

Parametrische Instabilitäten in Plasmen

K. H. SPATSCHEK

Universität Essen, Fachbereich Physik, 4300 Essen, BRD

Abstract

Linear and nonlinear theoretical aspects of parametric instabilities in plasmas are reviewed. Applications in laser-fusion and heating of toroidally confined plasmas are considered. We start with the electrostatic decay and modulational instabilities in homogeneous, unmagnetized plasmas. The basic equations are derived in a physically simple manner. Electromagnetic modes are included using a wave description for the scattering instabilities (Raman and Brillouin scattering). Kinetic limits where quasi-modes are involved (Compton scattering) and the corresponding instabilities in magnetic plasmas are discussed. Using a WKB-analysis the effects of density, temperature, and expansion velocity gradients as well as turbulence, finite laser bandwidth, boundaries, and oblique incidence are estimated. The calculations are extended to include such phenomena as sidescattering and decay near the quartercritical and critical density where the WKB approximation breaks down. Nonlinear saturation mechanisms are discussed for Raman, Brillouin, decay, and modulational instabilities. Special attention is given to pump depletion and particle trapping. The existence of solitary waves and the stability of the latter are investigated. The conclusions are compared with results of experiments as well as computer simulations.

1. Einleitung

1.1. Anwendungsmöglichkeiten

Parametrische Instabilitäten in Plasmen haben ihre Hauptanwendungsgebiete in der sogenannten Laserfusion und in der Heizung magnetisch eingeschlossener Plasmen. Darüber hinaus werden parametrische Instabilitäten vielfach zur Deutung astrophysikalischer Beobachtungen herangezogen.

Die Notwendigkeit, nichtlineare Aufheizungsmechanismen für derartige Problemstellungen in Betracht zu ziehen, läßt sich am einfachsten an Hand des Konzepts der Laserfusion veranschaulichen [1–3].

Ein festes oder flüssiges Deuterium-Tritium-Gemisch soll durch einen Laserstrahl auf 10 keV aufgeheizt und solange „eingeschlossen“ werden, bis die durch die Fusionsprozesse erzeugte Energie die Heizenergie übersteigt. Für ein Deuterium-Tritium-Gemisch von 1 mg mit der Ausdehnung von 1 mm berechnet sich die charakteristische Zeit für den Trägheitseinschluß (Pellet-Radius/thermische Geschwindigkeit) zu $\tau_t = 2 \cdot 10^{-10}$ s, während für D-T im flüssigen Zustand nach dem Lawson-Kriterium ($n\tau_r \geq 10^{14}$ s/cm³; n ist die Teilchendichte) eine mittlere Reaktionszeit $\tau_r \geq 2 \cdot 10^{-7}$ s nötig ist. Durch Kompression des Pellets kann man die für die positive Energiebilanz notwendigen Verhältnisse $\tau_t \geq \tau_r$ schaffen, da τ_r im Gegensatz zu τ_t nicht linear sondern kubisch mit dem Radius variiert.

Der Gedanke bei der Laserfusion ist daher der folgende (Bild 1): Durch Einstrahlen und Absorption von Laserlicht sollen zunächst sphärische Stoßwellen im Pellet erzeugt werden, um den Kern auf die 10^4 -fache Festkörperdichte zu komprimieren. Die einfallende Strahlung ionisiert die äußeren Schichten des Pellets und erzeugt eine Plasmakorona. Wir nehmen zunächst an, daß das nachfolgende Laserlicht hinreichend stark absorbiert wird. Auf Grund eines entsprechenden radialen Temperaturgradienten kann durch Wärmeleitung die Energie aus der Absorptionsschicht auf die feste Oberfläche übertragen

