigung des Lernvorgangs nur noch „freie Gelenke“ übrigbleiben. In Analogie hierzu nehmen wir nun an, daß die raumzeitliche Dichte $s(x,t)$ sich beim Übergang in einen stationären Zustand ebenfalls so einstellt, daß ein freies Teilchen resultiert. Wir stellen also für stationäre Zustände die Forderung nach einer Kom-

pensation der äußeren Kraft F durch die statistischen Kräfte s_t und z_t . Auf der Ebene der Potentiale lautet diese Kompensationsforderung mit der Integrationskonstanten E :

$$V = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right] + E \Rightarrow L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - E \Rightarrow m \ddot{x} = 0$$

Diese Kompensationsgleichung läßt sich mit $s = k \ln|y|^2$ bzw. $P = |y|^2$ auch direkt aus der stationären Schrödinger-Gleichung herleiten:

$$\frac{\hbar^2}{2m} y'' + (E - V)y = 0 \Rightarrow \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right] = V - E$$

Die Integrationskonstante E ist so zu bestimmen, daß Lösungen existieren. Beide Gleichungen sind äquivalent zu speziellen Riccati-Differentialgleichungen (vgl. Kamke 1967, Bessenrodt 1999), wobei die stationäre Schrödinger-Gleichung von einer Eigenwertgleichung in eine Kompensationsgleichung umgeschrieben wird:

$$\left(\frac{y'}{y} \right)' + \left(\frac{y'}{y} \right)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V - E) \Leftrightarrow \left(\frac{s'}{2k} \right)' + \left(\frac{s'}{2k} \right)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V - E)$$

Die Wellenfunktion $y(x,t)$ bzw. die Entropieverteilung $s(x,t)$ stellt sich im Gleichgewicht so ein, daß diese Gleichungen erfüllt sind. Für die stationäre Hamilton-Jacobi-Gleichung mit Quantenpotential gilt dann (vgl. Landau & Lifschitz 1977):

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -E \Rightarrow \frac{(S')^2}{2m} + V - E = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{z}{k} + \frac{s}{k^2} \right]$$

Im Falle der Kompensation der Differenz $V-E$ durch das Quantenpotential für gewisse Energiewerte E folgt im Gegensatz zur Klassik die räumliche Konstanz der verkürzten Wirkung S_0 und damit ein verschwindender Impuls auf der Energiefläche:

$$\frac{(S')^2}{2m} = 0 \Rightarrow S' = 0 \Rightarrow S = S_0 - E \cdot t$$

Als Beispiel betrachten wir einen harmonischen Oszillator mit der Kreisfrequenz ω :

$$\text{Kompensationsbedingung: } V = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{s''}{k} + \frac{s'^2}{2k^2} \right] + E$$

Der folgende Ansatz führt auf eine einfach integrierbare Gleichung, deren Integrationskonstante wir unterdrücken, da nur s' physikalisch relevant ist:

$$\frac{\hbar^2}{4m} \frac{s''}{k} = -E \Rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{\hbar^2}{8m} \frac{s'^2}{k^2} \Rightarrow \frac{s(x)}{k} = -\frac{m\omega}{\hbar} x^2 \Rightarrow \frac{z}{k} = \frac{s''}{k} = -\frac{2m\omega}{\hbar}$$

Das Minuszeichen kommt aus der Stabilitätsbedingung $z < 0$. Wegen $s = k \ln P$ folgt sofort die Wahrscheinlichkeitsdichte P_0 für den Grundzustand und die zugehörige Energie E_0 :

$$\text{Grundzustand: } P_0(x) = \exp\left(-\frac{m\omega}{\hbar} x^2\right)$$

$$\text{Nullpunktsenergie: } E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$$

Aufgrund des ad-hoc Charakters dieser Lösung ist zu erwarten, daß es noch weitere Lösungen gibt, in denen die kompensierende Zuordnung zwischen den vier Termen in der Kompensationsbedingung komplexer ist. Wir nehmen an, daß sich der Grundzustand stets aus diesen komplizierteren Lösungen ausfaktorisieren läßt, so daß die Kompensation des äußeren Potentials modulo E_0 erhalten bleibt. Damit die Wahrscheinlichkeit weiterhin positiv bleibt, fügen wir das Quadrat einer Funktion $H_n(x)$ hinzu und berechnen hieraus $s(x)$:

$$P = P_0 \cdot H_n^2 \Rightarrow \frac{s}{k} = \ln P = \ln P_0 + \ln H_n^2 = -\frac{mw}{\hbar} x^2 + \ln H_n^2$$

Differenzieren und Einsetzen in die Kompensationsbedingung liefert mit der üblichen Variablentransformation

$$x = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}} \cdot x$$

nach kurzer Rechnung:

$$\frac{H_n''(x) - 2x H_n'(x)}{H_n(x)} = -\frac{E - E_0}{E_0} \Rightarrow H_n''(x) - 2x H_n'(x) = -\frac{E - E_0}{E_0} H_n(x)$$

Da die Energie E als Integrationskonstante aus der Kompensationsbedingung für die Kräfte nicht mehr von x bzw. x abhängen darf, muß der Bruch auf der linken Seite ebenfalls konstant sein. Die Lösungen der daraus resultierenden Eigenwertgleichung für H_n sind genau die *Hermite-Polynome* (Messiah 1976) mit $H_0 = 1$ für den Grundzustand:

$$\text{Hermite-Polynome: } H_n'' - 2x H_n' = -2n H_n$$

Die zugehörigen Eigenwerte sind $-2n$ mit natürlichen Zahlen n . Daraus folgt

$$2n = \frac{E - E_0}{E_0} \Rightarrow E = (2n + 1) E_0$$

Damit kommt für den Energieeigenwert E_n zur Quantenzahl n sofort

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$$

Die Bilder der ersten vier Eigenzustände des harmonischen Oszillators in Bild 23 legen die Vermutung nahe, daß die „Faltungen“ und Singularitäten der Entropieverteilung $s(x)$ in den angeregten Zuständen $n \geq 1$ durch die Stabilitätsbedingung $z < 0$ erforderlich werden: Die Entropieverteilungsfunktion muß überall eine hinreichend negative Krümmung aufweisen, so daß es insbesondere keine Wendepunkte geben kann. Für den Grundzustand des harmonischen Oszillators hat diese Mindestkrümmung der Entropieverteilung, gemessen in Einheiten von k , offenbar den Wert

$$\frac{z}{k} = \frac{s''}{k} = -\frac{2mw}{\hbar} = -\frac{mw^2}{E_0} \Rightarrow z = -\frac{k}{Dx^2}$$

der sich auch durch die Ortsunschärfe Dx bzw. die Varianz der Verteilung Dx^2 ausdrücken läßt. Die Boltzmann-Konstante k ist ein Maß für die „thermische Stabilität“ eines thermodynamischen Systems im Gleichgewicht und für die Größe von Schwankungen (Einstein 1904, Bessenrodt 1987). Hier koppelt sie die Krümmung z der Entropie an die Krümmung mw^2 des Potentials $V(x)$.

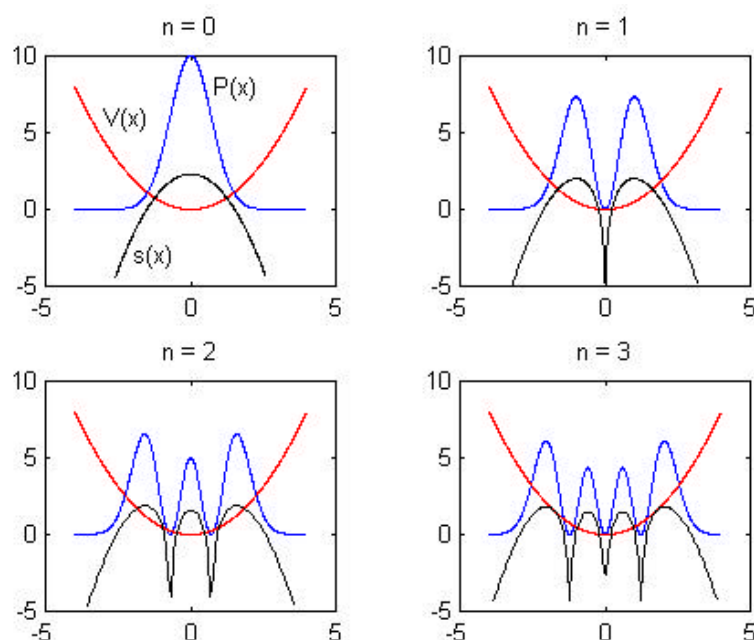


Bild 23 Eigenzustände des harmonischen Oszillators

Fazit: Die Geschichte des „Siegeszuges der Statistischen Physik“ (Bessenrodt 1987) kann möglicherweise noch weiter in die Quantenmechanik hinein fortgesetzt werden, als dies bisher ohnehin der Fall war (vgl. *ibid.*). Durch eine einfache Transformation auf statistische Variablen ($y \rightarrow s$) scheint eine tiefere statistische Fundierung der Schrödinger-Theorie möglich zu sein. In einer thermodynamischen Sichtweise kann ein Quantenobjekt als „entropieverarbeitendes“ System aufgefaßt werden, dessen Energiedissipation in stationären Zuständen verschwindet. Die stationären Zustände in äußeren Feldern sind durch eine Kompensation der äußeren Kräfte durch statistische Kräfte charakterisiert. Durch ein subtiles Zusammenspiel der beiden statistischen Potentiale Entropieproduktion und Exzeßentropie wird das Quantenobjekt zum „freien Teilchen“ und zahlt dafür in gebundenen Zuständen lediglich den Preis der Quantisierung seiner Energie, da die Kompensation nur für bestimmte diskrete Werte E_n der Integrationskonstanten E möglich ist. Die Kompensationsforderung für die stationären Zustände ist genau die Riccati-Gleichung $W^2 - W' = V - E$ für das „Superpotential“ $W \sim -s'$ aus der supersymmetrischen Quantenmechanik (Bessenrodt 1999). Derartige „thermische Response-Überlegungen“ (Bessenrodt 1987) gehen auf Einstein (1905) zurück, der sie im Zusammenhang mit seiner Theorie der Brown'schen Bewegung entwickelte (vgl. Onsager 1931, Kubo 1966, Uhlenbeck & Ornstein 1930, Chandrasekhar 1943). Es ist denkbar, daß der quantenmechanische Grundzustand als Brown'sche Bewegung in Vakuumfluktuationen gedeutet werden kann. Die Quantentheorie ist aber insofern wesentlich reichhaltiger, als daß die Existenz zweier statistischer Potentiale kompliziertere Lösungen erlaubt, bei denen sich Entropieproduktion $s \geq 0$ und Exzeßentropie $z < 0$ auch teilweise gegenseitig kompensieren, nicht nur das äußere Potential V . Erst die Exzeßentropie ermöglicht komplexere stationäre Anziehungs- und Abstoßungsmuster. In dieser statistischen Interpretation der Schrödinger-Theorie gibt es offenbar enge Zusammenhänge zwischen Quantisierung, Exzeßentropie und der thermodynamischen Stabilität des Quantensystems.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Die *Kybernetik*, die vor rund 50 Jahren als interdisziplinäre Wissenschaft, als „Brücke zwischen den Wissenschaften“ begonnen hatte, ist inzwischen selbst wieder in viele Teildisziplinen zerfallen (Hunt et al. 1992). Hieraus ergibt sich ein Bedarf, die verschiedenen Entwicklungsstränge in Form einer kritischen Synthese auf einer höheren Abstraktionsebene wieder zusammenzuführen. Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zu einer solchen kritischen Synthese im Bereich der *Sensumotorik*. Die Sensumotorik beschäftigt sich mit den Wechselwirkungen zwischen Motorik und Sensorik, zwischen Aktion und Perzeption. Ausgangs-, Dreh- und Angelpunkt der Diskussion ist das *Reafferenzprinzip* (von Holst & Mittelstaedt 1950) als grundlegende kybernetische Kompensationsstrategie und die damit einhergehende fundamentale Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden, zwischen Aktiv und Passiv (Kalveram & Merz 1976). Das Reafferenzprinzip postuliert eine Verrechnung der Eigeneffekte in der Wahrnehmung eines Organismus mit Nervensystem. Erst diese Verrechnung selbstverursachter Wahrnehmungsänderungen ermöglicht die Wahrnehmung einer invarianten Umwelt. Dies ist wiederum eine wichtige Voraussetzung für ein angepasstes Verhalten bei wechselnden Umweltbedingungen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich aus systemtheoretischer Sichtweise mit verschiedenen Ansätzen zur sensumotorischen Modellbildung, die in verschiedenen Teilgebieten der Kybernetik entwickelt wurden. Hauptziel der Arbeit ist eine kritische Integration dieser Modelle mit einer synoptischen Gegenüberstellung und Vereinheitlichung der unterschiedlichen Begriffssysteme. Die Diskussion der sensumotorischen Modelle wird eingeschränkt auf das Problem der Inversion der Körpertransformationen und deren Repräsentation in künstlichen neuronalen Netzwerken. Die hierbei gewonnenen Ergebnisse werden unter allgemeineren systemtheoretischen Gesichtspunkten diskutiert.

Die Vorgehensweise bei der Verfolgung des gesetzten Ziels besteht darin, ausgewählte Literatur aus einzelnen Teilgebieten aufzubereiten, die verschiedenen Lösungsansätze herauszuarbeiten, gegenüberzustellen und in ein vereinheitlichendes Minimalmodell zu integrieren. Die kritische Synthese geschieht auf der Basis einer Konsistenzprüfung und Klärung der logischen Zusammenhänge der in den Originalarbeiten vorgebrachten Thesen und Argumente. Besonderes Interesse gilt dabei solchen Modellansätzen, die in mathematisch formalisierter Form vorliegen und so einem Vergleich auf abstrakter Ebene zugänglich sind. Die empirische Basis der einzelnen Modellkomponenten wird als gegeben und gesichert vorausgesetzt. Das hier zusammengestellte abstrakte Minimalmodell sensumotorischer low-level Prozesse beruht auf nur wenigen, nichtspeziellen und unumstrittenen physiologischen Befunden, wie der Möglichkeit einer propriozeptiven Rückmeldung und einer Veränderbarkeit synaptischer Kopplungsstärken, die mit Lernvorgängen in Zusammenhang gebracht werden kann. Für experimentelle Nachweise der physiologischen Plausibilität der untersuchten Mechanismen wird auf die Literatur verwiesen. Die Schwerpunkte der Darstellung liegen auf den grundlegenden Ideen und Argumentationsketten sowie der Suche nach gemeinsamen Nennern in unterschiedlichen Communities hinsichtlich der abstrakten Modellbildung und der mathematischen Methoden. Dabei werden Parallelen aufgezeigt, wie in verschiedenen Teilbereichen der Kybernetik mit teilweise unterschiedlichen Terminologien die gleichen oder ähnliche Denkansätze und Prinzipien in ähnlichen, aber auch in unterschiedlichen Anwendungsbereichen zur Lösung allgemeiner Vorhersage-, Kontroll- und

Lernprobleme entwickelt wurden. Diese Lösungsansätze werden auf ihre Äquivalenz hin untersucht; für einige in der Literatur noch umstrittene Probleme werden Lösungsvorschläge erarbeitet. Durch die fachübergreifende Vorgehensweise werden Übertragungen von erfolgreichen Problemlösungsstrategien in andere Anwendungsbereiche ermöglicht.

Die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit lassen sich wie folgt zusammenfassen: Die vorliegende Arbeit gibt einen Überblick über die wichtigsten in der Literatur vorgeschlagenen Modelle für sensumotorische Kontroll- und Lernvorgänge. Die hierauf aufsetzende kritische Synthese integriert erstmalig in dieser Breite verschiedene Ansätze aus den letzten 50 Jahren in ein vereinheitlichendes Minimalmodell sensumotorischer low-level Vorgänge, welches mit den Schlagworten *Reafferenzprinzip*, *inverse Dynamik*, *Impedanzregelung*, *Selbstimitation* und *Regularisierung* umrissen werden kann. Die grundlegenden Ideen dieses Modells lassen sich bis in die 50er Jahre zurückverfolgen, in Ansätzen sogar noch weiter über Mach bis zu Helmholtz (1866). Die wesentlichen innovativen Ergebnisse dieser Arbeit betreffen die optimale Modellplastizität im nichtdissipativen Anteil der inversen Dynamik eines Roboterarms (3.10. und 3.11.), die Realisierung des Reafferenzprinzips mit inverser Dynamik durch ein Cohen-Grossberg-Modell (4.6. und 4.7.) sowie die Schrödinger-Gleichung und deren thermodynamische Umdeutung (5.6.2.).

Die kritische Synthese umfaßt Modellansätze und Methoden aus den Bereichen nichtlineare Regelungstheorie, Robotik, künstliche Intelligenz, Neuroinformatik, Physiologie und Psychologie. Die gemeinsame Grundidee dieser Ansätze hinsichtlich des Regelungsproblems wird als „*Steuerung durch Kompensation der Eigeneffekte mit Hilfe eines inversen Modells*“ herausgearbeitet. Dieser Kompensationsgedanke ist in allen betrachteten Communities mehr oder weniger explizit vorhanden. Das Reafferenzprinzip ist der historisch früheste (und in vielerlei Hinsicht klarste) Ansatz zur Verrechnung von Eigeneffekten. Das Grundprinzip der Sensumotorik kann genauer charakterisiert werden als die Kompensation z.T. unerwünschter, aber prinzipiell vorhersehbarer Wechsel-, Rück- und Nebenwirkungen der eigenen Aktivitäten des Organismus auf dessen Wahrnehmungen durch funktionale Inversion der entsprechenden Dynamik in einem neuronalen Modell. Das inverse Systemmodell wird durch einen Vorgang erlernt, der als „Selbstimitation“ bezeichnet und auf Werkzeuge beliebiger Art verallgemeinert werden kann (Kalveram 1981, 1990 & 1998). Eine näherungsweise Zeitverschiebungsinvarianz des Gesamtoperators aus inversem Systemmodell und dem System selbst als Vorwärtsmodell konstituiert eine Identität. Das auf diese Weise sich bildende „sensumotorische Selbst“ (ibid.) ermöglicht die Autonomie des Organismus und insbesondere die Steuerbarkeit seiner Glieder durch höhere Zentren.

Die sensumotorische Modellbildung unterscheidet gewöhnlich zwei Modellebenen: Auf der *Kontrollebene* (Kap. 2) behandelt die kritische Synthese das *Feder-Masse-Modell* (Feldman 1974), die *inverse Dynamik* (Paul 1972, Waters 1974), die *Feedforward-Steuerung* (Raibert 1976) und die *Feedback-Linearisierung* (Isidori et al. 1981). Auf der *Lernebene* (Kap. 3) werden die Lernschemata *Selbstimitation* (Kalveram 1990), *Direct Inverse Modeling* (Widrow & Stearns 1985) und *Feedback-Error-Learning* (Kawato, Furukawa & Suzuki 1987) verglichen und die scheinbaren Widersprüche mit Methoden der Systemidentifikation durch *Rekursion* und *Regularisierung* behoben. Desweiteren wird die stets mögliche *Schlechtgestellttheit* der wesentlichen sensumotorischen Probleme untersucht: die *Motoräquivalenz* auf der Kontrollebene (Redundanz im Zustandsraum) und das *Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma* auf der Lernebene (Redundanz im Parameterraum).

Im Hinblick auf die Motoräquivalenz wird in einer weiteren Synthese die *kinematische* Schule (Flash & Hogan 1985 & 1995) und die *dynamische* Schule (Kawato et al. 1990) bezüglich der zur Redundanzvernichtung verwendeten Optimierungskriterien versöhnt. In Anlehnung an die Vorgehensweise von Jordan (1990) wird dabei eine Korrespondenz der verschiedenen, bisher konkurrierenden Kostenfunktionale zu Saltzmans drei Stufen sensumotorischer Repräsentation hergestellt (Saltzman 1979). Eine solche Zuordnung zur Beilegung des „Kostenstreites“ konnte der Verfasser in der Literatur bislang nicht auffinden.