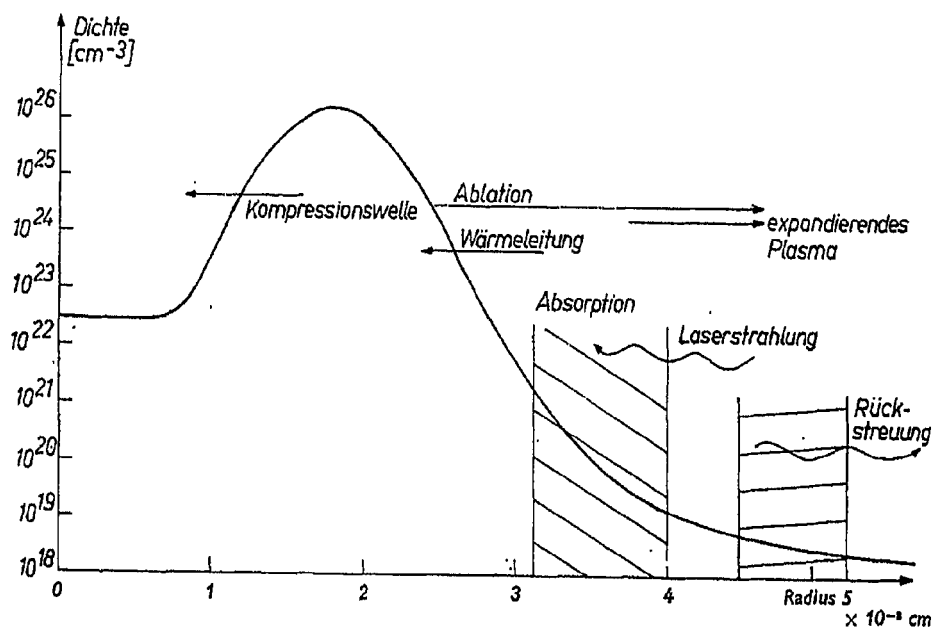


Bild 1. Schematische Darstellung des Prinzips der Laserfusion unter der Annahme der vollständigen Absorption der Laserstrahlung

werden, wo sich eine Ablationsschicht bildet. Der Rückstoß dieser expandierenden Schicht erzeugt eine Stoßwelle, die in das Innere des Pellets läuft. Durch diskontinuierliche Erhöhung der Laserintensität erhält man eine zweite Stoßwelle, welche die von der ersten komprimierte und erhitzte Zone weiter verdichtet. Der Laserpuls wird zeitlich so gesteuert, daß alle erzeugten Stoßwellen das Zentrum gleichzeitig erreichen. Die letzten Stoßwellen erhalten den größten Energieinhalt (z. B. 30 kJ in 60 ps). Durch die Kompression entsteht im Zentrum des Pellets ein Druck von 10^{12} Atm., und eine Temperatur von etwa 10–20 keV. Grobe Abschätzungen lassen einen Energiegewinn von ungefähr der 30fachen Laser-Input-Energie erwarten.¹⁾

Voraussetzung bei diesen Abschätzungen ist die vollständige Absorption des Laserlichtes. Betrachten wir zunächst die linearen Prozesse: Stoßabsorption und Modenkonzersion. Für typische Plasmaparameter (10^7 Kelvin) sowie Frequenzen von der Größenordnung der Elektronenplasmafrequenz und Wellenlängen von $10\ \mu\text{m}$ beträgt die Absorptionslänge auf Grund von binären Stößen [4] ca. 100 nm. Neben diesem für die Laserfusion ineffektiven Prozeß läßt die lineare Theorie die Absorption elektromagnetischer Strahlung in inhomogenen Plasmen auf Grund einer Konversion elektromagnetischer Wellen in Plasmaschwingungen in der Nähe der kritischen Plasmadichte zu [5]. Die kritische Plasmadichte ist erreicht, wenn die Frequenz der einfallenden Strahlung gleich der Elektronenplasmafrequenz ist. Allerdings zeigen Abschätzungen [6], daß auf Grund der geringen Gruppengeschwindigkeit der Plasmonen eine Akkumulation im Bereich der

¹⁾ In Wirklichkeit ist die Bilanz sogar positiver, da 14 MeV-Neutronen und 3,5 MeV- α -Teilchen auftreten, deren freie Weglängen bei den großen Dichten unter dem Pelletradius liegen.

kritischen Dichte vorhanden ist, die zu so starken longitudinalen elektrischen Feldern führt, daß für praktisch alle Anordnungen die Schwellwerte²⁾ für nichtlineare Modenkonzersion überschritten werden. Die Realisierbarkeit der Laserfusion ist demnach an die Wirksamkeit nichtlinearer Prozesse gebunden.

1.2. Einfache Überlegungen

Die Bezeichnung „parametrische Instabilität“ für spezielle nichtlineare Plasmaprozesse stammt aus der Mechanik. Entsprechende Erscheinungen — für relativ einfache Anordnungen — sind dort unter dem Namen „parametrische Resonanz“ bekannt [7]. Sie treten in nichtabgeschlossenen Schwingungssystemen auf, bei denen die äußere Einwirkung in einer zeitlichen Änderung ihrer Parameter besteht. Ein einfaches Beispiel eines solchen Systems ist ein Pendel, dessen Aufhängepunkt eine vorgegebene periodische Bewegung in vertikaler Richtung ausführt (Bild 2).