Der wichtigste aus der interdisziplinären Vorgehensweise resultierende innovative Aspekt der Arbeit liegt in der Einführung einer optimalen Modellplastizität in die Robotik: Die heutige Robotik ist *systematisch* überparametrisiert und hat bisher für dieses Problem nur *ad hoc* Lösungen in einfachen Fällen gefunden (vgl. Sciavicco & Siciliano 1996). Durch konsequente Verfolgung des Grundprinzips der Systemidentifikation „*not to estimate what you already know*“ (Sjöberg et al. 1995) ist es im Rahmen dieser Arbeit erstmals gelungen, eine *systematische* Strategie zur Beseitigung der Überparametrisierung zu entwickeln. Während die herkömmliche Robotik vornehmlich die Bewegungsgleichungen des betreffenden Roboters im Blickfeld hat und versucht, hieraus eine geeignete Modellstruktur („neuronales Netz“) zu finden, sind in der Lagrange-Funktion dieses Roboters bereits explizite, aber bisher ungenutzte Informationen über die *optimale Modellplastizität* für den nichtdissipativen Anteil der inversen Dynamik des Roboters enthalten. Ausgehend von der Beobachtung, daß in der Lagrange-Funktion eines Roboterarms auf jeden Fall weniger Terme vorkommen, als es verschiedene Basisfunktionen in den entsprechenden Bewegungsgleichungen gibt, wird am Beispiel der Entkopplung eines n -gelenkigen planaren Roboterarms ein neuer Algorithmus angegeben, mit dem die Zahl der wirklich benötigten Parameter in der Modellstruktur von der Ordnung n^3 auf die Ordnung n^2 reduziert wird. Die Bedeutsamkeit der Reduktion von Komplexität durch diese drastische Reduktion redundanter Parameter in der Modellstruktur für die Identifizierbarkeit eines Roboters liegt in einer Entschärfung des „Annäherungs-Generalisierungs-Dilemmas“ mit der möglichen Schlechtgestellttheit des Lernproblems sowie in einer verminderten Rauschempfindlichkeit, da die durch eine Modellstruktur gegebene Mannigfaltigkeit desto starrer im Raum ihrer Variablen steht, je weniger „Gewichte“ sie parametrisieren. Die Notwendigkeit der *Regularisierung* des Lernproblems bezieht sich bei Realisierung der optimalen Modellplastizität nur noch auf eine weitere Rauschunterdrückung und auf Trainingsdaten mit zu geringem Informationsgehalt, aber nicht mehr auf die Unterdrückung *a-priori* überflüssiger Parameter. Die hier entwickelte Strategie zur Einführung einer optimalen Modellplastizität in die Robotik kann in der Praxis dazu verwendet werden, den Lernvorgang hinsichtlich der benötigten Rechenzeit zu optimieren und auf diese Weise eine weitere Verbesserung der Echtzeit-Fähigkeiten und Effizienz von Regelungsalgorithmen für Industrieroboter oder medizinische Prothesen zu erreichen. Zu Beginn der Entwicklung der modernen Robotik stand der Rechenaufwand der inversen Dynamik selbst im Vordergrund der Umsetzungsproblematik (2.9.1.); jetzt rückt auch die Effizienz des Lernvorgangs in den Mittelpunkt des Interesses (3.11.). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit gelingt erstmals eine erfolgreiche Systematisierung der *ad hoc* Ansätze der Robotik hinsichtlich der Auswahl einer optimalen und damit effizienten Parametrisierung der Modellstruktur. Damit wird sowohl bei den Kontrollprozessen (z.B. Hollerbach 1980), als auch bei den Lernprozessen (z.B. Ljung 1987) die Verwendung rekursiver Algorithmen mit optimalen Online-Fähigkeiten ermöglicht.

Kontrolldynamik und Lerndynamik sind in Foersters „*Minimalorganisation nervösen Lebens*“ (von Foerster 1981) gemeinsam als Torus dargestellt (Kap. 4). Da dieses Gesamtsystem aus zwei gekoppelten, zeitskalengetrennten dynamischen Teilsystemen mit vielen Freiheitsgraden besteht, kann eine Brücke zur *adaptiven Resonanztheorie* geschlagen werden, die derartige Zwei-Zeiten-Systeme aus vielen „Neuronen“ und deren Stabilitätseigenschaften in sehr allgemeiner Form untersucht (Grossberg 1976 & 1987). Beide Ansätze handeln genau wie das Reafferenzprinzip von der Schließung gewisser Kausalkreise zu Aktions-Perzeptions-Zyklen. Die adaptive Resonanztheorie stellt ebenfalls mathematische Handwerkszeuge für die Realisierung der Verrechnung von Eigeneffekten zur Verfügung. Hierzu wird erstmalig gezeigt, daß ein spezielles Cohen-Grossberg-Modell die inverse Dynamik eines Gliedmaßensystems repräsentieren kann. Darüber hinaus wird angedeutet, wie das Konzept der inversen Dynamik in ein umfassenderes *Meta-Attraktor Konzept* (Daunicht 1996) eingebettet werden kann.

In einer Erweiterung des interdisziplinären Diskurses über das kybernetische Grundprinzip der *Kompensation der Eigendynamik* wird gezeigt, wie ähnliche Kompensationsansätze wie in der Sensumotorik oder Regelungstechnik auch in anderen Disziplinen zu erfolgreichen Problemlösungsstrategien führen können (Kap. 5).

Motiviert durch die drängenden volkswirtschaftlichen Probleme, die sich über die zunehmende Verschuldung der öffentlichen Haushalte auch auf die Finanzierung der Hochschulen niederschlagen, wird die grundlegende systemtheoretische Kompensationsstrategie vom biologischen Organismus auf den „sozialen Organismus“ übertragen. Da die exponentielle Selbstvermehrung angelegter Geldvermögen qua Zinseszinsformel eine *hinreichende* Bedingung für die langfristige Instabilität des gesamten Wirtschaftssystems darstellt, ist die Kompensation dieser dysfunktionalen *Eigendynamik des Geldes* gemäß dem Gesetz der implikativen Kontraposition eine *notwendige* Voraussetzung für ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht (inkl. Vollbeschäftigung) in reifen Volkswirtschaften. Zur Beseitigung der Mystik der leistungslosen Selbstvermehrung aus der Volkswirtschaftslehre wird ein diesbezüglicher Geldreformvorschlag vorgestellt, der Ergebnisse von Gesell (1920) und Keynes (1936) unter Versöhnung aller drei Geldfunktionen (*Tauschen, Sparen und Vergleichen*) in eine *Theorie der optimalen Liquidität* integriert (Suhr & Godschalk 1986, Löhr & Jenetzky 1996). Durch eine Neutralisierung der Liquidität, d.h. durch eine Kompensation des „Jokervorteils“ im Geld mit Hilfe einer Geldnutzungsgebühr, wird die Eigendynamik des Geldes kompensiert und das Geldsystem damit stabilisiert. Dieses Update des wirtschaftlichen Betriebssystems beseitigt die *monetären* Ursachen wirtschaftlicher Fehlentwicklungen. Die *lokale* Umsetzung einer neutralen Liquidität im Bereich des Buchgeldes in Form von Zahlungsnetzwerken mit einer optimalen Geldnutzung ermöglicht Zinseinsparungen, die angesichts der aktuellen Spardiskussion immer attraktiver erscheinen.

Als innovatives Ergebnis im Bereich der Physik wird ein Ansatz zu einer „entropischen“ Umdeutung der Quantenmechanik mit *thermodynamischen* und damit *klassischen* Begriffen entwickelt: Die eindimensionale lineare Schrödinger-Gleichung für ein Teilchen in einem äußeren Potential wird hierfür aus einer *thermodynamischen* Lagrange-Funktion hergeleitet. Durch einen Rücktransfer der Kompensationsidee in die Physik gelingt es unter Einbeziehung „thermischer Response-Überlegungen“ (Bessenrodt 1987) erstmalig, die Schrödinger-Gleichung mit Hilfe von *Borns Deutung* und *Boltzmanns Prinzip* so umzudeuten, daß eine Kompensation äußerer Potentiale durch statistische Potentiale in stationären Zuständen sichtbar wird: *Entropieproduktion + Exzeßentropie = Quantenpotential*.

„Historische Texte müssen wie Erze aufgeschlossen werden, um Nutzen zu bringen“ (Bessenrodt 1987). In dieser Arbeit wird für den *low-level* Bereich einer abstrakten sensu-motorischen Modellbildung eine recht breite Vereinheitlichung herbeigeführt. Offen bleiben müssen u.a. folgende Fragen im *high-level* Bereich: Für die Trajektorienplanung stellt sich die Frage nach der Erzeugung geeigneter Bewegungs- und Muskelaktivierungsmuster, d.h. nach Mustergeneratoren, die z.B. gewisse Amplitudenverläufe erlernen bzw. erzeugen können. Biologisch plausibel und damit bionisch interessant sind hier Modelle, die von gekoppelten Oszillatoren ausgehen (z.B. Hiller und Schmitz 1991, Heuer 1995), aber auch solche, die von sich aus Trajektorien mit gewissen Invarianzeigenschaften produzieren wie z.B. VITE (2.9.4.). Es stellt sich darüber hinaus die Frage, inwieweit der „zentrale Mustergenerator“, in dem die Solltrajektorien erzeugt werden (2.8.), durch das von Daunicht (1996) entworfene *Meta-Attraktor Konzept* (2.9.3., 4.3.) ersetzt werden kann, und wie Cohens *Universal Theory of Synthesis* (Cohen 1992) mit ihrer eingebauten Ljapunov-Stabilität ein geeignetes Werkzeug zur konkreten Realisierung derartiger Meta-Attraktoren sein kann.

Eine weitere offene Frage im *high-level* Bereich bezieht sich auf eine systematische Ausnutzung von Symmetrien bei der Trajektorienplanung, die z.B. in der Robotik einen beachtlichen Nutzen bringen. Hollerbach (1984) sowie Atkeson und Hollerbach (1985) nutzen einfache Skalensymmetrien, um eine bestimmte Bewegung durch einfaches Multiplizieren mit einem Skalenfaktor in ihrer Bewegungsweite zu modulieren (vgl. Kalveram 1991a). Die hierbei gewonnenen Ergebnisse werden durch Experimente mit tatsächlichen Armbewegungen gestützt. In dieser *ad-hoc* Anwendung der Symmetrietheorie findet jedoch keine *systematische* Berechnung der Symmetrien statt, so daß hier die Möglichkeiten unter Umständen noch nicht voll ausgeschöpft sind (vgl. Stephani 1981, Olver 1986, Bessenrodt 1994). Eine allgemeine symmetrietheoretische Möglichkeit zur Reduktion von Komplexität liegt im *Paradox der Koordinatenwahl*: „Die besten Veränderlichen eines Problems sind seine Invarianten“ (Bessenrodt 1994).

Durch die Verbindung zwischen Reafferenzprinzip und adaptiver Resonanztheorie stellt sich die Frage nach deren Tragweite und Verallgemeinerungsfähigkeit, die jedoch über den hier gesteckten Rahmen weit hinaus geht. Kompetitiv-kooperative Cohen-Grossberg-Modelle können auch auf wirtschaftliche Gegebenheiten angewendet werden. Das Cohen-Grossberg-Theorem garantiert die Ljapunov-Stabilität eines Marktsystems, wenn die Marktstrategien der Unternehmen nach dem Modell ausgerichtet werden (Grossberg 1998): „*In this generality, the theorem does not say what firms will get rich. It only says that if firms are willing to play the game, then they can attain some much-valued properties of market stability and predictability.*“ Ein interessantes Versprechen, dem es lohnt nachzugehen (vgl. Hirsch 1989, 5.6.1.).

Weitergehende Fragen betreffen z.B. allgemeinere Selbstorganisationsprinzipien: Eigens *Hyperzyklus*, der eng mit der Entstehung des Lebens selbst verknüpft ist, kann ebenfalls in Zusammenhang mit der adaptiven Resonanztheorie gebracht werden: Das *Eigen-Schuster-Modell* des abstrakten Hyperzyklus (Eigen & Schuster 1978) ist ein weiterer Spezialfall des *Cohen-Grossberg-Modells* (Grossberg 1988). Gibt es weiterhin Zusammenhänge zu Maturanas Theorie der *Autopoiese*, d.h. „Selbsterzeugung“ (Maturana 1985) und Varelas algebraischer Theorie der *Selbstreferenz* (z.B. Varela 1975)? Einstein über die Entstehung des Lebens: „*Die Wahrscheinlichkeit, daß das Leben durch einen Zufall entstanden ist, vergleiche ich mit der Wahrscheinlichkeit, daß ein vollständiges Wörterbuch das Ergebnis einer Explosion in einer Druckerei ist.*“

A recognizable aspect of the advancement of mathematics consists in the advancement of the consciousness of what we are doing, whereby the covert becomes overt. Mathematics is in this respect psychedelic.

George Spencer Brown

ANHANG

Systemidentifikation und Approximationstheorie: Grundbegriffe und Kontroversen

Die Sensumotorik als Teilgebiet der Biokybernetik ist mit anderen Gebieten eng verknüpft, z.B. mit Robotik, Regelungstheorie und der Theorie neuronaler Netze. Im folgenden werden ergänzend zu Kap. 3 und 4 neuronale Feedforward-Netze aus Sicht konventioneller Identifikations- und Approximationsmethoden beleuchtet. Hierzu werden die Grundzüge der Systemidentifikations- und Approximationstheorie dargestellt und deren gemeinsame Hintergründe im Hinblick auf die zugrundeliegenden Optimierungsaufgaben näher untersucht. Darüberhinaus werden weitere kontroverse Diskussionen in der Literatur aufgegriffen und die Argumente gegenübergestellt, z.B. inwieweit neuronales Lernen auf *Korrektur* oder *Korrelation* beruht.

Nach einer kurzen Einführung in die Grundbegriffe einer graphentheoretischen Systembeschreibung werden zunächst die grundlegenden Ideen der *Systemidentifikation* vorgestellt. Feedforward-Netze sind parametrisierte Modellstrukturen, deren Parameter den „synaptischen Gewichten“ entsprechen. Der Lernvorgang besteht in einer Parameteridentifikation und kann als Hyperflächenrekonstruktion durch einen Optimierungsprozeß verstanden werden. Der „Pate“ vieler Lernregeln für neuronale Netze ist Gauß mit seiner *Methode der kleinsten Quadrate*. Die *RLS-Regel* (recursive least squares) ist der unter recht allgemeinen Umständen beste bekannte Algorithmus für fehlerbasiertes Lernen von neuronalen Netzen, iterativ als *Gauß-Newton-Algorithmus*, regularisiert als *Levenberg-Marquardt-Algorithmus* (Sjöberg et al. 1995).

In der *Approximationstheorie* werden der zu rekonstruierenden Hyperfläche durch Zusatzterme (Regularisierer) im Optimierungskriterium implizite Glätteforderungen auferlegt. Im Hinblick auf das Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma (vgl. 3.4.) werden dadurch die (bezüglich des gewählten Regularisierers) redundanten Parameter auf „weiche“ Art und Weise unterdrückt, im Gegensatz zu härteren Formen des „Pruning“, wo etwa sukzessive die kleinsten Parameterwerte schlicht zu Null gesetzt werden. Interessante Diskussionen in der Literatur kreisen um die Begriffe der *Existenz*, *Eindeutigkeit*, *Stabilität* und *Berechenbarkeit* der Lösungen eines Lernproblems, speziell um die Eigenschaften der universellen bzw. besten Approximation und die *Universalität polynomialer Approximationen* in der Praxis bei konkreten Computer-Implementationen mit endlicher Rechengenauigkeit (Wray & Green 1995).

Nach einem Überblick über aktuelle vereinheitlichende Tendenzen in der Theorie neuronaler Feedforward-Netze und einer Gegenüberstellung der wichtigsten Lernregeln wird mit dem *Satz von Kolmogorov* eine weitere Kontroverse in der Literatur aufgegriffen, die Ende der 80er Jahre um die Relevanz dieses Satzes für Approximationen durch neuronale Netze im Hinblick auf den „*Fluch der Dimensionen*“ entbrannt ist. Als Ausblick wird die Möglichkeit von Hermite-Netzen andiskutiert.

A.1. Systembeschreibende Graphen

Dynamische Systeme – und damit insbesondere neuronale Netzwerke – können durch (gerichtete) Graphen dargestellt werden (Foerster 1981, Gondran & Minoux 1986, Reinschke 1988, Lemmen 1996, Wey 1996, Rojas 1996). Die Beschreibung, Analyse und Synthese von dynamischen Systemen mit graphentheoretischen Werkzeugen nutzt die eindeutige Korrespondenz zwischen Graphen und Matrizen, mit deren Hilfe vektorwertige (glatte) Abbildungen $\mathbf{f}$ in einen Graphen übertragen werden können: Der Eintrag a_{ij} in der *Inzidenzmatrix* eines Graphen gibt Auskunft über die Kante vom Knoten j zum Knoten i .

Man geht am einfachsten von der Übereinkunft aus, Variablen bzw. Funktionen $\mathbf{f}_i$ des betrachteten Systems (z.B. Zustände, Ein- und Ausgänge) durch die Knoten eines Graphen darzustellen und deren Abhängigkeiten untereinander durch gerichtete und gewichtete Kanten zu repräsentieren. Das Kantengewicht einer beliebigen Kante zwischen einem Anfangsknoten und einem Endknoten im Graphen wird definiert als die partielle Ableitung der zum Endknoten gehörigen Funktion $\mathbf{f}_i$ nach dem Anfangsknoten der Kante. Die Gewichte der jeweils einlaufenden Kanten aller Knoten sind demnach durch die entsprechenden Einträge in der Jacobi-Matrix $D\mathbf{f}$ der (hinreichend glatten) Funktion $\mathbf{f}$ gegeben. Dies entspricht einem Übergang in den Tangentialraum der durch die Dynamik gegebenen Mannigfaltigkeit (vgl. Isidori 1985). Kanten, deren Gewichte identisch verschwinden, werden nicht gezeichnet. Rojas (1996) definiert eine Netzwerkarchitektur wie folgt:

Netzwerk = (Eingabe, Neuronen, Ausgabe, gewichtete & gerichtete Kanten)

Für die Ausgangsschicht des Netzes bzw. Graphen in Bild 12 (vgl. 3.2.) sind die Anfangsknoten der einlaufenden Kanten die Basisfunktionen b_j und es gilt:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{f}(\mathbf{W}, \mathbf{b}) = \mathbf{W}\mathbf{b} \Rightarrow D\mathbf{f} = \partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{b} = \mathbf{W} \quad \text{Jacobi-Matrix}$$

Für die in Bild 12 gezeigte Netzarchitektur einer linearen Regression ist die Jacobi-Matrix genau die (bezüglich $\mathbf{b}$) konstante Matrix $\mathbf{W}$ der Parameter in der Entwicklung von $\mathbf{f}$ nach den Basisfunktionen $\mathbf{b}$. Eine Modellstruktur mit endlicher Dimension liefert einen endlichen Graphen. Es gelten folgende Entsprechungen zwischen gerichteten Graphen und neuronalen Netzen:

<i>Graph</i>	Inzidenzmatrix	Kantengewichte	Baum (zyklusfreier Graph)	Graph mit Zyklen
<i>Netz</i>	Jacobi-Matrix	synaptische Gewichte	vorwärtsgerichtetes Netz	rekurrentes Netz

Reinschke (1988) benutzt folgende Nomenklatur zur übersichtlichen Darstellung vektorwertiger Funktionen: Vektoren werden durch *Hyperknoten* dargestellt. Als Verallgemeinerung der Kantengewichte in Form von Matrizen werden *Hyperkanten* eingeführt, die als Doppelstriche gezeichnet werden (nicht zu verwechseln mit den Kanten eines Hypergraphen). Anhand der Darstellung in Bild A1 wird die enge Verwandtschaft zur Beschreibung dynamischer Systeme durch Blockschaltbilder deutlich.

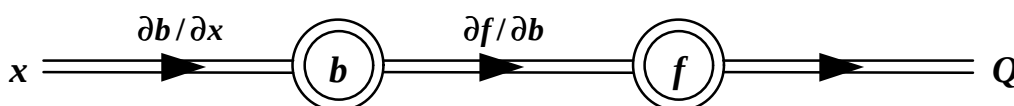


Bild A1 Systembeschreibender Graph des Netzes aus Abb. 12

A.2. Modellstrukturen und Fehlerfläche

Neuronale Netze können aus Sicht der Systemidentifikation als nichtlineare Modellstrukturen aufgefaßt werden (Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994), d.h. als eine parametrisierte Menge von möglichen oder zugelassenen Modellen, die durch gewisse Basisfunktionen gekennzeichnet sind. Daher gibt es eine enge Verwandtschaft zwischen traditionellen Parameterschätzverfahren und Lernregeln für neuronale Netze. Vor der Lösung des Problems, die optimalen synaptischen Gewichte zu finden, muß geklärt werden, welche Klassen von Funktionen approximiert werden können bzw. sollen und wie gut. Es muß eine geeignete Modellstruktur vorgegeben werden, in der ein gutes Modell für die vorliegenden Daten zu finden ist. Das Problem der Systemidentifikation ist i.a. „ill-posed“ (vgl. 3.4., A.4.), weil es zu viele nichtfalsifizierte Modelle gibt. Durch Wahl semiphysikalischer Regressoren kann a-priori Wissen in die Modellstruktur einfließen, um die Anzahl der möglichen Modelle zu verringern: „A basic rule in estimation is *not to estimate what you already know*“ (Sjöberg et al. 1995).