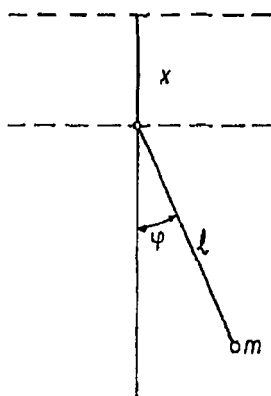


Bild 2. Mathematisches Pendel mit oszillierendem Aufhängepunkt ($x = a \cos \omega_0 t$) zur Veranschaulichung der parametrischen Resonanz

Die Lagrangefunktion des mathematischen Pendels der Länge l , der Masse m , dessen Aufhängepunkt mit der Frequenz ω_0 und der Amplitude a schwingt, lautet

$$L = \frac{ml^2}{2} \dot{\varphi}^2 + ml\omega_0^2 \cos \omega_0 t \cos \varphi + mgl \cos \varphi, \quad (1.1)$$

wobei φ als generalisierte Koordinate die Auslenkung darstellt. Für kleine Schwingungen ($\varphi \ll 1$) erhält man die Bewegungsgleichung

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \left\{ 1 + 4 \frac{a}{l} \cos [(2\omega + \varepsilon)t] \right\} \varphi = 0, \quad (1.2)$$

wobei $\omega = (g/l)^{1/2}$ die natürliche Frequenz in Abwesenheit der erzwungenen Störung ist. Gleichung (1.2) ist eine Mathieusche Differentialgleichung. Aus deren Theorie weiß man, daß Resonanz dann am stärksten auftritt, wenn die Beziehung

$$\omega_0 = 2\omega + \varepsilon, \quad (1.3)$$

mit $\varepsilon \ll \omega$ erfüllt ist. Für $a/l \ll 1$ findet man Lösungen von (1.2), deren zeitliches Anwachsen durch

$$\varphi \sim \exp \left[\frac{1}{2} \left(\frac{4a^2 g}{l^3} - \varepsilon^2 \right)^{1/2} t \right], \quad (1.4)$$

²⁾ Typische Schwellwerte liegen in der Größenordnung 10^{12} – 10^{14} Watt cm^{-2} bei einer Pumpwellenlänge von $1 \mu\text{m}$.

bestimmt ist. Demnach tritt eine lineare Instabilität im Bereich

$$|\varepsilon| < 2ag^{1/2}/l^{3/2} \quad (1.5)$$

auf. Eine analoge Rechnung mit einem Dämpfungsterm $-\alpha\phi$ in Gleichung (1.2) liefert Instabilität im Bereich

$$|\varepsilon| < \left(\frac{4a^2g}{l^3} - \alpha^2 \right)^{1/2}. \quad (1.6)$$

Offensichtlich setzt das instabile Verhalten in Anwesenheit von Dämpfung erst ein, wenn ein Schwellwert a_s überschritten wird, mit

$$a_s^2 = \alpha^2 l^3 / 4g > 0. \quad (1.7)$$

Die Gebiete (1.5) bzw. (1.6) sind die ersten Mathieuzonen. Parametrische Resonanz findet auch dann statt, wenn die Frequenz ω_0 , mit der sich der Parameter des Systems ändert, in der Nähe von $2\omega/n$ liegt, wo n eine beliebige ganze Zahl ist. Die Breite der höheren Mathieuzonen nimmt mit anwachsendem n wie $(a/l)^n$ ab, ebenso wie die Werte der Anwachsrate.

1.3. Kopplung im Plasma

Stark vereinfachend können wir das Bild der parametrischen Resonanz auf plasma-physikalische Verhältnisse übertragen. Das Plasma als schwingungsfähiges System entspricht dem Pendel und die eingestrahlte Pumpwelle stellt die Bewegung des Aufhängepunktes dar. Natürlich sind die tatsächlichen Phänomene im Plasma komplizierter, nicht zuletzt deshalb, weil Wellen verschiedener Typen involviert sind. Die Verallgemeinerungen der Mathieuschen Bedingungen für einen Drei-Wellen-Prozeß mit den Schwingungen

$$A_j = a_j(x, t) \exp [i\omega_j t - ik_j \cdot x], \quad j = 0, 1, 2, \quad (1.8)$$

lauten

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2, \quad (1.9)$$

und

$$k_0 = k_1 + k_2. \quad (1.10)$$

Hierbei bezeichnen ω_j die Frequenzen und k_j die Wellenzahlvektoren; die Pumpwelle wird durch den Index 0 charakterisiert. Gleichung (1.9) folgt aus der Energieerhaltung und Gleichung (1.10) aus der Impulsbilanz. In den Bildern 3 und 4 sind Kopplungsmöglichkeiten zwischen den verschiedenen Zweigen einer Dispersionsgleichung dargestellt.

Die Kopplungsgleichungen der langsam veränderlichen Amplitude a_j in einem räumlich homogenen System schreiben sich als [8]

$$\frac{\partial a_0}{\partial t} + \nu_0 a_0 = c_0^* a_1 a_2, \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} + \nu_1 a_1 = c_1 a_2^* a_0, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} + \nu_2 a_2 = c_2 a_0 a_1^*, \quad (1.13)$$

wobei ν_j die jeweiligen linearen Dämpfungsdekremente und c_j , $j = 0, 1, 2$, die Kopplungskoeffizienten bedeuten.