Das Basiswerkzeug der Systemidentifikation durch Parameterschätzung ist die Minimierung eines (skalaren) Fehlerkriteriums V als Funktion der Parameter $\mathbf{W}$. Künstliches neuronales Lernen wird so als *Optimierungsprozeß* verstanden, der auf die Minimierung eines Kriteriums in Abhängigkeit von „synaptischen Gewichten“ abzielt (Widrow & Stearns 1985, Ljung 1987, Hunt et al. 1992). Die Optimierung oder Adaptation kann als Hinabgleiten auf einer entsprechenden *Fehlerfläche* $V(\mathbf{W})$ gedeutet werden, einer m -dimensionalen Hyperfläche, die im $m+1$ -dimensionalen Raum über dem m -dimensionalen Parameterraum schwebt. Ein adaptives System sucht ständig nach einem Optimum in einer Klasse von Möglichkeiten, die durch seine Struktur vorgegeben ist (vgl. 3.3., 4.1.).

Das Kriterium beschreibt die Güte der Anpassung des Modells an die Daten. Die Annahme eines Gauß'schen Rauschens führt auf ein in den Parametern quadratisches Kriterium. Es ist ein Maß für den Fehler $e = \mathbf{Z}^T - \mathbf{W} \mathbf{Y}^T$ des Netzes, d.h. für den hier betrachteten Fall die Abweichungen zwischen den zu imitierenden efferenten Signalen etwa eines „blind teachers“ (vgl. 3.2.-3.), die in der Matrix $\mathbf{Z}$ enthalten sind, und dem Ausgang des Netzes, in das die Meßwerte für die Reafferenzen über die Basisfunktionen oder auch Regressoren in die Matrix $\mathbf{Y}$ einfließen. Mit $\mathbf{R} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ und $\mathbf{P} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Z}$ ergibt sich:

$$V(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{Z}^T - \mathbf{W} \mathbf{Y}^T)^2 \quad (\text{A1})$$

$$\Rightarrow V' = -(\mathbf{Z}^T - \mathbf{W} \mathbf{Y}^T) \mathbf{Y} = \mathbf{W} \mathbf{R} - \mathbf{P}^T \quad (\text{A2})$$

$$\Rightarrow V'' = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \mathbf{R} \quad \text{Hesse-Matrix} \quad (\text{A3})$$

Gesucht ist derjenige optimale Parametersatz $\mathbf{W}$, der das Kriterium V minimiert. Aus $V' = 0$ erhält man wieder die Normalengleichungen (22) bzw. (26) der linearen Regression mit Lösung (25) bzw. (27), also die *Wiener-Gewichts-Matrix*, die sich auch durch die *Pseudoinverse* $\mathbf{Y}^+$ ausdrücken läßt:

$$\mathbf{W}^T = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} = \mathbf{Y}^+ \mathbf{Z} \quad (\text{A4})$$

Das Fehlerkriterium führt so direkt auf die LSE-Regel. Die symmetrische Regressionsmatrix $\mathbf{R}$, die hier zunächst als invertierbar angenommen wird, entpuppt sich gemäß (A3) als Hesse-Matrix der zweiten Ableitungen des Kriteriums V nach den Parametern. Die Matrix $\mathbf{Y}$ spielt hier die Rolle einer „Sensitivitätsableitung“, d.h. die Ableitung des Fehlers nach den Parametern $\mathbf{W}$. Formel (34) für die RLS-Regel kann nun auch geschrieben werden als

$$\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{W}^T(t-1) - [\mathbf{V}''(\mathbf{W})]^{-1} \mathbf{V}'(\mathbf{W}) \quad (\text{A5})$$

Das Minimum liegt in *Newton-Richtung*, d.h. in Richtung „Hesse⁻¹ * Gradient“. Die positive Definitheit der Hesse'schen, falls vorhanden, sichert die Konvergenz des Verfahrens, hier sogar eine Ein-Schritt-Konvergenz („one-shot“) ins Minimum des Kriteriums. Der wichtigste Vorteil der LSE-Methode ist also, daß das Minimum der Fehlerfläche $V(\mathbf{W})$ analytisch, effizient und eindeutig gefunden werden kann, weil das Kriterium eine quadratische Funktion der Parameter ist. Insbesondere gibt es keinen Ärger mit lokalen Minima, denn es existiert nur ein einziges, globales Minimum. Bei allgemeineren Kriterien und/oder nichtlinearer Regression ist nur die Konvergenz in ein *lokales* Minimum garantiert (Ljung 1987).

Die Eigenschaften der Fehlerfläche ergeben sich aus der Hesse-Matrix $\mathbf{R}$ der Fehlerfunktion V . Diese Matrix enthält Informationen über die Krümmung der Fehlerfläche und hat folgende wichtige Eigenschaften (Widrow & Stearns 1985):

- Die Eigenvektoren der Regressions- oder Informationsmatrix $\mathbf{R}$ definieren die Hauptachsen der Fehlerfläche.
- Die Eigenwerte der Informationsmatrix $\mathbf{R}$ ergeben die zweiten Ableitungen der Fehlerfläche in Richtung ihrer Hauptachsen, d.h. Eigenvektoren.
- Im Hauptachsensystem verschwindet die Kopplung zwischen den Parametern, da $\mathbf{R}$ in diesem System diagonal ist.

A.3. Nichtlineare Regression und iterative Suche

Die rekursiv formulierte lineare Regression, d.h. die *RLS-Regel* (34) aus 3.6. erlaubt eine Ein-Schritt-Konvergenz des Verfahrens („one-shot“): Bei jedem Rekursionsschritt werden die Gewichte gleich wieder richtig eingestellt. Bei einer allgemeineren nichtlinearen Regression hängen die Basisfunktionen $\mathbf{b}$ selbst von den Parametern $\mathbf{W}$ ab, sodaß das Kriterium i.a. nicht mehr *analytisch*, sondern nur noch *iterativ* minimiert werden kann. Das Minimum der Fehlerfunktion V muß dann in einer iterativen Suche „bergabwärts“, d.h. in Richtung des geschätzten Gradienten $-\nabla V^*$ (bezüglich der Parameter), numerisch gefunden werden (Sjöberg et al. 1994). In unseren Bezeichnungsweisen bedeutet dies mit der Schrittweite μ :

$$\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{W}^T(t-1) - \mu \mathbf{R}^{-1}(t) \nabla V^* \quad (\text{A6})$$

Die Wahl der Schrittweite μ ist dabei ein Kompromiß zwischen Flexibilität und Rauschempfindlichkeit, d.h. zwischen Adaptationsfehler und Konvergenzrate (Widrow & Stearns 1985). Der Adaptationsfehler ist gegeben durch

$$\text{Adaptationsfehler} = m \cdot \text{spur}[\mathbf{R}]$$

Die Adaptationsrate ist durch den kleinsten Eigenwert von $\mathbf{R}$ bestimmt, der Adaptationsfehler durch den größten. In der RLS-Regel (34) haben alle adaptiven Moden dieselbe Zeitkonstante. Verschiedene Verfahren zur adaptiven Wahl der Schrittweite sind in Ljung (1987) angegeben. Für $\mu = 1$ ergibt sich – wenn Gradient und Hesse-Matrix exakt sind – wieder die ideale Ein-Schritt-Konvergenz der RLS-Regel, die aber in vielen Anwendungen für adaptive Systeme gar nicht unbedingt wünschenswert ist (Widrow & Stearns 1985).

Die Matrix $\mathbf{R}^{-1}(t)$ in (A6) modifiziert die Richtung der Veränderung von $\mathbf{W}$ im Parameterraum. Die einfachste Wahl ist die Identitätsmatrix: $\mathbf{R} = \mathbf{I}$. Dies bedeutet eine Suche in

Gradientenrichtung: Der Gradientenabstieg sucht den optimalen Parametersatz in Richtung des negativen Gradienten, d.h. in Richtung des steilsten Gefälles im Potentialtopf V . Als Lernregel für neuronale Netze wurde der Gradientenabstieg von Widrow und Hoff (1960) eingeführt als Weiterentwicklung des Perzeptron-Lernens von binären auf stetige Signale. Seitdem ist er je nach Community bzw. Forschungsrichtung unter verschiedenen Bezeichnungen und Spielarten in Gebrauch: Delta-Regel oder LMS-Regel in der adaptiven Signalverarbeitung (Widrow & Hoff 1960), Widrow-Hoff-Regel bei der Mustererkennung (Wasserman 1989) oder auch MIT-Regel in der adaptiven Regelungstheorie (Åström 1995).

Die Gradientensuche ist jedoch ineffizient nahe dem Minimum (Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994). Die Richtung des steilsten Abstiegs in einem Paraboloid ist nicht unbedingt der schnellste Weg ins Minimum. Die Information zweiter Ordnung in der Matrix $\mathbf{R}$ ist hilfreich, um einen direkten Weg ins Minimum zu finden. Die Wahl von $\mathbf{R} = \mathbf{V}''$ wie in der LSE- oder RLS-Regel ergibt eine iterative Suche in *Gauß-Newton-Richtung*. Eine solche Modifikation der Suchrichtung durch die Hesse-Matrix $\mathbf{V}''$ ist auch bei einer nichtlinearen Regression in den meisten Fällen die beste Wahl (Sjöberg et al. 1995). Denn auch wenn die Fehlerfunktion komplizierter ist, stellt die parabolische Approximation durch eine abgebrochene Taylor-Reihe eine gute Näherung dar, zumindest in der Nähe des Minimums.

Der größte Teil der Rechenarbeit besteht in der Invertierung der $m \times m$ Hesse-Matrix $\mathbf{R}$. Der Gauss-Newton-Algorithmus braucht Rechenzeit proportional zu m^3 , der Gradientenabstieg nur von der Ordnung m (Trade-Off zwischen Konvergenzrate und Algorithmuskomplexität). Effiziente Methoden zur Berechnung bzw. Invertierung der Hesse'schen werden z.B. von Ljung (1987), Pearlmutter (1994) und Kasparian et al. (1994) angegeben.

Auch für die nichtlineare Regression gibt es rekursive Formulierungen (Ljung 1987): Ein rekursiver Algorithmus zur on-line Identifikation mit einer iterativen Suche wird meistens so durchgeführt, daß ein iterativer Schritt der numerischen Suche gleichzeitig mit der Berücksichtigung eines neuen Trainingsvektors stattfindet. Im allgemeinen wird dabei aber die Trainingsmenge nicht optimal ausgenutzt. Das ist nur in einigen Spezialfällen möglich, z.B. eben bei der RLS-Regel, die exakt zum gleichen Ergebnis führt wie ihr off-line Gegenstück, die LSE-Regel. Auch Algorithmen mit iterativer Suche, z.B. in Gauß-Newton-Richtung, liefern *asymptotisch* das gleiche Ergebnis wie im Off-line-Fall (Ljung 1987), die Suche dauert allerdings entsprechend länger, wodurch das Lernen verlangsamt wird. Bei der iterativen Off-line-Suche wird i.a. der Datensatz entsprechend mehrmals durch den Algorithmus geschickt.

Feedback-Error-Learning (vgl. 3.5.) besteht in einer On-line-Suche vom Typ (A6) in Gradientenrichtung. Der Gradientenabstieg nutzt aber nur die Information erster Ordnung über die Steigung, die LSE-Regel hingegen zusätzlich sämtliche Information zweiter Ordnung über die Krümmung der Fehlerfläche. Dadurch wird der Lernvorgang erheblich beschleunigt (van der Smagt 1994). Es gibt eine Reihe von Trainingsalgorithmen die zwischen diesen beiden „Extremen“ liegen (z.B. Kasparian et al. 1994). Einen guten Überblick über solche Methoden bieten u.a. van der Smagt (1994) und Sjöberg et al. (1994 & 1995). Der Backpropagation-Algorithmus für mehrschichtige Perzeptrons (z.B. Rumelhart, Hinton & Williams 1986) kann auf die zweite Ordnung erweitert werden, um ein rascheres „retraining“ unter wechselnden Bedingungen zu ermöglichen (Bishop 1992).

A.4. Schlechtgestelltheit und Stabilisierung

Das Erlernen einer Abbildung durch neuronale Netze kann als Approximation einer multidimensionalen Funktion angesehen werden, also als die Rekonstruktion einer Hyperfläche aus spärlichen Daten (Poggio & Girosi 1989). Allgemeiner untersucht die Approximationstheorie die *Existenz*, *Eindeutigkeit*, *Stabilität* und *Berechenbarkeit* der besten Approximation für schlecht gestellte Probleme.

Die meisten inversen Probleme sind "ill-posed" im Sinne von Hadamard, d.h. mindestens eine der Bedingungen *Existenz*, *Eindeutigkeit* und *Stabilität* an die Lösungen ist verletzt (Sabatier 1990, Groetsch 1993, Gottlieb & DuChateau 1996). Insbesondere ist das Erlernen einer Abbildung aus einzelnen Beispielen ein schlecht gestelltes Problem, denn es gibt hierfür unendlich viele Lösungen. Die Information in den Daten reicht nicht aus, um die Hyperfläche in Regionen zu rekonstruieren, wo keine Daten vorliegen. Um eine spezielle Lösung auszuwählen, braucht man a-priori Wissen über die zu approximierende Funktion. Da stochastische Störungen typischerweise nicht glatt sind, werden häufig Glätteannahmen getroffen. Regularisierungsalgorithmen, die auf diese Weise ill-posed Probleme in well-posed Probleme verwandeln (Tikhonov & Arsenin 1977), sind äquivalent zu einer großen Klasse von neuronalen Netzen (Poggio & Girosi 1989, Poggio & Girosi 1990, Girosi, Jones & Poggio 1995).

Das Standardverfahren der Regularisierung löst das Variationsproblem der Hyperflächenrekonstruktion durch Minimierung eines Güte- oder Kostenfunktional, das aus zwei Termen besteht, aus einem Fehlerterm und einem Stabilisierer oder Regularisierer:

$$\text{Kostenfunktional} = \text{Fehlerfunktional} + \text{Stabilisierer}$$

- Der *Fehlerterm* mißt die Distanz zwischen der Lösung und den Daten. Er korrespondiert zu einem Rauschmodell (normalerweise additives Gauß'sches Rauschen) und verstärkt den Fit auf die Daten.
- Der *Stabilisierer* mißt die Kosten für Abweichungen von der Glattheit der Lösung. Er enthält die a-priori Glätteannahmen über die zu approximierende Funktion und wird meistens als Energie der hochfrequenten Anteile der Funktion gewählt.

Jede Wahl eines speziellen Stabilisierers entspricht gewissen a-priori Annahmen über die zu approximierende Funktion, z.B. in Form von Glätteannahmen und/oder Invarianzen unter gewissen Transformationsgruppen. Drehinvarianz beispielsweise führt auf Radiale Basisfunktionen (Poggio & Girosi 1989).

Um die Anwendbarkeit der LSE- oder RLS-Regel, d.h. die Invertierbarkeit der Hesse-Matrix $V'' = \mathbf{R}$ in (A4) zu garantieren, war in 3.4. ein Regularisierungsansatz mit einem kleinen Zusatzterm $l \mathbf{I}$ gemacht worden ($l > 0$). Diese einfachste Form einer Regularisierung entspricht einem Stabilisierer $\frac{1}{2}l \|\mathbf{W}\|^2$ zum Fehlerkriterium (A1):

$$V(\mathbf{W}) = \frac{1}{2}(\mathbf{Z}^T - \mathbf{W}\mathbf{Y}^T)^2 + \frac{1}{2}l \|\mathbf{W}\|^2 \quad (\text{A7})$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{V}' = -(\mathbf{Z}^T - \mathbf{W}\mathbf{Y}^T)\mathbf{Y} + l\mathbf{W}\mathbf{I} = \mathbf{W}(\mathbf{R} + l\mathbf{I}) - \mathbf{P}^T \quad (\text{A8})$$

$$\Rightarrow \quad V'' = \mathbf{Y}^T\mathbf{Y} + l\mathbf{I} = \mathbf{R} + l\mathbf{I} \quad (\text{A9})$$

Die analytische Minimierung von V , d.h. $V' = 0$, liefert nach Transposition beider Seiten ($\mathbf{R}$ ist symmetrisch):

$$(\mathbf{R} + l \mathbf{I}) \mathbf{W}^T = \mathbf{P} \quad (\text{A10})$$

$$\Rightarrow \mathbf{W}^T = (\mathbf{R} + l \mathbf{I})^{-1} \mathbf{P} \quad (\text{A11})$$

Dies ist eine regularisierte Lösung des überbestimmten Gleichungssystems (20). Da (A11) für $l = 0$ genau die LSE-Regel zurückliefert, ist das in Bild 12 dargestellte Funktionennetz mit LSE-Regel ein Spezialfall allgemeinerer Regularisierungsnetze (Girosi & Poggio 1990). Die Hesse-Matrix $V'' = \mathbf{R} + l \mathbf{I}$ aus Gleichung (A9) anstelle von $\mathbf{R}$ in Gleichung (A6) eingesetzt gibt die *Levenberg-Marquard-Richtung* einer entsprechenden iterativen Suche an (Marquardt 1963), die bei schlecht gestellten Problemen zu bevorzugen ist (Sjöberg et al. 1994). Die Regularisierung tritt in der Approximationstheorie schon *a-priori* im Kriterium (A7) auf, in der Systemidentifikation erst *ad hoc* in (A10), um die Regressionsmatrix $\mathbf{R}$ auf jeden Fall invertierbar zu machen.

Der *Regularisierungsparameter* l kontrolliert den Trade-Off zwischen den beiden Termen in (A7), zwischen Rauschpegel und Glätteannahmen. Er vermittelt einen Kompromiß im Annäherungs-Generalisierungs-Dilemma zwischen Glätte und Annäherung an die Daten („bias-variance-dilemma“; vgl. 3.4.). Corradi und White (1995) geben Konvergenzraten von Regularisierungsalgorithmen mit optimalem „bias-variance trade-off“ an.

Der Wert der Determinante $\det \mathbf{R}$ ist ein grober Indikator für die richtige Modellordnung (Ljung 1987). Ohne Regularisierung wird man in der Praxis versuchen, das Minimum des Potentials $V(m)$ in Abhängigkeit von der Modellkomplexität m zu minimieren, indem die Generalisierungsleistung an frischen Daten (Validierungsdaten oder Generalisierungsdaten) als Funktion von l geprüft wird. Der Repräsentationsfehler wird dabei so gegen den Generalisierungsfehler abgewogen, daß beide ungefähr gleich groß sind. In der Sprache der neuronalen Netze heißt dieses Verfahren „Pruning“, wobei im einfachsten Fall der jeweils kleinste Parameter eliminiert wird. Regularisierung ist demnach eine elegantere Form des Pruning: Während Pruning eine diskrete Entscheidung ist, arbeitet die Regularisierung mit „weicheren“ Einschränkungen für die Gewichte. Hansen und Rasmussen (1994) vereinheitlichen Pruning und Regularisierung, indem sie zeigen, daß Regularisierung ebenfalls eine Rauschschranke beinhaltet. Die Regularisierung wirkt der Modellierung des Rauschens entgegen.

Die Regularisierung überwindet den wesentlichen Nachteil der LSE- oder RLS-Regel, daß das Auffinden des Minimums nur für weißes Rauschen als Störgröße garantiert ist. In technischen Anwendungen ist es manchmal möglich, farbiges Rauschen mit Hilfe eines (inversen) Rauschmodells in weißes Rauschen zu transformieren (Ljung 1987). In jüngster Zeit wurden Methoden des *Adaptive Noise Cancellation* (Widrow & Hoff 1960, Widrow & Stearns 1985) auf nichtlineare Systeme verallgemeinert (Billings & Fung 1995): Unter der Voraussetzung, daß das Rauschen meßbar ist, kann Rauschen auch dann eliminiert werden, wenn es im gleichen Frequenzband liegt wie das interessierende Signal. Rauschunterdrückung kann in diesem Sinne ebenfalls als ein Problem der Systemidentifikation aufgefaßt werden (Ljung 1987, Billings & Fung 1995).

Das Filterungsproblem besteht i.a. darin, aus verrauschten Daten Information über eine interessierende Größe herauszuziehen, d.h. das Rauschen zu unterdrücken (Haykin 1995). Andererseits kann Rauschen auch positive, d.h. stabilisierende Wirkungen auf den Lernprozeß haben (Widrow & Stearns 1985): Unter gewissen Umständen hat das Aufschalten von Rauschen auf die Eingangsdaten eines neuronalen Netzes signifikante Ver-

besserungen der Generalisierungsleistungen des Netzes zur Folge. Bishop zeigte 1995, daß ein Training mit leicht verrauschten Eingangsdaten äquivalent zur Tikhonov-Regularisierung ist (Tikhonov & Arsenin 1977). Für kleine Rauschamplituden bewies er die Äquivalenz folgender Vorgehensweisen beim bias-variance trade-off mit einer quadratischen Fehlerfunktion (Bishop 1995):

1. Minimierung der Fehlerfunktion unter additiv verrauschten Eingangsdaten.
2. Minimierung der regularisierten Fehlerfunktion ohne Rauschen.
3. Minimierung ohne Rauschen mit anschließender Korrektur der Gewichte.

Grob anschaulich gesprochen: Für weißes Rauschen ist die Eingangs-Korrelationsmatrix $\mathbf{R}$ diagonal (Widrow & Stearns 1985). Wenn dieses Rauschen additiv ist, wirkt es ähnlich wie die Regularisierung $\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I}$.

Für die enge Beziehung zwischen Kosten- oder Fehlerfunktionen und stochastischen Prozessen sei auf die zitierte Literatur verwiesen. Jedem Regularisierer entspricht ein implizites Rauschmodell. Über die Problematik solcher a-priori Annahmen schreiben Aström und Eykhoff (1971): „...some methods might be very sensitive to the *a priori* assumptions. [...] A typical example is the assumption that the measurement errors have a known covariance function. It is, of course, highly unnatural from a practical point of view to assume that we have an unknown model but that the residuals of this unknown model have known statistics.“ Sie finden es „highly desirable to have techniques which are flexible with respect to *a priori* assumptions.“

A.5. Perzeptron vs Regression: Standardmodell und Σ -Exchange

Da die Lagrange-Funktion und damit auch die Bewegungsgleichungen eines Gliedmaßensystems linear in den Systemparametern sind, bot sich in Kap. 3 eine lineare Regression als „neuronales Netz“ an, welches eine Repräsentation der inversen Dynamik erlernt. In der Mustererkennung sind aber neben der Regression und der Pseudoinversen noch andere Netzwerke und „Neuronen“ in Gebrauch, die sich vor allem dadurch unterscheiden, an welcher Stelle die Nichtlinearität angesetzt wird: vor oder hinter einer gewichteten Summation. Diese Linearkombination eines Eingangsvektors mit einem Parametervektor aus „synaptischen Gewichten“ ist ein Grundbaustein neuronaler Netze, der je nach Community linearer *Kombinierer* oder *Assoziator* genannt wird. Hunt et al. (1992) kristallisieren in ihrem Übersichtsartikel folgendes *Standardmodell* eines Neurons heraus, das viele bekannte Modelle beinhaltet (vgl. Widrow & Lehr 1990). Es besteht aus drei Komponenten:

1. einer gewichteten Summation: linearer Kombinierer oder Assoziator,
2. einer linearen Dynamik: lineares SISO-System (single input single output), und
3. einer statischen Nichtlinearität: z.B. Sigmoidale oder Gaußglocke.

Die lineare Dynamik unter Punkt 2 entfällt häufig und wird im folgenden nicht weiter betrachtet. In diesem Falle wird die statische Nichtlinearität (etwa eine Sigmoidale s) direkt vom Skalarprodukt zwischen einem Eingangsmuster $\mathbf{x}$ und Gewichtsvektor $\mathbf{w}$ genommen. Ein solches Perzeptron-Neuron ist in Bild A2 dargestellt. Die lineare Regression, d.h. die Ausgangsschicht des Netzes aus Bild 12, wird dem in Bild A3 gegenübergestellt.

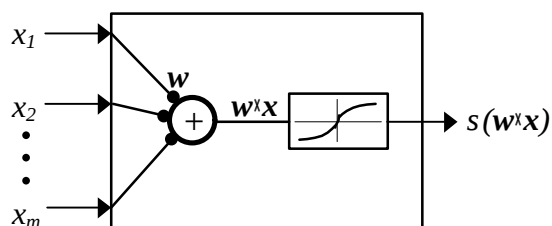


Bild A2 Perzeptron: Standardneuron

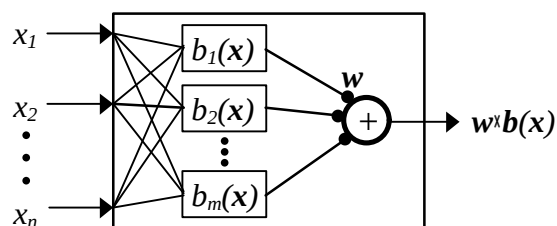


Bild A3 Lineare Regression

Aus Neuronen wie in Bild A2 mit meist sigmoider Nichtlinearität werden neuronale Netzwerke zusammengebaut, die als verallgemeinertes *Perzeptron* bezeichnet werden können.²⁵ Die statische Nichtlinearität des Perzeptrons verhindert zunächst die Anwendung der einfachen linearen Regression bzw. der LSE-Regel. Die Wahl der Modellstruktur hat demnach großen Einfluß auf den zur Lösung eines bestimmten Problems nötigen Aufwand. Die *Linearität in den Parametern* einer Modellstruktur ist eine nützliche Eigenschaft, die den Lernvorgang erheblich vereinfacht. Es ist also immer lohnenswert, nach Koordinatentransformationen zu suchen, die eine nichtlineare in eine lineare Regression verwandeln (Aström & Eykhoff 1971). Ein Beispiel für eine solche Transformation bei *rekurrenten* Netzen ist Grossberg's *SS-Exchange* (Grossberg 1988): *Eine nichtlineare Funktion S einer Summe kann in eine Summe nichtlinearer Funktionen transformiert werden.* Als einfaches Beispiel werden die folgenden beiden rekurrenten Netze betrachtet:

$$\text{Perzeptron:} \quad dx/dt = -x + s(w^*x) \quad (\text{A12})$$

$$\text{Regression:} \quad dx/dt = -x + w^*b(x) \quad (\text{A13})$$

Durch eine Koordinatentransformation der Form $y = w^*x$ wird das Perzeptron (A12) per $S\Sigma$ -Exchange in eine Regression vom Typ (A13) umgewandelt, wobei sich $b_i = s$ ergibt für alle i . Im Bereich *rekurrenter* Netze ist also der Unterschied zwischen herkömmlichen, perzeptronartigen neuronalen Netzen und konventionellen, regressiven Approximations- und Identifikationsmethoden geringer, wenn Nichtlinearität und Linearkombination durch $S\Sigma$ -Exchange vertauschbar sind:

Modellstruktur	Nichtlinearität	typische Anwendung
Perzeptron	einheitlich: s	Mustererkennung
Regression	verschieden: b_i	Sensumotorik

A.6. Universelle vs beste Approximation: Universalität der Polynome

Am populärsten unter den neuronalen Netzen waren lange Zeit die Rumelhart-Hinton-Williams-Netze, d.h. perzeptronartige Multilayer-Feedforward-Netze vom Backpropagation-Typ (z.B. Rumelhart et al. 1986, Rojas 1996). Diese Netzwerke sind "universelle Approximatoren", die unter schwachen mathematischen Voraussetzungen beliebige stetige Abbildungen beliebig genau repräsentieren können, vorausgesetzt, daß eine hinreichend große Anzahl von Neuronen verfügbar ist (Cybenko 1989, Funahashi 1989, Hornik et al. 1989, Stinchcombe & White 1989). In jüngster Zeit werden Abschätzungen gefunden darüber, wieviele Neuronen für eine vorgegebene Genauigkeit erforderlich sind (z.B. Brause

²⁵ Die Bezeichnungsweisen in der Literatur sind hier uneinheitlich.

1993). Vom Standpunkt der Approximationstheorie (Cheney 1982) noch interessanter ist die Existenz, Eindeutigkeit und Berechenbarkeit der *besten* Approximation bei *vorgegebener* Neuronenzahl. Die Existenz einer besten Approximation bedeutet die Existenz einer Funktion mit minimalem Abstand von der zu approximierenden Funktion innerhalb der Menge von Funktionen, die eine Modellstruktur darstellen kann. Ein Lernalgorithmus ist in diesem Sinne die Suche nach einer solchen besten Approximation. Sigmoid-Netze haben nicht die Eigenschaft, eine beste Approximation zu besitzen (Girosi & Poggio 1990). Dies ist jedoch nach Poggio und Girosi (1990) die Schlüsseleigenschaft neuronaler Netze. Der Gebrauch von radialen Basisfunktionen z.B. garantiert diese Eigenschaft.²⁶ Aus der Sicht der Approximationstheorie sind also zwei Eigenschaften besonders relevant, die ein Approximationsschema haben kann: die *universelle Approximation* die *beste Approximation*.

Wray und Green (1995) argumentieren aus praktischer Sicht gegen *beide* Konzepte, universelle *und* beste Approximation, und für die Universalität der Polynome: Obwohl die Existenzbeweise der Approximationstheorie zwar hochinteressante theoretische Ergebnisse sind, werden sie irrelevant, wenn die prinzipiell begrenzte numerische Präzision von Computern in Betracht gezogen wird. Wenn nämlich die (beliebigen) Basisfunktionen eines Netzes, etwa Sigmoide oder Radiale Basisfunktionen, von einem Computer berechnet werden, geschieht dies in der Regel durch polynomiale Approximationen. Jede Basisfunktion wird also in der Praxis durch ein äquivalentes Polynom repräsentiert. Der Output des ganzen Netzes ist seinerseits ein umfangreicheres äquivalentes Polynom in diesem Sinne. So gesehen können neuronale Netze immer auch als polynomiale Approximatoren angesehen werden. Durch eine Analyse der Umparametrisierung, die ein beliebiges Funktionennetz mit seinem äquivalenten Polynom verknüpft, zeigen Wray und Green (1995), daß – ganz unabhängig von der Trainingsmethode – die Ordnung dieses Polynoms beschränkt ist, d.h. nur eine begrenzte Anzahl von Parametern wirklich *einstellbar* ist. Die Veränderungen der Koeffizienten höherer Potenzen – durch welchen Trainingsalgorithmus auch immer – wären kleiner als die numerische Genauigkeit des Computers. Die Terme höherer Ordnung, die prinzipiell nicht verändert werden können, werden als *modellinduziertes Rauschen* bezeichnet. Neuronale Netze, die auf Computern implementiert werden, produzieren demnach aus grundsätzlichen Gründen nur eine Approximation endlicher Ordnung an die Trainingsdaten und sind deshalb nicht zu *universellen* Approximationen fähig. Auch eine Erhöhung der Zahl der Basisfunktionen um mehr als 10 Größenordnungen hat nur einen kleinen Effekt auf die maximal manipulierbare Ordnung des äquivalenten Polynoms (ibid.). Ebenso kann die Verwendung einer Summe von Approximationen niedrigerer Ordnung an die Daten das grundsätzliche Problem nicht lösen: Im allgemeinen ist die Zahl der Datenpunkte sehr viel größer als die Zahl der Basisfunktionen bzw. hidden nodes, so daß ein Trade-Off zwischen lokaler und globaler Approximation nötig wird und die numerischen Beschränkungen nach wie vor ein Problem darstellen.

Die Eigenschaft der universellen Approximation geht also in der Praxis verloren, und auch die Eigenschaft der besten Approximation verliert an Bedeutung, weil der Unterschied, ob diese Eigenschaft vorliegt oder nicht, infinitesimal sein kann, d.h. ebenfalls nicht auflösbar mit endlicher Rechengenauigkeit. Neuronale Netze mit oder ohne die Eigenschaft der besten Approximation sind demnach in der Praxis ununterscheidbar im Hinblick auf diese Eigenschaft. Die Existenz einer besten Approximation ist infolgedessen als Kriterium un-

²⁶ Radiale Basisfunktionen können als Erweiterung der „lookup tables“ aufgefaßt werden und eignen sich besonders zur Modellierung von rezeptiven Feldern (Poggio 1990, vgl. 2.9.1.).

brauchbar beim Vergleich der Approximationsfähigkeiten von neuronalen Netzen oder anderen Approximationstechniken (ibid.). Die Eigenschaften, die nach Wray und Green beim Vergleich verschiedener Methoden stattdessen betrachtet werden sollten, sind die Menge der approximierenden Funktionen, die ein Netzwerk hervorbringen kann und die Fähigkeit des Trainingsalgorithmus, auf eine zu approximierende Funktion hin zu konvergieren, d.h.

- die Größe und Gestalt der Teilmenge der Funktionen eines Funktionenraums, die ein neuronales Netz mit variablen Parametern erzeugen kann (vgl. Poggio & Girosi 1989). Sie wird durch die Netzwerkarchitektur, also z.B. durch die Wahl der Basisfunktionen bestimmt sowie durch die numerische Rechengenauigkeit der Implementation, und
- welche Funktionen in dieser Teilmenge tatsächlich realisiert werden können. Dies ist vom Trainingsalgorithmus und evtl. dessen Startpunkt abhängig (vgl. Ljung 1987).

A.7. Optimierung vs Korrelation: Error- und Match-Based Learning

Künstliches neuronales Lernen wurde bisher als ein *Optimierungsprozeß* aufgefaßt, der auf die Minimierung eines Kriteriums in Abhängigkeit von den Gewichten abzielt (vgl. 3.4., A.2.). Die *Optimierung* oder Adaptation konnte als Hinabgleiten auf einer Fehlerfläche gedeutet werden, die über dem Parameterraum schwebt. Die Gegenposition hierzu ist: Neuronales Lernen beruht auf *Korrelationen*. Diese Position geht auf Hebb (1949) zurück und hat sich relativ unabhängig entwickelt. Hebb's Idee war, daß zwei gleichzeitig aktive Neuronen eine stärkere Verbindung eingehen, als Neuronen, deren Aktivität unkorreliert ist. Die von Grossberg und seinen MitarbeiterInnen (z.B. seiner Frau Gail Carpenter) verwendeten LTM-Mechanismen (z.B. Carpenter & Grossberg 1987, Grossberg 1988) arbeiten mit Zeitmittelwerten des Produkts von prä- und postsynaptischen Aktivitäten, also mit Hebb'schem Lernen, welches durch einen passiven Decay-Term modifiziert und dadurch stabilisiert wird. Ein Muster wird hierbei nur verändert, wenn gewisse Aspekte der Umwelt zu internen Erwartungen passen (vgl. 4.4.-5.). Carpenter und Grossberg (1995) unterscheiden ein solches korrelationsbasiertes Lernen (*match-based*) von fehlerbasiertem Lernen (*error-based*) und sehen darin ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal zwischen Sensumotorik und Mustererkennung:

Lernprozeß	Lernen in	Lernen durch	typische Anwendung
<i>match-based</i>	Matching-Phase	Korrelation	Mustererkennung
<i>error-based</i>	Mismatch-Phase	Korrektur	Sensumotorik

Da effektiv nur in einer approximativen Matchingphase, d.h. bei hinreichender Resonanz, gelernt wird, sind ART-Netze robust gegen Rauschen (Grossberg 1988). Im Gegensatz dazu lernen Backprop-Netze in der Mismatchphase. Wenn aber Rauschen am Eingang den Lehrer aktivieren kann, droht die „Rauschkatastrophe“, d.h. alle LTM-Gewichte können unkontrolliert verändert werden, es sei denn, der Lernvorgang ist *extrem* langsam (ibid.).

Im folgenden wird das Verhältnis zwischen Korrektur- und Korrelationslernen als grundlegenden Lernstrategien genauer untersucht. Es wird gezeigt, daß auch fehlerbasiertes Lernen mit Korrelationen gedeutet werden kann, und andererseits Korrelationslernen auch als Optimierungsprozeß (vgl. Ljung 1987).

Zunächst wird fehlerbasiertes Lernen am Beispiel der LSE-Regel untersucht. Die LSE-Regel kann mit den Matrizen $\mathbf{R} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ und $\mathbf{P} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Z}$ auf Gleichung (27) gebracht werden (vgl. 3.6.):

$$\mathbf{W}^T = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} \quad (27)$$

Die Matrizen $\mathbf{R}$ und $\mathbf{P}$ in (27) haben eine einfache statistische Deutung als Eingangs-Autokorrelationsmatrix bzw. Kreuzkorrelationsmatrix zwischen Eingang und dem gewünschten Ausgang des Netzes oder einer bestimmten Schicht (Aström & Eykhoff 1971, Widrow & Stearns 1985). In Abschnitt 3.3. wird der Eingang von den Regressoren $\mathbf{b}$ bzw. $\mathbf{Y}$, d.h. im wesentlichen aus den Afferenzen gebildet und der gewünschte Ausgang durch die zu imitierenden Efferenzen $\mathbf{Q}$ in der Matrix $\mathbf{Z}$:

<i>Regressionsmatrix</i>	$\mathbf{R} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$	<i>Autokorrelationsmatrix</i>	zwischen Afferenz und Afferenz
<i>Progressionsmatrix</i>	$\mathbf{P} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Z}$	<i>Kreuzkorrelationsmatrix</i>	zwischen Afferenz und Efferenz

Der Ausgangsvektor $\mathbf{Q}$ aus Kap. 3 sei hier in $\mathbf{z}$ umbenannt: $\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{z}$. Wir deuten den linearen Kombinerer nun als linearen Assoziator, d.h. als Assoziativspeicher, der $\mathbf{b}$ mit $\mathbf{z}$ assoziieren soll. In Verbindung mit den Gleichungen (29), (30) und (35c) definieren wir hierfür folgende Differenzen (vgl. 3.6.):

$$D\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{Q}_{ff}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{W}(t) \mathbf{b}(t) \quad (A14)$$

$$D\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}(t) - \mathbf{W}(t-1) \quad (A15)$$

$$D\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}(t) - \mathbf{R}(t-1) = \mathbf{b} \mathbf{b}^T \quad (A16)$$

$$D\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t-1) = \mathbf{b} \mathbf{z}^T \quad (A17)$$

Mit diesen Definitionen kann die *RLS-Regel* (34) mit Korrelationen ausgedrückt werden:

$$D\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{b}(t) D\mathbf{z}^T(t) = \mathbf{R}^{-1}(t) [D\mathbf{P}(t) - D\mathbf{R}(t) \mathbf{W}^T(t-1)] \quad (A18)$$

Andererseits lautet die *Hebb-Regel* in diesen Bezeichnungsweisen

$$D\mathbf{W}^T(t) = \mathbf{b}(t) \mathbf{z}^T(t) = D\mathbf{P}(t) \quad (A19)$$

Die Hebb-Regel (A19) beruht also auf Korrelationen zwischen Eingang und Ausgang, die RLS-Regel (A18) zusätzlich auf Autokorrelationen des Eingangsmusters. Die einschrüttige Hebb-Regel wählt die Gewichtsmatrix direkt als Korrelationsmatrix:

$$\text{Hebb-Regel:} \quad \mathbf{W}^T = \mathbf{Y}^T \mathbf{Z} = \mathbf{P} \quad (A20)$$

Bei stark korrelierten Eingabevektoren liefert die Hebb-Regel weniger gute Ergebnisse. In diesem Fall kann man statt $\mathbf{Y}^T$ die Pseudoinverse $\mathbf{Y}^+$ verwenden (Rojas 1996):

$$\text{Pseudoinverse:} \quad \mathbf{W}^T = \mathbf{Y}^+ \mathbf{Z} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} \quad (A21)$$

Mit dieser Modifikation ist die Hebb-Regel auf die LSE-Regel (27) und damit auf eine Optimierungsaufgabe zurückführbar (vgl. 3.4., A.2.). Eine andere Modifikation der Hebb-Regel geht von der Beobachtung aus, daß sie in der ursprünglichen Form (A19) zunächst instabil ist und durch einen Decay-Term stabilisiert werden muß (Carpenter & Grossberg 1987, Freeman & Skapura 1991). Zur Vereinfachung sei nur ein skalar Ausgang z betrachtet, d.h. ein Neuron $z = \mathbf{w} \cdot \mathbf{b}$, und die Abklingkonstante sei gleich Eins:

$$D\mathbf{w} = \mathbf{b} z - \mathbf{w} \quad (A22)$$

Dieser modifizierten, d.h. stabilisierten Hebb-Regel wird beispielhaft der *Gradientenabstieg* (LMS-Regel), das gemeinsame „Haustier“ aller „adaptiven“ Communities, als klassische Optimierungsregel gegenübergestellt. Sei zunächst

$$e = \sum_j \left(\sum_i w_i b_i^j - z^j \right) \quad (\text{A23})$$

der Fehler, den das Netz macht, wobei die äußere Summation über alle Trainingspunkte j (Datensamples) geht (vgl. 3.3., A.2.-3.). Die einfachste Wahl eines Kriteriums, das es zu minimieren gilt, ist der quadratische Fehler, d.h.

$$V = \frac{1}{2} e^2 \quad (\text{A24})$$

Für einen Gradientenabstieg bezüglich der Parameter $\mathbf{w}$ kommt mit $m = 1$:

$$D\mathbf{w} = -\tilde{N} V = -\mathbf{b}e \quad (\text{A25})$$

Das Kriterium (A24) ist eine Ljapunov-Funktion der LMS-Regel (A25), da dessen totale Zeitableitung bezüglich der Gewichte längs Lösungen von (A25) wegen $\mathbf{b}^T \mathbf{b} = \text{spur}[\mathbf{R}] \geq 0$ stets negativ oder Null ist:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\nabla V}{\nabla e} \frac{\nabla e}{\nabla \mathbf{w}} \frac{\nabla \mathbf{w}}{\nabla t} = -\text{spur}[\mathbf{R}] \cdot e^2 \leq 0 \quad (\text{A26})$$

Nun läßt sich auch für das Korrelationslernen (A22) eine Ljapunov-Funktion V angeben und damit ein Kriterium, welches im Laufe des Lernprozesses minimiert wird. Wird der Fehler des Netzes alternativ als

$$e = \sum_j \left(\sum_i (w_i - b_i^j z^j) \right) \quad (\text{A27})$$

definiert, so ist das gleiche Kriterium (A24) Ljapunov-Funktion für die Lernregel (A22), denn es gilt in Analogie zu (A26)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\nabla V}{\nabla e} \frac{\nabla e}{\nabla \mathbf{w}} \frac{\nabla \mathbf{w}}{\nabla t} = -e^2 \leq 0 \quad (\text{A28})$$

Für beide Lernregeln (A22) bzw. (A25) ist damit Ljapunov-Stabilität gezeigt. Nur die Definition des zu minimierenden Fehlers ist unterschiedlich:

Lernstrategie	Beispiel	Lernregel	Fehler	Kriterium
Optimierung	LMS-Regel	$Dw_i = -b_i e$	$e = \sum (w_i b_i - z)$	$V = \frac{1}{2} e^2$
Korrelation	Hebb-Regel	$Dw_i = -e$	$e = \sum (w_i - b_i z)$	$V = \frac{1}{2} e^2$

Beide Lernregeln lassen sich also aus einem Kriterium vom gleichen Typ herleiten, minimieren also beide einen Fehler. Man kann sich demnach jeweils ein zu optimierendes Kriterium als einer Lernregel zugrundeliegend denken, ohne daß dies jedoch zwangsläufig ist. Es ist eine Standpunktfrage, ob man von Kriterien ausgeht, um Lernregeln zu finden, oder ob man Lernregeln ad hoc oder physiologisch motiviert einführt und im Nachhinein ein Kriterium dafür sucht.

Fazit: Lernen entweder durch Korrelation oder Optimierung ist als Unterscheidungsmerkmal zwischen Sensumotorik und Mustererkennung ungeeignet. Auf der einen Seite kann korrektur- oder fehlerbasiertes Lernen auch als Korrelationslernen aufgefaßt werden (Ljung 1987). Andererseits kann ein (stabilisiertes) Hebb'sches Lernen ebenfalls als Optimierungsprozeß angesehen werden.

Die Wurzeln der fehlerbasierten Lernregeln für neuronale Netze liegen in Kalman-Filtern (z.B. Aström & Eykhoff 1971) und Wiener-Filtern (z.B. Haykin 1995). Verschiedene Weiterentwicklungen der korrelationsorientierten Hebb-Regel werden z.B. von Sutton und Barto (1981), Wasserman (1989) und von Hecht-Nielsen (1990) angegeben und diskutiert.

A.8. Überblick über Lernregeln für neuronale Netze

In letzter Zeit gibt es viele Veröffentlichungen zum Thema Systemidentifikation und/oder Regelung mit neuronalen Netzen (z.B. Kawato et al. 1987; Miyamoto et al. 1988; Atkeson & Reinkensmeyer 1988; Jordan 1988; Guez & Selinsky 1988; Ritter, Martinez & Schulten 1989; Narendra & Parthasarathy 1990; Miller, Sutton & Werbos 1990; Yabuta & Yamada 1990; Daunicht 1991; Polycarpou & Ioannou 1991; White & Sofge 1992; Bekey & Goldberg 1993; Gorinevsky 1993; Zomaya & Nabhan 1993; Narendra & Mukhopadhyay 1994; Arbib 1995; Reuter 1995; Darlot et al. 1996; Jagannathan & Lewis 1996; Stroeve 1996; van der Smagt et al. 1996; Rojas 1996).

Eine große Anzahl von Approximations- und Regularisierungstechniken kann als neuronales Netz mit einer adaptiven versteckten Schicht wie in Bild 12 geschrieben werden. Mussa-Ivaldi (1992) erweitert die Regularisierungstheorie auf Basis-Felder, mit denen beliebige Vektorfelder approximiert werden können. Diese Arbeiten zeigen, daß die Theorie neuronaler Netze m.E. als Zweig der Approximations- und Regularisierungstheorie aufgefaßt werden kann. Einen aktuellen Überblick über Methoden und Literatur hierzu bieten Girosi, Jones und Poggio (1995). Ihre Methoden wurden bisher vor allem auf visuelle Wahrnehmungsvorgänge und auf motorische high-level Aufgaben (z.B. Hindernisvermeidung) angewendet, nicht aber auf das Erlernen einer inversen Dynamik.

Sjöberg, Hjalmarsson und Ljung (1994) und Sjöberg et al. (1995) geben ebenfalls einen vereinheitlichenden Überblick über die Gebiete Systemidentifikation und neuronale Netze sowie Fuzzy-Modellierung. Bereits Anfang der Siebziger wurden enge Verbindungen zwischen Identifikations- und Approximationstheorie festgestellt (Aström & Eykhoff 1971). Doch die gegenseitige Zuerkennung hält sich auch heute noch in Grenzen. Zusammenfassend sind Feedforward-Netze äquivalent zu

- *Regularisierungsalgorithmen* und Regularisierungsnetzen in der Approximationstheorie (Poggio & Girosi 1989, Poggio & Girosi 1990, Girosi & Poggio 1990, Girosi, Jones & Poggio 1995),
- *Nichtlineare Black-Box Modellierung* in der Systemidentifikation (Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994, Sjöberg et al. 1995) und zur
- *Fuzzy-Modellierung* als spezielle Wahl der Basisfunktionen (Sjöberg et al. 1995).

Trainingsalgorithmen für neuronale Netzwerke können zunächst nach folgenden Merkmalen unterschieden werden:

- Fehlerfläche quadratisch oder nicht
- Gradient geschätzt oder exakt
- lineare oder nichtlineare Regression (z.B. Perzeptron)
- wieviel Information über die zweite Ableitung (Hesse-Matrix)
- Training erfolgt on-line oder off-line
- iterative Suche oder analytische Lösung (1-Schritt-Konvergenz, „one-shot“)
- Zahl der Schichten mit variablen Gewichten

Diese Merkmale sind nicht völlig unabhängig. Wir betrachten der Einfachheit halber ein Netz wie in Bild 12 mit linearer Regression und bekanntem Gradienten einer quadratischen Fehlerfläche und stellen von den off-line Trainingsalgorithmen die „reinen“ Fälle zusammen, die entweder sämtliche oder gar keine Information zweiter Ordnung über die Fehlerfläche nutzen. Von und zwischen diesen „reinen Fällen“ gibt es viele Variationen, die sich u.a. durch unterschiedliche Herkunft bzw. Approximationen des Gradienten oder der Hesse'schen unterscheiden, oder auch durch eine Normierung. Diese Unterschiede werden hier vereinfachend ignoriert, obschon sie in der Praxis große Bedeutung haben können. Im Überblick kann man folgende Lernregeln unterscheiden (vgl. Hecht-Nielsen 1990):

Trainingsalgorithmus	Lernregel	weiterführende Literatur
Moore-Penrose (LSE)	$W = Y^+ Y$	Penrose 1955 & 1956, Ljung 1987
Wiener-Hopf	$W = R^{-1} P$	Wiener 1949, Widrow & Lehr 1990
Tikhonov-Arsenin	$W = (R + I I)^{-1} P$	Girosi, Jones & Poggio 1995
Hebb-Grossberg	$DW = DP = b^T z$	Grossberg 1988, Rojas 1996
Kalman-Albert (RLS)	$DW = -R^{-1} b \cdot e$	Ljung 1987, Haykin 1991 & 1995
Widrow-Hoff (LMS)	$DW = -m \cdot \tilde{N} V = -\mu \cdot b \cdot e$	Widrow & Stearns 1985
Gauß-Newton	$DW = -m \cdot R^{-1} \tilde{N} V$	Sjöberg, Hjalmarsson & Ljung 1994
Levenberg-Marquardt	$DW = -m \cdot (R + I I)^{-1} \tilde{N} V$	Marquardt 1963, Sjöberg et al. 1995

Die ersten beiden Lernregeln sind gemäß (A4) identisch. Die Widrow-Hoff-Regel auf mehrschichtige Netze angewendet ergibt den Backpropagation-Algorithmus (z.B. Rumelhart, Hinton & Williams 1986), der inzwischen auch auf die zweite Ordnung erweitert wurde (Bishop 1992, vgl. A.3.). Die letzten drei iterativen Lernverfahren sind auch anwendbar, wenn der Gradient geschätzt werden muß und/oder die Fehlerfläche nicht quadratisch ist. Einen Gradientenabstieg mit 1-Schritt-Konvergenz kann es offenbar nur geben, wenn die Hesse-Matrix die Identitätsmatrix ist, d.h. $R = I$. Wenn sie zumindest diagonal ist, kann man sich durch diese Entkopplung die aufwendige Invertierung der Hesse-Matrix sparen. Dies ist für orthogonale Basisfunktionen in einer linearen Regression der Fall (van der Smagt 1994; vgl. A.10.). Die folgende Tabelle stellt die wichtigsten Lernregeln unter den Gesichtspunkten der Konvergenz und Komplexität zusammen:

	Gradient	Hesse-Matrix	Regularisierung
one-shot	$R = V'V = I$	Wiener-Hopf	Tikhonov-Arsenin
iterativ	Widrow-Hoff	Gauß-Newton	Levenberg-Marquardt

A.9. Kolmogorov-Theorem und Kolmogorov-Netze

Die genauere Untersuchung eines möglichen Übergangs vom Reafferenzprinzip zur adaptiven Resonanztheorie im Zusammenhang mit Cohen-Grossberg-Netzwerken führte am Satz von Kolmogorov vorbei (vgl. 4.6.). Hier gab es in jüngster Zeit eine hochinteressante Diskussion in der Literatur über die Relevanz dieses Satzes im Hinblick auf neuronale Netze, ausgelöst von de Figueiredo (1980) und Hecht-Nielsen (1990). Die Diskussion wurde kontrovers geführt:

- Einerseits: „Kolmogorov's theorem is irrelevant“ (Poggio & Girosi 1989, Girosi & Poggio 1989, Lin & Unbehauen 1993).
- Andererseits: „Kolmogorov's theorem ist relevant“ (Kurková 1991, 1992 & 1995, Sprecher 1993).

Kolmogorov (1957) bewies die Repräsentierbarkeit einer beliebigen stetigen Funktion f von n Variablen für $n \geq 2$ durch Verschachtelung und Summation von $2n^2 + 3n + 1$ stetigen Funktionen j_q und y_{pq} von nur einer Variablen:

$$\text{Kolmogorov-Theorem:} \quad f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} j_q \left[\sum_{p=1}^n y_{pq}(x_p) \right] \quad (\text{A29})$$

Mit diesem Theorem widerlegte Kolmogorov Hilbert's als Vermutung formuliertes 13. von seinen berühmten 23 offenen mathematischen Problemen, die er im Jahre 1900 auf dem 2. Internationalen Kongreß über Mathematik in Paris präsentierte. Die Hoffnungen, die es im Hinblick auf neuronale Netze weckte, stützten sich vor allem auf folgende Vorteile dieses Theorems:

1. Die Kolmogorov-Formel gilt *exakt*.
2. Der *Fluch der Dimensionen* ist überwunden.

Um eine Funktion in n Variablen darzustellen, sind mit den j_q und y_{pq} nur von der Ordnung n^2 Basisfunktionen nötig, wodurch der Fluch der Dimensionen umgangen und damit das allgemeine Lernproblem traktabel würde. Das Superpositionstheorem von Kolmogorov ist jedoch zunächst nur ein Existenzbeweis; und über die eindimensionalen Funktionen j_q und y_{pq} weiß man i.a. wenig, sie sind keine bekannten oder bei neuronalen Netzwerken gebräuchlichen Funktionen. Girosi und Poggio (1989) kritisieren Kolmogorov-Netze aus zwei Gründen:

1. Die y_{pq} sind zwar stetig, i.a. aber hochgradig nicht glatt mit fraktalen Graphen.
2. Die j_q hängen vom speziellen j ab und sind deswegen nicht parametrisierbar.

Ersetzt man das Gleichheitszeichen im Kolmogorov-Theorem durch eine Approximation, lassen sich beide Schwierigkeiten überwinden: Das *Kurková-Theorem* (Kurková 1991 & 1992) ist eine Approximationsversion des Kolmogorov-Theorems und zeigt, daß alle eindimensionalen Funktionen beliebig genau durch Linearkombinationen und Superpositionen von Sigmoiden approximiert werden können. Kolmogorov-Netze sind also ebenfalls universelle Approximatoren (vgl. A.6.). Für endliche Approximationen kann die Anzahl der „versteckten“ Neuronen (hidden nodes) explizit in Beziehung gebracht werden mit der Genauigkeit der Approximation (Kurková 1992).

Einige Varianten des Satzes von Kolmogorov, die teilweise explizit Konstanten enthalten, sind für die Entwicklung von Kolmogorov-Netzen besonders interessant:

$$\text{Kolmogorov (1957)} \quad f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} j_q \left[\sum_{p=1}^n y_{pq}(x_p) \right] \quad (\text{A29a})$$

$$\text{Sprecher (1965)} \quad f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} j_q \left[\sum_{p=1}^n w_{pq} y(x_p + qa) + q \right] \quad (\text{A29b})$$

$$\text{Kurková (1991)} \quad f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} j_q \left[\sum_{p=1}^n w_{pq} y_q(x_p) \right] \quad (\text{A29c})$$

$$\text{Sprecher (1993)} \quad f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} j_q \left[\sum_{p=1}^n w_{pq} y(x_p + qa_n) \right] \quad (\text{A29d})$$

Alle diese Varianten des Kolmogorov-Theorems ergeben exakte Repräsentationen von f . Um von der Kurková-Version (A29c) zu einer Approximation überzugehen, läuft die erste Summe weiter bis zu einer Zahl $m \geq 2n+1$. Die Konstante a_n in (A29d) hängt nur von der Dimension n ab. Weitere Literatur findet sich z.B. bei Kurková (1995). Ein erstes grobes Maß für die Komplexität dieser Darstellungen wird durch die Anzahl der benötigten Funktionen und Konstanten gegeben:

	Funktionen	Konstanten
<i>Kolmogorov (1957)</i>	$2n^2 + 3n + 1$	0
<i>Sprecher (1965)</i>	2	$n + 2$
<i>Kurková (1991)</i>	$2n + 2$	$2n^2 + n$
<i>Sprecher (1993)</i>	$2n + 2$	$n + 1$

Für de Figueiredo (1980) überwindet der Satz von Kolmogorov und seine Weiterentwicklungen den *Fluch der Dimensionen*: Idealerweise braucht es lediglich zwei eindimensionale Funktionen, um eine beliebige stetige Funktion f von n Variablen zu repräsentieren (Sprecher 1965). Die *Verkettung* dieser Funktionen und die *Addition* sind die einzigen Operationen, die zur Darstellung von stetigen Funktionen wirklich notwendig sind.

Obwohl Poggio und Girosi (1989) der Anwendung des Kolmogorov-Theorems auf dem Gebiet der neuronalen Netze äußerst skeptisch gegenüberstehen, räumen sie später (Girosi, Jones & Poggio 1995) doch die enormen Vorteile *additiver* Netzwerke und Strukturen ein: Robustheit und Unabhängigkeit. Im Abschnitt „Additive Structure and the Sensory World“ heißt es schließlich: „*There is also a possible meta-argument that we mention here only for the sake of curiosity. It may be argued that humans would not be able to understand the world if it were not additive because of the too-large number of necessary examples (because of high dimensionality of any sensory input such as an image). Thus one may be tempted to conjecture that our sensory world is biased towards an ‘additive structure’.*“ Das Kolmogorov-Theorem und seine Weiterentwicklungen liegen mathematisch gerade am Ende dieses Weges in Richtung „additive Strukturen“.

Sprecher (1965) äußert sich über die von Hilbert im Zusammenhang mit seinem 13. Problem aufgeworfene Frage nach der *Klassifizierbarkeit* von stetigen Funktionen von n Variablen nach ihrer *Repräsentierbarkeit* mit stetigen Funktionen von m Variablen: „It is not yet known how to determine the class, say, of analytic functions of several variables that can be represented as finite superpositions of analytic functions of one variable; similar questions arise for other classes of functions.“

Eine teilweise Antwort auf diese Frage gibt das *Vitushkin-Theorem* von 1954 (Poggio & Girosi 1989): Das Vitushkin-Theorem sagt aus, daß sich nicht alle Funktionen einer gegebenen Differenzierbarkeitsklasse als Superposition mit Funktionen von weniger Variablen derselben Klasse darstellen lassen. Kolmogorov's Theorem zeigt bereits, daß weder die Zahl der Variablen noch die Zahl der Basisfunktionen oder Parameter ausreicht, um die Komplexität einer Funktion adäquat zu beschreiben. Vitushkin arbeitet mit folgender Komplexitätsdefinition für Klassen von Funktionen:

$$\text{Komplexität} = \frac{\text{Variablenzahl}}{(\text{Differenzierbarkeitsklasse} + \text{Lipschitzklasse})} = \frac{\text{Variablenzahl}}{(\text{Glätteindex} + \text{Wachstumsindex})}$$

Nicht alle Funktionen einer gegebenen Komplexität können auf einfache Weise durch Funktionen mit geringerer Komplexität repräsentiert werden. Im Hinblick auf Kolmogorov-Netze bedeutet dies: Was man durch die Reduktion der Zahl der Funktionen gewinnt, fehlt i.a. als Information z.B. über die Funktionen j und y in (A29a-d). Es gilt auch hier ein „Erhaltungssatz der Schwierigkeiten“.

Rojas (1996) diskutiert diese Zusammenhänge aus Sicht der Komplexitätstheorie: Das *allgemeine* Lernproblem für neuronale Netze ist NP-vollständig, d.h. es existiert weder ein in n polynomieller Algorithmus noch kann eine vorgegebene Lösung, z.B. der Vorschlag eines „Orakels“, in polynomieller Zeit überprüft werden. Es müssen also *spezielle* Architekturen untersucht werden, die in polynomieller Zeit trainiert werden können und wo insbesondere nicht jedes Neuron an jedes andere direkt gekoppelt ist. Für eine Reduktion der Lernkomplexität unbedingt notwendig ist also eine *Modularisierung des Lernproblems* mit Begrenzung des Informationsaustauschs zwischen benachbarten Modulen. Nur so kann die kombinatorische Explosion des Lernproblems gebremst werden. Bei neuronalen Netzen führt diese Form der Komplexitätsreduktion auf die typischen Schichtenarchitekturen.

Bei konstanter Variablenzahl, Wachstumsklasse und Rechnerkapazität läßt sich eine „Unschärferelation“ zwischen *Komplexität* und *Genauigkeit* formulieren. Andererseits kann Lernen auch bei konstanter Komplexität erfolgen: Je mehr Variablen, desto höher die (a-priori) Glätteanforderungen. Die „Unschärferelation“ – im Sinne eines Zielkonflikts – zwischen Genauigkeit und Verallgemeinerungsfähigkeit wurde in Abschnitt 3.4. diskutiert.

Wirklich NP-harte Probleme können im Grunde nur mit stochastischen Mitteln angegangen werden. Kovacic (1991) beispielsweise vergleicht sein *Markov-Netz* mit herkömmlichen Methoden der kombinatorischen Optimierung und zeigt dessen Überlegenheit anhand seiner Lösung des Traveling-Salesman-Problems.

A.10. Ausblick: Welchen Nutzen bringen Hermite-Netze ?

Aus vier unterschiedlichen Argumentationsketten in der aktuellen Literatur (Sanger 1991, van der Smagt 1994, Girosi und Poggio 1995, Wray und Green 1995) ergibt sich als Ausblick die Möglichkeit, ein „neuronales“ Approximationsschema aus Hermite-Polynomen aufzubauen (vgl. 5.6.2.):

Einerseits zeigen Girosi und Poggio (1995) in ihrem vereinheitlichenden Artikel, daß zwischen den Approximationsfähigkeiten von Netzen, die aus einem Regularisierungsansatz mit unterschiedlichen Regularisierern stammen, kein großer Unterschied besteht (vgl. A.6.). Bisher wurde für viele Sorten von Basisfunktionen nachgewiesen, daß sie aus einem Regularisierungsansatz herleitbar sind. Jeder Stabilisierer korrespondiert zu einer bestimmten Sorte von Basisfunktionen und zu bestimmten a-priori Annahmen über die zu approximierende Funktion (vgl. A.4.). Sind Hermite Polynome – ggf. durch eine Gauß-Glocke beschränkt wie die Eigenfunktionen des quantenmechanischen harmonischen Oszillators – aus einem Regularisierungsansatz herleitbar und wie sieht ggf. der Regularisierer aus, der auf Hermite-Polynome führt? Welche a-priori Glätteannahmen induzieren Hermite-Polynome?

Andererseits argumentieren Wray und Green (1995) aus praktischer Sicht für die Universalität der Polynome, wenn die prinzipiell begrenzte numerische Präzision von Computern (oder Gehirnen) in Betracht gezogen wird (vgl. A.6.). Auch hier bieten sich Hermite-Polynome an, die doch zudem so unvergleichlich einfache Rekursionsformeln haben und darüberhinaus sogar orthogonal sind. Van der Smagt gibt (1994) einen sehr guten Überblick über Minimierungstechniken von Fehlerfunktionalen, die über den Gradientenabstieg hinaus Informationen zweiter Ordnung verwenden (z.B. Hesse-Matrix). Dabei behandelt er kurz die Frage der orthogonalen Basisfunktionen:

- Einerseits zeigt er die Vorteile orthogonaler Basisfunktionen auf: eine Diagonalisierung der Hesse-Matrix. Die Invertierung der Hesse-Matrix nimmt die weitaus meiste Rechenzeit beim Lernprozeß in Anspruch (vgl. A.2.).
- Andererseits berichtet er, daß orthogonale Basisfunktionen unpraktisch im Gebrauch sind: Für Funktionen von mehreren Variablen ist die Konstruktion von orthonormalen interpolierenden Basisfunktionen oder Splines umständlich und sogar „verboten“, wenn die Daten nicht auf einem Raster liegen. Hierzu gibt van der Smagt jedoch keine weitere Literatur an.

Es bleibt also in der bisher von mir recherchierten Literatur noch unklar, ob diese Schwierigkeiten wirklich so allgemein sind. Was für Splines gilt, muß nicht zwangsläufig für alle Basisfunktionen gelten, z.B. nicht für *globale* Basisfunktionen. Der *Fluch der Dimensionen*, die prinzipiell unabwendbare kombinatorische Explosion, scheint doch in allen Fällen ungefähr dieselbe zu sein, relativ unabhängig von der Wahl der Basisfunktionen. Warum also nicht ein Versuch mit Hermite-Polynomen, die ja aus „normalen“ Polynomen bestehen?

Man stelle sich also ein Netz mit Hermite-Polynomen als Basisfunktionen vor. Das Netz berechnet insgesamt die Funktion $\mathbf{W}\mathbf{H}$ mit dem Vektor $\mathbf{H} = (H_0, H_1, \dots, H_k)$ der ersten $k+1$ Hermite-Polynome (von zunächst nur einer Variablen x) und einem entsprechenden Parametervektor $\mathbf{W}$. Man braucht von den Hermite-Polynomen $H_i(x)$ nur $H_{-1} = 0$ und $H_0 = 1$ vorzugeben; alle weiteren ergeben sich mit Hilfe der Rekursionsformel (Messiah 1976)

$$H_{i+1} = 2xH_i - 2iH_{i-1}$$

Durch diese Rekursion baut sich das „Netz“, d.h. der Vektor $\mathbf{H}$, ab $i = 0$ von selber auf bis z.B. $i = k$, wenn es $k+1$ eindimensionale Basisfunktionen geben soll. Der Ausgang $\mathbf{W}\mathbf{H}$ des Netzes kann also rekursiv berechnet werden, von den allereinfachsten Anfangswerten durch einfache Rechenoperationen. Dies wäre ein „computational approach“ (von Foerster 1981, Hildreth & Hollerbach 1985) in Reinkultur: Nicht einmal die Basisfunktionen müssen vorgegeben oder gespeichert werden.

Im eigentlich interessanten multivariablen Fall, wenn $\mathbf{x}$ ein Vektor ist, müssen nun durch ein Tensorprodukt gemischte Terme gebildet werden, möglichst unter Erhaltung der Orthogonalität. Wenn das geht, hätte man zwar nicht die kombinatorische Explosion verhindert, könnte sich aber die aufwendige Inversion der Hesse-Matrix sparen und hätte doch alle (trivialisierete) Information zweiter Ordnung berücksichtigt.

Obwohl der Fluch der Dimensionen nicht gelöst werden kann, so kann er doch etwas abgemildert werden. Sanger (1991) schlägt für den Fall separabler Basisfunktionen – d.h. Basisfunktionen, die als Produkt von eindimensionalen Funktionen geschrieben werden können, also logarithmiert eine additive Struktur haben – ein baumartig rekursiv wachsendes Netz vor: Ein neuer Unterbaum wächst jeweils an dem Knoten des Netzes mit der größten Parametervarianz. Dieser Algorithmus ist für jede Sorte Basisfunktionen geeignet (Sanger 1991), also auch für Hermite-Polynome. Der Sanger-Algorithmus funktioniert mit Gradientenabstieg und ohne Bezug auf eine etwaige Orthogonalität der Basisfunktionen.

Jede Linearkombination von Hermite-Polynomen kann als Taylorreihe umgeschrieben werden. Dann werden einfach die Parameter entsprechend neu zusammengefaßt. Das Hermite-Polynom H_m kann grob bis zu m Terme haben, die selbst Monome sind. Damit müssen gemischte Terme mit $x_i \cdot x_j$ usw. gebildet werden, z.B. $H_1(x_k) \cdot H_1(x_l)$. Durch die Rekursion wird diese Komplizierung jedoch komplett umgangen, da nicht ausmultipliziert werden muß. Voraussetzung hierfür ist, daß die gemischten Polynome orthogonal bleiben.

Sangers Baum-Algorithmus auf Hermite-Polynome übertragen ergäbe also – falls realisierbar – einen reinen „computational approach“ mit dreifacher Rekursion:

- rekursiver Aufbau eindimensionaler Basisfunktionen (Messiah-Rekursionsformel)
- rekursiver Aufbau zweidimensionaler Basisfunktionen (Sanger-Algorithmus)
- rekursiver Lernvorgang (Rekursive Minimierung)

Wenn das prinzipiell möglich ist, einen Sanger-Baum wachsen zu lassen aus Basisfunktionen, die von vorneherein orthogonal bleiben, hätte man ein Netz mit

- minimalem Speicherbedarf: maximal „computational“
- maximaler Informationsnutzung beim Lernen (ggf. Regularisierung)
- minimalem Programmcode: 3 verschachtelte Schleifen, d.h. Rekursionen

Man müßte die 3 Schleifen dann nur noch geeignet steuern, etwa durch Wachstumsbeschränkungen, Abbruchbedingungen, die auf einer vorgegebenen Präzision beruhen oder ähnliches. Am schönsten wäre es natürlich, wenn man einfach zusätzliche (rekursive) Gleichungen oder Ungleichungen zwischen den 3 Schleifenindizes, der Genauigkeit, der aktuellen Gesamtnetzgröße, der Rechenzeit und ähnlichen Größen finden bzw. vorgeben könnte, um so die entsprechenden Trade-Offs zu handhaben.

Literatur

- Adams J.A. (1971) A closed-loop theory of motor learning. *Journal of Motor Behavior* 3(2), 111-149
- Albert A. (1969) Conditions for Positive and Nonnegative Definiteness in Terms of Pseudoinverses. *SIAM J. Appl. Math.* 17(2), 434-440
- Albert A.: Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse. Academic Press, New York 1972
- Albert A. & Sittler R.W. (1966) A Method for computing Least Squares Estimators that keep up with the Data. *SIAM J. Control* 3(3), 384-417
- Alexander R.McN. (1990) Three Uses for Springs in Legged Locomotion. *Int. J. Robotics Research* 9(2), 53-61
- Anderson J.A., Pellionisz A. & Rosenfeld E.: *Neurocomputing 2. Directions for Research*. MIT-Press, Cambridge, Mass. 1990
- Arbib M.A. (ed.): *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*. MIT Press, Cambridge 1995
- Arbib M.A. & Amari S.I. (1985) Sensori-Motor Transformations in the Brain (with a Critique of Tensor Theory of Cerebellum). *J. theor. Biol.* 112, 123-155
- Arrowsmith D.K. & Place C.M.: *Dynamische Systeme*. Spektrum Verlag, Heidelberg 1994
- Aström K.J. (1995) Adaptive Control: General Methodology. In: Arbib (1995)
- Aström K.J. & Eykhoff P. (1971) System Identification – A Survey. *Automatica* 7, 123-162
- Aström K.J. & Wittenmark B. (1973) On Self Tuning Regulators. *Automatica* 9, 185-199
- Atkeson C.G. (1989) Learning Arm Kinematics and Dynamics. *Ann. Rev. Neurosci.* 12, 157-183
- Atkeson C.G., An C.H. & Hollerbach J.M. (1985) Rigid Body Load Identification for Manipulator. *Proc. of 24th Conf. on Decision and Control*, Ft. Lauderdale
- Atkeson C.G., An C.H. & Hollerbach J.M. (1986) Estimation of Inertial Parameters of Manipulator Loads and Links. *Int. J. of Robotics Research* 5(3), 101-119
- Atkeson C. & Hollerbach J. (1985) Kinematic Features of Unrestrained Vertical Arm Movements. *Journal of Neuroscience* 5, 2318-2330
- Atkeson C.G. & Reinkensmeyer D.J. (1988) Using Associative Content-Adressable Memories to Control Robots. *Proc. of the 27th Conf. on Decision and Control*, Austin, Texas
- Beckmann J.: *Neuronale Netzwerke zur Kontrolle funktioneller elektrischer Stimulation bei Querschnittspatienten*. Dissertation am Neurologischen Therapiezentrum der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Verlag Shaker, Aachen 1994
- Beckmann J., Daunicht W.J. & Hömberg V. (1993) Functional Electrical Stimulation with Neural Network Controlled State Feedback. *Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Networks*, Amsterdam, 13-16.9.93 (ICANN 93)
- Bejczy A.K. (1974) Robot Arm Dynamics and Control. NASA Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, Technical Report 33-669
- Bekey G.A. & Goldberg K.Y. (eds.): *Neural Networks in Robotics*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1993
- Bellomo A. & Inbar G. (1997) Examination of the λ equilibrium point hypothesis when applied to single degree of freedom movements performed with different loads. *Biol. Cybern.* 76, 63-72
- Benaïm M. (1993) The „Off Line Learning Approximation“ in Continuous Time Neural Networks: An Adiabatic Theorem. *Neural Networks* 6, 655-665
- Benati M., Gaglio S., Morasso P., Tagliasco V. & Zaccaria R. (1980) Anthropomorphic Robotics I. Representing Mechanical Complexity, II. Analysis of Manipulator Dynamics and the Output Motor Impedance. *Biol. Cybern.* 38, 125-150
- Ben-Israel A. & Charnes A. (1963) Contributions to the theory of generalized inverses. *SIAM J. Appl. Math.* 11(3), 667-699
- Berns K. & Fiegert M. (1991) Laufmaschinen: von der Fiktion zur Realität. *Technische Rundschau* 46, 42-51
- Bernstein N.A.: *The Coordination and Regulation of Movements*. Pergamon, Oxford 1967

- Bessenrodt R.: Zur Geschichte grundlegender Ideen der Statistischen Physik. Institut für Theoretische Physik I, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf 1987
- Bessenrodt R.: Was sind und was leisten Symmetrien von Differentialgleichungen? Band 1: Liesche und ultra-Liesche Symmetrien gewöhnlicher Differentialgleichungen: Invarianz der Systeme mit endlich vielen Freiheitsgraden, speziell mechanischer Bewegungsgleichungen. Institut für Theoretische Physik I, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf 1994
- Bessenrodt R.: Supersymmetrie in der Quantenmechanik. Institut für Theoretische Physik I, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf 1999
- Billings S.A. & Fung C.F. (1995) Recurrent Radial Basis Function Networks for Adaptive Noise Cancellation. *Neural Networks* 8(2), 273-290
- Bishop C.M. (1992) Exact Calculation of the Hessian Matrix for the Multilayer Perceptron. *Neural Computation* 4, 494-501
- Bishop C.M. (1995) Training with Noise is Equivalent to Tikhonov Regularization. *Neural Computation* 7, 108-116
- Bizzi E., Accornero N., Chapple W. & Hogan N. (1984) Posture control and trajectory formation during arm movement. *J. Neuroscience* 4, 2738-2745
- Bizzi E., Morasso P. & Polit A. (1978) Effect of Load Disturbances During Centrally Initiated Movements. *J. of Neuroscience* 41 (3), 542-556
- Brady M., Hollerbach J.M., Johnson T.L., Lozano-Perez T. & Mason M.T. (eds.): *Robot Motion: Planning and Control*. Cambridge, Mass.: MIT Press 1982
- Brause R.W. (1993) The Error-Bounded Descriptive Complexity of Approximation Networks. *Neural Networks* 6, 177-187
- Bresler B. & Frankel J.P. (1950) The forces and moments in the leg during level walking. *Trans. ASME* 72, 27-36
- Bronstein I.N. & Semendjajew K.A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Thun u. Frankfurt/M: Harri Deutsch 1986
- Brown G.S.: *Laws of Form*. Julian Press, New York 1972
- Bullock D. & Grossberg S. (1988) Neural Dynamics of Planned Arm Movements: Emergent Invariants and Speed-Accuracy Properties During Trajectory Formation. *Psychological Review* 95(1), 49-90
- Carling A.: *Introducing Neural Networks*. Sigma Press, UK, Wilmslow 1992
- Carpenter G.A. & Grossberg S. (1987) ART 2: Self-organization of stable category recognition codes for analog input patterns. *Applied Optics* 26, 4919-4930
- Carpenter G.A. & Grossberg S. (1995) Adaptive Resonance Theory (ART). In: Arbib (1995)
- Chandrasekhar S. (1943) Stochastic Problems in Physics and Astronomy. *Rev. Mod. Phys.* 15, 1-89
- Chao E.Y. & Rim K. (1973) Application of optimization principles in determining the applied moments in human leg joints during gait. *J. Biomechanics* 6, 479-510
- Chen B.R., Hines M.J. & Hemani H. (1986) Dynamic modeling for implementation of a right turn in bipedal walking. *J. Biomechanics* 19(3), 195-206
- Cheney E.: *Introduction to approximation theory*. Chelsea Publishing Company, New York 1982
- Chow C.K. & Jacobson D.H. (1971) Studies of Human Locomotion via optimal Programming. *Mathematical Biosciences* 10, 239-306
- Chow C.K. & Jacobson D.H. (1972) Further Studies of Human Locomotion: Postural Stability and Control. *Mathematical Biosciences* 15, 93-108
- Cohen M.A. (1992) The Construction of Arbitrary Stable Dynamics in Nonlinear Neural Networks. *Neural Networks* 5, 83-103
- Cohen M.A. & Grossberg S. (1983) Absolute stability of global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks. *IEEE Transactions SMC-13*, 815-826
- Constales D. (1998) A Closed Formula for the Moore-Penrose Generalized Inverse of a Complex Matrix of Given Rank. *Acta Math. Hungar.* 80 (1-2), 83-88
- Cordes S., Berns K. & Dillmann R. (1993) Steuerungsarchitektur der sechsbeinigen Laufmaschine LAURON. In: *Autonome Mobile Systeme*, 9. Fachgespräch an der TU München, S. 205-213, Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, Günther Schmidt, 28-29.Okt. 1993

- Corradi V. & White H. (1995) Regularized Neural Networks: Some Convergence Rate Results. *Neural Computation* 7, 1225-1244
- Craig J.J.: *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Addison-Wesley Publishing Company Inc. 1989
- Creutz H.: *Das Geld-Syndrom. Wege zu einer krisenfreien Marktwirtschaft*. Frankfurt am Main 1995
- Creutz H., Suhr D. & Onken W.: *Wachstum bis zur Krise? Drei Aufsätze. Internationale Vereinigung für natürliche Wirtschaftsordnung (INWO)* 1986
- Cybenko G. (1989) Approximation by superpositions of sigmoidal functions. *Mathematics of Control, Signals and Systems* 2, 303-314
- Darlot C., Zupan L., Etard O., Denise P. & Maruani A. (1996) Computation of inverse dynamics for the control of movements. *Biol. Cybern.* 75, 173-186
- Daunicht W.J. (1991) DEFAnet – A Deterministic Neural Network Concept for Function Approximation. *Neural Networks* 4, 839-845
- Daunicht W.J. (1996) Neural Networks for the Control of Posture and Locomotion. In: *Neuroprosthetics - from Basic Research to Clinical Application*. A. Pedotti, M. Ferrarin, J. Quintern, R. Riener (eds.), Springer, Berlin 1996
- Davy D.T. & Audu M.L. (1987) A dynamic optimization technique for prediction of muscle forces in the swing phase of gait. *J. Biomechanics* 20(2), 187-201
- Dean J., Cruse H., Brüwer M. & Steinkühler U. (1995) Kontrollstrategien für einen Manipulator mit redundanten Freiheitsgraden am Beispiel des menschlichen Armes. *Psychol. Beiträge* 37, 349-395
- De Figueiredo R.J.P. (1980) Implications and Applications of Kolmogorov's Theorem. *IEEE Trans. Autom. Control* 25(6), 1227-1231
- De Groff D., Neelakanta P.S., Sudhakar R. & Aalo V. (1993) Stochastic aspects of neural dynamics: Fokker-Planck approach. *Biol. Cybern.* 69, 155-164
- Desoer C.A. & Whalen B.H. (1963) A Note on Pseudoinverses. *J. SIAM* 11(2), 442-447
- De Witt C.C., Siciliano B. & Bastin G. (eds.): *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag, London 1996
- Dieckheuer, Gustav: *Internationale Wirtschaftsbeziehungen*. 2. Aufl., Oldenbourg Verlag, München 1991
- Dieckheuer, Gustav: *Makroökonomik. Theorie und Politik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1993
- Dornay M., Mussa-Ivaldi F.A., McIntyre J. & Bizzi E. (1993) Stability Constraints for the Distributed Control of Motor Behavior. *Neural Networks* 6, 1045-1059
- Dubowsky S. & DesForges D. (1979) The Application of Model-Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators. *J. of Dyn. Syst. Meas. Control* 101, 193-200
- Eckmiller R. (1990) Neural computers for motor control. In: Eckmiller R. (ed.) *Advanced neural computers*. Elsevier, North Holland
- Eigen M. & Schuster P. (1978) The Hypercycle. A Principle of Natural Self-Organization. Part B: The Abstract Hypercycle. *Naturwissenschaften* 65, 7-41
- Einstein A. (1904) Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme. *Ann. Phys.* 14, 354-362
- Einstein A. (1905) Die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Ann. Phys.* 17, 549-560
- Einstein A. (1910) Theorie der Opaleszenz von homogenen Flüssigkeiten und Flüssigkeitsgemischen in der Nähe des kritischen Zustandes. *Ann. Phys.* 33, 1275-1298
- El'sgol'ts L.E. & Norkin S.B.: *Introduction to the theory and application of differential equations with deviating arguments*. Academic Press, New York & London 1973
- Feldman A.G. (1974) Control of the length of the muscle. *Biophysics* 19(2), 766-771
- Feldman A.G. (1986) Once More on the Equilibrium-Point Hypothesis (Lambda-Model) for Motor Control. *J. of Motor Behavior* 18(1), 17-54
- Flash T. & Hogan N. (1985) The coordination of arm movements: An experimental confirmed mathematical model. *J. Neuroscience* 5, 1688-1703
- Flash T. & Hogan N. (1995) Optimization Principles in Motor Control. In: *Arbib* (1995)

- Fliess M. & Glad S.T. (1991) An Algebraic Approach to Linear and Nonlinear Control. In: Essays on Control: Perspectives in Theory and its Applications. Eds. H.L. Trentelmann und J.C. Willems. Boston: Birkhäuser. 223-267
- Foerster, H. von (1969): What is Memory that it may have Hindsight and Foresight as well? In: S. Bogoch (ed.) The Future of Beain Sciences. Plenum Press, New York 1969
- Foerster, H. von: Observing Systems. Intersystems Publications, Salinas 1981
- Foerster, H. von: Sicht und Einsicht. Versuche zu einer operativen Erkenntnistheorie. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden 1985
- Freeman J.A. & Skapura D.M.: Neural Networks: Algorithms, Applications, and Programming Techniques. Addison-Wesley Publishing Company 1991
- Freund E. (1975) The structure of decoupled nonlinear systems. Int. J. Control 21 (3), 443-450
- Freund E. (1982) Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole-Placement for Industrial Robots and Manipulators. Int. J. of Robotics Research 1 (1), 65-78
- Freund H.-J. & Büdingen H.J. (1978) The Relationship between Speed and Amplitude of the Fastest Voluntary Contractions of Human Arm Muscles. Exp. Brain Res. 31, 1-12
- Fu S.K., Gonzales R.C. & Lee C.S.G.: Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence. New York: McGraw-Hill 1987
- Funahashi F. (1989) On the Approximate Realization of Continous Mappings by Neural Networks Neural Networks 2, 183-192
- Furusho J., Sano A. (1990) Sensor-Based Control of a Nine-Link Biped. Int. J. Rob. Res. 9(2), 83-98
- Geman S., Bienenstock E. & Doursat R. (1992) Neural Networks and the Bias / Variance Dilemma. Neural Computation 4, 1-58
- Gesell S. (1920): Die Natürliche Wirtschaftsordnung durch Freiland und Freigeld. Gesammelte Werke, Band 11, Gauke-Verlag, Lütjenburg 1991
- Gilbert E.G. & Ha I.J. (1983) An approach to nonlinear feedback control with application to robotics. Proc. IEEE Conf. Dec. Contr., San Antonio Vol. 1, 134-140
- Gill A.: Introduction To The Theory Of Finite-State Machines. McGraw-Hill, New York 1962
- Girosi F. & Poggio T. (1990) Networks and the Best Approximation Property. Biological Cybernetics 63, 169-176
- Girosi F., Jones M. & Poggio T. (1995) Regularization Theory and Neural Networks Architectures. Neural Computation 7, 219-269
- Gomi H. & Kawato M. (1993) Neural Network Control for a Closed-Loop System Using *Feedback-Error-Learning*. Neural Networks 6, 933-946
- Gondran M. & Minoux M.: Graphs and Algorithms. John Wiley & Sons, New York 1986
- Gorinevsky D.M. (1993) Modeling of direct motor programm learning in fast human arm motions. Biological Cybernetics 69, 219-228
- Gottlieb J. & DuChateau P.: Parameter Identification and Inverse Problems in Hydrology, Geology and Ecology. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1996
- Greville T.N.E. (1959) The pseudoinverse of a rectangular or singular matrix and its applications to the solution of systems of linear equations. SIAM Review 1, 38-43
- Greville T.N.E. (1960) Some applications of the pseudoinverse of a matrix. SIAM Review 2, 15-22
- Groetsch C.W.: Inverse Problems in the Mathematical Sciences. Vieweg 1993
- Grossberg S. (1976a) Adaptive pattern classification and universal recoding: I. Parallel Development and Coding of Neural Feature Detectors. Biol. Cybern. 23, 121-134
- Grossberg S. (1976b) Adaptive pattern classification and universal recoding: II. Feedback, expectation, olfaction, and illusions. Biol. Cybern. 23, 187-202
- Grossberg S. (1987) Competitive learning: From interaktive activation to adaptive resonance. Cognitive Science 11, 23-63
- Grossberg S. (1988) Nonlinear Neural Networks: Principles, Mechanisms, and Architectures. Neural Networks 1, 17-61
- Grossberg S. & Kuperstein M.: Neural dynamics of adaptive sensory-motor control: Ballistic eye movements. Elsevier/North-Holland, Amsterdam 1986

- Guez A., Selinsky J. (1988) A Trainable Neuromorphic Controller. *Journal of Robotic Systems* 5 (4), 363-388
- Gustavsson I., Ljung L. & Söderström T. (1977) Identification of Processes in Closed Loop – Identifiability and Accuracy Aspects. *Automatica* 13, 59-75
- Haken H.: *Synergetik*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1981
- Hansen L.K. & Rasmussen C.E. (1994) Pruning from Adaptive Regularization. *Neural Computation* 6, 1223-1232
- Hasegawa A. & Kodama Y.: *Solitons in Optical Communications*. Clarendon Press, Oxford 1995
- Hashimoto K. & Kimura H. (1989) A New Parallel Algorithm for Inverse Dynamics. *Int. J. of Robotics Research* 8(1), 63-76
- Hatsopoulos N.G. (1994) Is a virtual trajectory necessary in reaching movements? *Biol. Cybern.* 70, 541-551
- Hatze H. (1976) The complete optimization of a human motion. *Mathematical Biosciences* 28, 99-135
- Hatze H. (1977) A complete set of control equation for the human musculo-skeletal system. *J. Biomechanics* 10, 799-805
- Hatze H. (1980) Neuromusculoskeletal Control Systems Modeling - A Critical Survey of Recent Developments. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC 25(3), 375-385
- Hatze H. (1981) A comprehensive model for human motion simulations and its application to the take-off phase of the long jump. *J. Biomechanics* 14, 135-142
- Hatze H. & Venter A. (1981) Practical activation and retention of locomotion constraints in neuromusculoskeletal control system models. *J. Biomechanics* 14(12), 873-877
- Haykin S.: *Adaptive Filter Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall 1991
- Haykin S. (1995) Adaptive Signal Processing. In: Arbib (1995)
- Hebb D.: *The Organization of Behavior*. John Wiley, New York 1949
- Hecht-Nielsen R.: *Neurocomputing*. Addison-Wesley, Reading 1990
- Hein A. & Held R. (1962) A neural model for labile sensorimotor coordinations. In: *Biological prototypes and synthetic systems*. Vol. 1, Plenum Press, New York
- Heine H. (1842) *Lutezia*. Historisch-Kritische Heine Ausgabe, Band 14/1, Hamburg 1990
- Heinsohn G. & Steiger O.: *Eigentum, Zins und Geld*. Rowohlt Verlag, Hamburg 1996
- Held R. & Hein A. (1963): Movement-produced stimulation in the development of visual guided behavior. *J. Comp. Physiol. Psychol.* 56, 872-876
- Helmholtz, H. von: *Handbuch der physiologischen Optik*. Hamburg, Leipzig: Voss 1866
- Hershberger W. & Misceo G. (1983) A conditioned weight illusion: Reafference learning without a correlation store. *Perception & Psychophysics* 33(4), 391-398
- Heuer H. (1995) Modelle motorischer Koordination. *Psychologische Beiträge* 37, 396-452
- Heuer H. & Keele S.W. (eds.): *Handbook of Perception and Action*. Volume 2: Motor Skills. Academic Press, London 1996
- Hildreth E. & Hollerbach J. (1985) *The Computational Approach to Vision and Motor Control*. MIT Artificial Intelligence Memo Nr. 846
- Hiller M. & Schmitz Th. (1991) RoboTRAC - An Example of a Mechatronic System. Conference on Mechatronics and Robotics, Aachen, Germany, IOS Press 1991
- Hinton G. (1984) Parallel Computations for Controlling an Arm. *J. of Motor Behavior* 16 (2), 171-194
- Hippe P. & Wurmthaler C.: *Zustandsregelung*. Springer-Verlag, Berlin 1985
- Hirsch M.W. (1989) Convergent activation dynamics in continuous time networks. *Neural Networks* 2, 331-349
- Hogan N. (1982) Mechanical impedance control in assistive devices and manipulators. In: Brady et al. (1982), 361-371
- Hollerbach J.M. (1980) A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity. *IEEE Trans. Syst. Man Cyb.* 10, 730-736

- Hollerbach J.M. (1982) Computers, brains and the control of movements. *Trends in Neuroscience* 5, 189-192
- Hollerbach J.M. (1984) Dynamic Scaling of Manipulator Trajectories. *J. of Dyn. Syst. Meas. Control* 106, 102-106
- Hollerbach J.M. & Flash T. (1982) Dynamic Interactions Between Limb Segments During Planar Arm Movement. *Biol. Cybern.* 44, 67-77
- Hollerbach J.M. & Suh K.C. (1985) Redundancy Resolution of Manipulators through Torque Optimization. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, St. Louis 1985
- Holst E.von (1954) Relations Between the Central Nervous System and the Peripheral Organs. *British J. of Animal Behaviour* 2, 89-94
- Holst E.v. & Mittelstaedt H. (1950) Das Reafferenzprinzip. *Naturwissenschaften* 37, 464-476
- Horn B.K. & Raibert M.H. (1977) Configuration Space Control. *MIT Artificial Intelligence Memo* Nr. 458
- Hornik K., Stinchcombe M. & White H. (1989) Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators. *Neural Networks* 2, 359-366
- Hunt K., Sbarbaro D., Zbikowski R. & Gawthrop P. (1992) Neural networks for control systems - a survey. *Automatica* 28(6), 1083-1112
- Inman V.T., Ralston H.J. & Todd F.: *Human Walking*. Williams & Wilkins, Baltimore 1981
- Isidori A.: *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, Berlin 1985
- Isidori A., Krener A.J., Gori-Giorgi C. & Monaco S. (1981) Nonlinear Decoupling via Feedback: A Differential Geometric Approach. *IEEE Trans. Autom. Control* 26, 331-345
- Issing O.: *Einführung in die Geldtheorie*. Verlag Franz Vahlen, 11. Aufl., München 1998
- Jagannathan S. & Lewis F.L. (1996) Identification of Nonlinear Dynamical Systems Using Multilayered Neural Networks. *Automatica* 32(12), 1707-1712
- Jarchow H.-J. & Rühmann P.: *Monetäre Außenwirtschaft. I. Monetäre Außenwirtschaftstheorie*. 4. Aufl., Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1994
- Jetschke G.: *Mathematik der Selbstorganisation*. Verlag Harri Deutsch, Berlin 1989
- Jordan M.I. (1988) Supervised learning and systems with excess degrees of freedom. *MIT, COINS Technical Report* 88-27
- Jordan M.I. (1990) Motor learning and the degree of freedom problem. In: Jeannerod M. (ed.) *Attention and performance XIII*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, 796-836
- Kahn M.E. (1969) The near-minimum-time control of open-loop articulated kinematic chains. *Stanford Artificial Intelligence Memo* Nr. 106
- Kalman R.E. (1960) Contributions to the Theory of Optimal Control. *Bol. Soc. Mat. Mexicana* 5, 102-119
- Kalveram K.T. (1981) Erwerb sensumotorischer Koordinationen unter störenden Umwelteinflüssen: Ein Beitrag zum Problem des Erlernens von Werkzeuggebrauch. In L. Tent (Ed.): *Erkennen, Wollen, Handeln. Festschrift für Heinrich Düker*. (S. 336-348). Hogrefe, Göttingen 1981
- Kalveram K.T. (1983) Programmsteuerung und Parametervorstellung bei einem sensumotorischen Lernvorgang. *Arch. Psychol.* 135, 245-255
- Kalveram K.T. (1990) A neural network acquiring the inverse of a tool or limb transformation by "self-imitation learning". Poster at the ICNC - 10th Cybernetic Congress of the DGK, Düsseldorf
- Kalveram K.T. (1991a) Pattern generating and reflex-like processes controlling aiming movements in the presence of inertia, damping and gravity. *Biol. Cybern.* 64, 413-419
- Kalveram K.T. (1991b) Controlling the dynamics of a two-joined arm by central patterning and reflex-like processing. *Biol. Cybern.* 65, 65-71
- Kalveram K.T. (1991c) Sensumotorik des Sprechens oder Wie man "ta-ta-tas" spricht und gegebenenfalls dabei stottert. *Psychologische Beiträge*, Bd. 33, 94-121
- Kalveram K.T. (1991d) Über Aggression und Friedensfähigkeit des Menschen. Ein Beitrag zur Verhaltensbiologie des Krieges. *Psychologische Beiträge*, Bd. 33, 177-201
- Kalveram K.T. (1992) A neural network model rapidly learning gains and gating of reflexes necessary to adapt to an arm's dynamics. *Biol. Cybern.* 68, 183-191

- Kalveram K.T. (1993a) Power series and neural-net computing. *Neurocomputing* 5, 165-174
- Kalveram K.T. (1993b) A neural-network model enabling sensorimotor learning: Application to the control of arm movements and some implications for speech-motor control and stuttering. *Psychol. Res.* 55, 299-314
- Kalveram K.T.: Wie das Individuum mit seiner Umwelt interagiert: psychologische, biologische und kybernetische Betrachtungen über die Funktion von Verhalten. Pabst Science Publ. 1998
- Kalveram K.T. & Merz F. (1976) Über die Unterscheidung zwischen Eigenem und Fremden oder Warum Hühner beim Laufen mit dem Kopf nicken. *Psychologische Beiträge*, Bd. 18, 135-142
- Kamke E.: Differentialgleichungen. Lösungsmethoden und Lösungen. Geest & Portig, Leipzig 1967
- Kane T. & Levinson D. (1983) The Use of Kane's Dynamical Equations in Robotics. *Int. J. of Robotics Research* 2 (3), 3-21
- Kasparian V., Batur C., Zhang H. & Padovan J. (1994) Davidon Least Squares-Based Learning Algorithm for Feedforward Neural Networks. *Neural Networks* 7(4), 661-670
- Kawato M., Furukawa K. & Suzuki R. (1987) A Hierarchical Neural-Network Model for Control and Learning of Voluntary Movement. *Biol. Cybern.* 57, 169-185
- Kawato M. & Gomi H. (1992) A computational model of four regions of the cerebellum based on feedback-error learning. *Biol. Cybern.* 68, 95-103
- Kawato M., Maeda Y., Uno Y. & Suzuki R. (1990) Trajectory Formation of Arm Movement by Cascade Neural Network Model Based on Minimum Torque-Change Criterion. *Biological Cybernetics* 62, 275-288
- Keele S.W. (1968) Movement control in skilled motor performance. *Psychol. Bulletin*, 70, 387-403
- Keidel W.D.: Biokybernetik des Menschen. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1989
- Keynes J.M. (1936): Allgemeine Theorie der Beschäftigung, des Zinses und des Geldes. Duncker & Humboldt, 11. Aufl., München 1998
- Khang G. & Zajac F.E. (1989) Paraplegic Standing Controlled by FES. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, BME-36, 873-894
- Khosla P.K. & Kanade T. (1985) Parameter Identification of Robot Dynamics. *Proc. of 24th Conf. on Decision and Control*, Ft. Lauderdale
- Kohonen T.: Self-Organizing Maps. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1997
- Kovacic M. (1991) Markovian neural networks. *Biol. Cybern.* 64, 337-342
- Kreuzer E.: Numerische Untersuchung nichtlinearer dynamischer Systeme. Springer, Berlin 1987
- Kubo R. (1966) The fluctuation-dissipation theorem. *Rep. Progr. Phys.* 29, 255
- Kugler P.N., Kelso J.A. & Turvey M.T. (1980) On the concept of coordinative structures as dissipative structures: I. Theoretical lines of convergence. In: Stelmach G.R. & Requin J. (eds) *Tutorials in motor behavior*. Amsterdam, North-Holland, 3-47
- Kumar S.S. & Guez A. (1991) ART Based Adaptive Pole Placement for Neurocontrollers. *Neural Networks* 4, 319-335
- Kuntze H.B. (1984) Regelungsalgorithmen für rechnergesteuerte Industrieroboter. *Regelungstechnik* 32 (7), 215-226
- Kurková V. (1991) Kolmogorov's Theorem is Relevant. *Neural Computation* 3, 617-622
- Kurková V. (1992) Kolmogorov's Theorem and Multilayer Neural Networks. *Neural Networks* 5, 501-506
- Kurková V. (1995) Kolmogorov's Theorem. In: Arbib (1995), 501-502
- Landau L.D. & Lifschitz E.M.: Theoretische Physik kurzgefaßt, Band I: Mechanik, Elektrodynamik. Carl Hanser Verlag, München Wien 1977
- Lathrop R.H. (1985) Parallelism in Manipulator Dynamics. *Int. J. of Robotics Research* 4(2), 80-102
- Lee C. & Chung M. (1984) An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators. *IEEE Trans. on Autom. Control* 29, 837-40
- Lee S. & Kil R.M. (1994) Redundant Arm Kinematic Control With Recurrent Loop. *Neural Networks* 7(4), 643-659

- Lemmen M. (1996) Systembeschreibende Graphen – Grundlagen. Forschungsbericht Nr. 10/96, Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg, Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
- Lemmen M.: Über Relative und dynamische Systeme. VDI Verlag, Düsseldorf 1998
- Lin J.N. & Unbehauen R. (1993) On the Realization of a Kolmogorov Network. *Neural Computation* 5, 18-20
- Ljung L.: System Identification. Prentice-Hall, New Jersey 1987
- Ljung L. & Söderström T.: Theory and Practice of Recursive Identification. MIT Press, Cambridge, Massachusetts 1983
- Loeb G.E. (1983) Finding common ground between robotics and physiology. *Trends in Neuroscience* 6(6), 203-204
- Löhr D. & Jenetzky J.: Neutrale Liquidität: zur Theorie und praktischen Umsetzung. Peter Lang Europäischer Verlag der Wissenschaften, Frankfurt am Main 1996
- Luh J., Walker M.W. & Paul R.P.C. (1980) On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators. *J. of Dyn. Syst. Meas. Control* 102, 69-76
- Ma Z. & Lee C. (1985) Adaptive Perturbation Control with Compensation for Disturbances for Robot Manipulators. *Proc. of 24th Conf. on Decision and Control*, Ft. Lauderdale
- Markiewicz B.R. (1973) Analysis of the Computed Torque Drive Method and Comparison with Conventional Position Servo for a Computer-Controlled Manipulator. NASA Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, Technical Memorandum 33-601
- Marquardt D.W. (1963) An Algorithm for Least-Squares Estimation of nonlinear Parameters. *J. SIAM* 11(2), 431-441
- Massone L.L.E. (1995) Sensorimotor Learning. In: Arbib (1995)
- Massone L.L.E. & Bizzi E. (1989) A Neural Network Model for Limb Trajectory Formation. *Biol. Cybern.* 61, 417-425
- Matsuoka K. (1992) Stability conditions for nonlinear continuous networks with asymmetric connection weights. *Neural Networks* 5, 495-500
- Maturana H.R.: Erkennen: Die Organisation und Verkörperung von Wirklichkeit. Vieweg, Braunschweig 1985
- McCloy D. & Harris D.: Robotertechnik. New York: VCH 1989
- McCulloch W.S. (1945) A heterarchy of values determined by the topology of nervous nets. *Bulletin of Mathematical Biophysics* 7, 89-93
- Melcher H.: Albert Einstein wider Vorurteile und Denkgewohnheiten. Verlag das europäische buch, Berlin 1984
- Messiah A.: Quantenmechanik. Walter de Gruyter, Berlin, New York 1976
- Meyer-Bäse A., Ohl F. & Scheich H. (1996) Singular Perturbation Analysis of Competitive Neural Networks with Different Time Scales. *Neural Computation* 8, 1731-1742
- Meyr H.: Regelungstechnik und Systemtheorie. RWTH Aachen 1992
- Miall R.C. (1995) Motor Control, Biological and Theoretical. In: Arbib (1995)
- Miller W.T., Sutton R.S. & Werbos P.J.: Neural Networks for Control. Cambridge MA: MIT Press 1990
- Miyamoto H., Kawato M., Setoyama T. & Suzuki R. (1988) Feedback-Error-Learning Neural Network for Trajectory Control of a Robotic Manipulator. *Neural Networks* 1, 251-265
- Moore E.H. (1920) On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bull. Amer. Math. Soc.* 26, 394-395
- Mukerjee A. & Ballard D. (1985) Self-Calibration in Robot Manipulators. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, St. Louis
- Munn W.D. & Penrose R. (1955) A note on inverse semigroups. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 51, 396-399
- Mussa-Ivaldi F.A. (1992) From basis functions to basis fields: vector field approximation from sparse data. *Biol. Cybern.* 67, 479-489
- Mussa-Ivaldi F.A., Morasso P. & Zaccaria R. (1988) Kinematic Networks. A Distributed Model for Representing and Regularizing Motor Redundancy. *Biol. Cybern.* 60, 1-16

- Narendra K.S. & Parthasarathy K. (1990) Identification and Control of Dynamical Systems Using . Neural Networks. IEEE Trans. on Neural Networks 1(1), 4-27
- Narendra K.S. & Mukhopadhyay S. (1994) Adaptive Control of Nonlinear Multivariable Systems Using Neural Networks. Neural Networks 7(5), 737-752
- Nelson W.L. (1983) Physical Principles for Economies of Skilled Movements. Biol. Cybern. 46, 135-147
- Neumann J. von: The Computer and the Brain. New Haven: Yale University Press 1958
- Nicolis G. & Prigogine I.: Die Erforschung des Komplexen. Piper, München 1987
- Nijmeijer H. & van der Schaft A.J.: Nonlinear dynamical control systems. Springer-Verlag, New York 1990
- Onken W. (1983) Ein vergessenes Kapitel der Wirtschaftsgeschichte – Schwanenkirchen, Wörgl und andere Freigeldexperimente. Zeitschrift für Sozialökonomie 58/59, 20. Jg., 3-20
- Onsager L. (1931) Reciprocal relations in irreversible processes II. Phys. Rev. 38, 2265
- Onsager L. & Machlup S. (1953) Fluctuations and irreversible processes II. Phys. Rev. 91, 1505
- Olah N.B.M. & Natke U. (1997) Probleme der Zeitverzögerung beim Erlernen der Inversen Dynamik von Mehrgelenkbewegungen. Poster beim Interdisziplinären Workshop zur Bewegungsforschung: Motorische Kontrolle, Neurobiologische & Psychologische Perspektiven. Schwerte, Januar 1997
- Olver P.J.: Applications of Lie Groups to Differential Equations. New York: Springer-Verlag 1986
- Onyshko S. & Winter D.A. (1980) A Mathematical Model for the Dynamics of Human Locomotion. J. Biomechanics 13, 361-368
- Orin D.E., McGhee R.B., Vukobratovic M. & Hartoch G. (1979) Kinematic and kinetic analysis of open-chain linkages utilizing Newton-Euler methods. Math. Biosci. 43, 107-130
- Palm G. & Aertsen A.: Brain Theory. Springer-Verlag 1986
- Palm R. (1992) Sliding Mode Fuzzy Control. IEEE Transactions on Automatic Control
- Pandy M.G. & Berme N. (1988) Synthesis of human walking: A planar model for single support. J. Biomechanics 21(12), 1053-1060
- Pandy M.G. & Berme N. (1989) Quantitative assessment of gait determinants during single stance via a three-dimensional model. J. Biomechanics 22(6/7), 717-733
- Patzelt W. (1981) Zur Lageregelung von Industrierobotern bei Entkopplung durch das inverse System. Regelungstechnik 29, 411-422
- Paul R.P. (1972) Modeling, trajectory calculation and servoing of a computer controlled arm. Stanford Artificial Intelligence Memo Nr. 177
- Paul R.P.: Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control. MIT Press, Boston 1981
- Pearlmutter B.A. (1994) Fast Exact Multiplication by the Hessian. Neural Computation 6, 147-160
- Penrose R. (1955) A generalized inverse for matrices. Proc. Cambridge Philos. Soc. 51, 406-413
- Penrose R. (1956) On best approximate solutions of linear matrix equations. Proc. Cambridge Philos. Soc. 52, 17-19
- Pfeiffer F. & Cruse H. (1994) Bionik des Laufens - technische Umsetzung biologischen Wissens. Konstruktion 46, 261-266
- Piekenbrock S. & Berns K. (1993) Steuerung von Laufmaschinen mittels eines hierarchischen neuronalen Ansatzes. In: Intelligente Steuerung und Regelung von Robotern, VDI-Berichte Bd. 1094, 711-720, VDI-Verlag 1993
- Pineda F.J. (1988) Dynamics and architecture for neural computation. J. of Complexity 4, 216-245
- Plamondon R., Alimi A.M., Yergeau P. & Leclerc F. (1993) Modelling velocity profiles of rapid movements: a comparative study. Biol. Cybern. 69, 119-128
- Poggio T. (1990) A Theorie of How the Brain Might Work. Cold Spring Harbor Symposia on Quant. Biol., Vol. 55, 899-910
- Poggio T. & Girosi F. (1989) A Theory of Networks for Approximation and Learning. MIT Artificial Intelligence Memo Nr. 1140, Artificial Intelligence Laboratory, MIT, Cambridge Mass.
- Poggio T. & Girosi F. (1990) Regularization Algorithms for Learning That Are Equivalent to Multilayer Networks. Science, Vol. 247, 978-982

- Polycarpou M. & Ioannou A. (1991) Identification and Control of Nonlinear Systems Using Neural Network Models: Design and Stability Analysis. Univ. of Southern California, Techn. Report 91-09-01
- Popper K.R. (1943): Die offene Gesellschaft und ihre Feinde. Francke Verlag, Tübingen 1980
- Porter W.A. (1970) Diagonalization and inverses for non-linear systems. *Int. J. Control* 11, 67-76
- Powers W.T.: Behavior: The control of perception. Chicago: Aldine 1973
- Psaltis D., Sideris A. & Yamamura A. (1987) Neural controllers. *Proceedings of IEEE First International Conference on Neural Networks*, San Diego, Vol. 4, 551-558
- Rado R. (1956) Note on generalized inverses of matrices. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 52, 600-601
- Raibert M.H. (1976) A State Space Model for Sensorimotor Control and Learning. MIT Artificial Intelligence Memo Nr. 351
- Raibert M.H. (1978) A Model for Sensorimotor Control and Learning. *Biol. Cybern.* 29, 29-36
- Raibert M.H. & Horn B. (1978) Manipulator control using the configuration space method. *The Industrial Robot* 5, 69-73
- Ramacher U. (1993) Hamiltonian Dynamics of Neural Networks. *Neural Networks* 6, 547-557
- Reinschke K.J.: Multivariable Control: A Graph-theoretic Approach. Springer-Verlag, Berlin 1988
- Reuter H.: Zur Identifikation nichtlinearer Systemmodelle mit wenig a-priori-Information. VDI-Verlag, Düsseldorf 1995
- Ritter H., Martinez T. & Schulten K. (1989) Topology-Conserving Maps for Learning Visuo-Motor-Coordination. *Neural Networks* 2, 159-168
- Rojas R.: Theorie der neuronalen Netze. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1996
- Roman P.: Advanced Quantum Theory. Addison-Wesley, Reading (Mass.) 1965
- Rose, Klaus & Sauernheimer, Karlhans: Theorie der Außenwirtschaft. 12. Aufl., Verlag Franz Vahlen, München 1995
- Rumelhart D.E., Hinton G.E. & Williams R.J. (1986) Learning representations by back-propagating errors. *Nature* 323, 533-536
- Sabatier P.C. (ed.): Inverse Methods in Action. Springer-Verlag, Berlin 1990
- Saerens M., Soquet A., Renders J.M. & Bersini H. (1993) Some Preliminary Comparisons Between a Neural Adaptive Controller and a Model Reference Adaptive Controller. In: Bekey & Goldberg (1993)
- Sahal D. (1979) A Unified Theory of Self-Organization. *Journal of Cybernetics* 9, 127-142
- Saltzman E. (1979) Levels of sensorimotor representation. *J. Math. Psychol.* 20, 91-163
- Saltzman E. & Kelso J. (1987) Skilled Actions: A Task-Dynamic Approach. *Psychological Review* 94(1), 84-106
- Sanger T.D. (1991) A Tree-Structured Algorithm for Reducing Computation in Networks with Separable Basis Functions. *Neural Computation* 3, 67-78
- Sanner R.M. & Slotine J.J.E. (1995) Stable Adaptive Control of Robot Manipulators Using „Neural“ Networks. *Neural Computation* 7, 753-790
- Sastry S. & Isidori A. (1989) Adaptive Control of Linearizable Systems. *IEEE Trans. Autom. Control* 34(11), 1123-1131
- Schmit T.: Erster Entwurf (einer zentralen Ästhetik). Wiens Laden, Goethestraße 73, Berlin 1989
- Schumann J.: Grundzüge der mikroökonomischen Theorie. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1987
- Schwarz H.: Nichtlineare Regelungssysteme: Systemtheoretische Grundlagen. Oldenbourg, München 1991
- Sciavicco L. & Siciliano B.: Modeling and Control of Robot Manipulators. McGraw-Hill, New York 1996
- Shadmehr R. (1995) Equilibrium Point Hypothesis. In: Arbib (1995)
- Shadmehr R. & Arbib M.A. (1992) A mathematical analysis of the force-stiffness characteristics of muscles in control of a single joint system. *Biol. Cybern.* 66, 463-477
- Shadmehr R. & Mussa-Ivaldi F.A. (1994) Adaptive Representation of Dynamics during Learning of a Motor Task. *J. Neuroscience* 14(5), 3208-3224
- Shahinpoor M.: A Robot Engineering Textbook. New York: Harper & Row 1987

- Shih L., Frank A.A. & Ravani B. (1987) Dynamic Simulation of Legged Machines Using a Compliant Joint Model. *Int. J. Rob. Res.* 6(4), 33-46
- Siebert, Horst: Außenwirtschaft. 6. Auflage, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart 1994
- Silver W. (1982) On the equivalence of Lagrangian and Newton-Euler dynamics for manipulators. *Int. J. of Robotics Research* 1 (2), 60-70
- Sjöberg J., Hjalmarsson H. & Ljung L. (1994) Neural networks in system identification. In *Preprint, 10th IFAC Symposium on System Identification, Copenhagen*, vol. 2, 49-72. Available by anonymous ftp 130.236.24.1.
- Sjöberg J., Zhang Q., Ljung L., Benveniste A., Delyon B., Glorennec P.Y., Hjalmarsson H. & Juditsky A. (1995) Nonlinear Black-box Modeling in System Identification: a Unified Overview. *Automatica* 31(12), 1691-1724
- Slotine JJ.E. (1984) Sliding controller design for non-linear systems. *Int. J. Control* 40(2), 421-434
- Slotine JJ.E. (1985) The Robust Control of Robot Manipulators. *Int. J. of Robotics Res.* 4 (2), 49-64
- Slotine JJ.E. & Sastry S. (1983) Tracking Control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators. *Int. J. Control* 38 (2), 465-492
- Slotine JJ.E. & Weiping L.: *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall 1991
- Smagt P. van der (1994) Minimisation Methods for Training Feedforward Neural Networks. *Neural Networks* 7(1), 1-11
- Smagt P. van der, Groen F. & Schulten K. (1996) Analysis and control of a rubbertuator arm. *Biol. Cybern.* 75, 433-440
- Spatschek K.H.: *Theoretische Plasmaphysik. Eine Einführung*. Teubner, Stuttgart 1990
- Spong M. & Vidyasagar M. (1985) Robust Linear Compensator Design for Nonlinear Robotic Control. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, St. Louis
- Sprecher D.A. (1965) On the Structure of Continuous Functions of Several Variables. *Trans. Amer. Math. Soc.* 115, 340-355
- Sprecher D.A. (1993) A Universal Mapping for Kolmogorov's Superposition Theorem. *Neural Networks* 6, 1089-1094
- Stanimirovic P.S. (1999) General determinantal representation of generalized inverses of matrices over integral domains. *Publ. Math. Debrecen* 54 (3-4), 221-249
- Steiner R.: *Attraktorregelung für die Fortbewegung einer simulierten zweibeinigen Laufmaschine in drei Dimensionen*. Verlag dissertation.de, Berlin 1999
- Stephani H.: *Differential Equations: Their Solution Using Symmetries*. Cambridge University Press 1981
- Stroeve S. (1996) Learning combined feedback and feedforward control of a musculoskeletal system. *Biol. Cybern.* 75, 73-83
- Suhr D. (1983) Auf Arbeitslosigkeit programmierte Wirtschaft. In: Creutz, Suhr & Onken (1986)
- Suhr D. & Godschalk H.: *Optimale Liquidität*. Fritz Knapp Verlag, Frankfurt am Main 1986
- Sutton R.S. & Barto A.G. (1981) Toward a modern Theory of Adaptive Networks: Expectation and Prediction. *Psychological Review* 88(2), 135-170
- Thieme, H. Jörg: *Soziale Marktwirtschaft. Ordnungskonzeption und wirtschaftspolitische Gestaltung*. 2. Auflage, Deutscher Taschenbuch Verlag, München 1994
- Tian Y. (1998) The Moore-Penrose inverses of $m \times n$ block matrices and their application. *Linear Algebra and its Applications* 283, 35-60
- Tikhonov A.N. & Arsenin V.Y.: *Solutions of Ill-Posed Problems*. W.H. Winston, Washington DC 1977
- Tourassis V.D. (1987) Computer-Control of Robotic Manipulators Using Predictors. *IEEE Int. Symp. on Intelligent Control* 1987
- Udwadia F.E. & Kalaba R.E. (1999) A Unified Approach for the Recursive Determination of Generalized Inverses. *Computers and Mathematics with Applications* 37, 125-130
- Uhlenbeck G.E. & Ornstein L.S. (1930) On the theory on brownian motion. *Phys. Rev.* 36, 823
- Varela F.J. (1975) A calculus for selfreference. *Int. J. General Systems* 2, 5-24
- Varjú D. (1990) A Note on the Reafference Principle. *Biol. Cybern.* 63, 315-323

- Vereshchagin A.F. (1974) Computer simulation of the dynamics of complicated mechanisms of robot-manipulators. *Engineering Cybernetics* 12 (6), 65-70
- Vester F.: *Neuland des Denkens*. Deutscher Taschenbuch Verlag, München 1985
- Viviani P. & Terzuolo C. (1980) Space-time invariance in learned motor skills. In: Stelmach G.R. & Requin J. (eds) *Tutorials in motor behavior*. Amsterdam, North-Holland, 525-533
- Vukobratovic M. & Karan B. (1994) Experiments with Fuzzy Logic Robot Control with Model-Based Dynamic Compensation. *Proc. of 25th Symp. on Industrial Robots*, Hannover Messe 1994
- Wasserman P.D.: *Neural Computing: Theory and Practice*. Van Nostrand Reinhold, New York 1989
- Waters R.C. (1974) A Mechanical Arm Control System. MIT Artificial Intelligence Memo Nr. 301
- Waters R.C. (1979) Mechanical Arm Control. MIT Artificial Intelligence Memo Nr. 549
- Wells D.A.: *Lagrangian Dynamics*. New York: Schaum 1967
- Wey T.: *Ein graphentheoretischer Ansatz zur strukturellen Analyse und Synthese nichtlinearer Systeme*. VDI-Verlag, Düsseldorf 1996
- White D.A. & Sofge D.A. (eds.): *Handbook of Intelligent Control*. Van Nostrand Reinhold, New York 1992
- Widrow B. & Hoff M.: Adaptive switching circuits. *IRE WESCON Convention Record*. Institute of Radio Engineers, New York 1960
- Widrow B. & Stearns S.D.: *Adaptive signal processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall 1985
- Widrow B. & Lehr M.A. (1990) 30 Years of Adaptive Neural Networks: Perceptron, Madaline, and Backpropagation. *Proc. IEEE* 78(9), 1415-1442
- Wiener N.: *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine*. MIT Press, Cambridge 1948
- Wiener N.: *The Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*. Wiley, New York 1949
- Wing A.M. & Miller E. (1984) Research note: Peak velocity timing invariance. *Psychological Research* 46, 121-127
- Winkler E.: *Theorie der Natürlichen Wirtschaftsordnung*. Vita-Verlag, Heidelberg 1952
- Winkler E. (1984) Vor einer Mutation unseres Wirtschaftssystems. *Zeitschrift für Sozialökonomie* 62; 2. Aufl.: *Sozialökonomische Arbeitstexte* 3, Gauke-Verlag 1994
- Winter D.A.: *Biomechanics of Human Motion*. John Wiley, New York 1979
- Wittgenstein L. (1921) *Tractatus logico-philosophicus*. Suhrkamp 1963
- Wloka D.W.: *Robotersysteme I*. Berlin: Springer-Verlag 1992
- Wloka D.W. & Blug K. (1985) Simulation der Dynamik von Robotern nach dem Verfahren von Kane. *Robotersysteme* 1, 211-216
- Wolf T. (1993) Die Synergien in Neuro-Fuzzy. *Design & Elektronik: Zukunftstechnologien*, Sept. 1993
- Wray J. & Green G.G.R. (1994) Calculation of the Volterra kernels of non-linear dynamic systems using an artificial neural network. *Biol. Cybern* 71, 187-195
- Wray J. & Green G.G.R. (1995) Neural Networks, Approximation Theory, and Finite Precision Computation. *Neural Networks* 8(1), 31-37
- Wu C. & Paul R.P. (1982) Resolved Motion Force Control of Robot Manipulator. *IEEE Trans. on Syst. Man Cybern.* 12, 266-57
- Yabuta T. & Yamada T. (1990) Possibility of Neural Networks Controller for Robot Manipulators. *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, Cincinnati, 1686-1691
- Yamaguchi G.T. & Zajac F.E. (1990) Restoring Unassisted Natural Gait to Paraplegics Via Functional Neuromuscular Stimulation. A Computer Simulation Study. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, BME-37(9), 886-902
- Yang J.F., Winter D.A. & Wells R.P. (1990) Postural Dynamics of Walking in Humans. *Biol. Cybernetics* 62, 321-330
- Zomaya A.Y. & Nabhan T.M. (1993) Centralized and Decentralized Neuro-Adaptive Robot Controllers. *Neural Networks* 6, 223-244

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Wolfgang Daunicht, der mit kritischem Wohlwollen das Gedeihen der vorliegenden Arbeit begleitet und möglich gemacht hat.

Frau Prof. Dr. Carola Krysch, Herrn Univ.-Prof. Dr. Detlev Riesner und Herrn Univ.-Prof. Dr. Rolf Ulrich danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferats.

Zu besonderem Dank bin ich meinen Lehrern Herrn Univ.-Prof. Dr. em. Karl Theodor Kalveram und Herrn Univ.-Prof. Dr. em. Rüdiger Bessenrodt verpflichtet, von denen ich lernen durfte.

Für Anregungen und Hinweise danke ich insbesondere Herrn Dr.-Ing. Markus Lemmen, Herrn Dr. Johannes Reich, Herrn Dr. Ulrich Natke, Herrn Dr. Ernst-Wolfgang Laedke, Herrn Dr. Tobias Schäfer, Herrn Dr. Raimund Pauen, Herrn Dipl.-Math. Frank Rosemeier, Herrn Dipl.-Ing. Dirk Riemann, Herrn Dipl.-Ing. Klaus Theißen, Herrn Dipl.-Psych. Olaf Lahl sowie Herrn Dipl.-Volksw. Patrick Harnischmacher und Herrn Dr. jur. Peter Neumann.

Mit Dankbarkeit blicke ich auf das Verständnis und die Unterstützung durch meine Familie zurück, ohne die ein Gelingen nicht möglich gewesen wäre.

Diese Arbeit wurde unterstützt durch die *Deutsche Forschungsgemeinschaft DFG* im Rahmen des Schwerpunktprogramms *Sensumotorische Integration* (Ka 417/18-1).