Für große Pumpintensitäten ($|a_0| \gg |a_1|, |a_2|$) kann a_0 in linearer Näherung als konstant betrachtet werden. Die Kombination von (1.12) und (1.13) liefert

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial t^2} + (\nu_1 + \nu_2) \frac{\partial a_1}{\partial t} = [c_1 c_2^* |a_0|^2 - \nu_1 \nu_2] a_1. \quad (1.14)$$

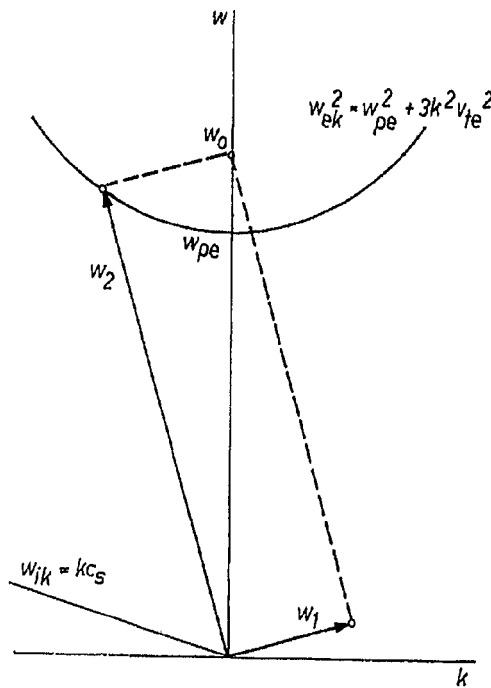


Bild 3. Kopplungsdiagramm für den parametrischen Zerfall in eine Elektronen-Plasmaschwingung und eine ionenakustische Mode (lies: ω statt w)

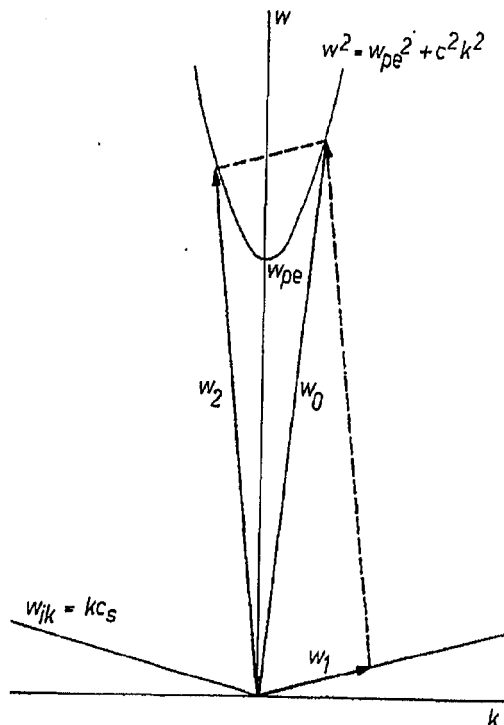


Bild 4. Kopplungsdiagramm für Brillouinstreuung (lies: ω statt w)

Eine „normal mode analysis“ führt zu der Anwachsrate

$$\gamma = -\frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \pm \left[\frac{(\nu_1 - \nu_2)^2}{4} + c_1 c_2^* |a_0|^2 \right]^{1/2}, \quad (1.15)$$

für Pumpintensitäten jenseits eines Schwellwertes, d. h.

$$|a_0|^2 \geq \frac{\nu_1 \nu_2}{c_1 c_2^*}. \quad (1.16)$$

Die Schlußfolgerungen entsprechen denen des vorangegangenen Abschnitts. Insbesondere erhalten wir eine schwellenlose Instabilität bei fehlender Dämpfung. Durch die parametrischen Resonanzen ist somit eine nichtlineare Modenkonzersion möglich. Erfährt eine der neu auftretenden energiereichen Wellen, $j = 1, 2$, eine stärkere Dämpfung als die lineare Dämpfung der Pumpwelle, so kann über diesen Prozeß Energie von der Pumpwelle auf das Plasma übertragen werden. Parametrische Prozesse stellen somit eine Möglichkeit dar, die in Abschnitt 1.1. diskutierte Aufheizung zu erreichen. In der Vergangenheit wurden unterschiedliche parametrische Prozesse in Plasmen untersucht. Grundlegende frühere Arbeiten sind unter Ref. [9–19] zitiert; Überblicke, insbesondere auch über neuere Entwicklungen, wurden von verschiedenen Autoren [20–29] gegeben.

2. Instabilitäten in homogenen Medien

2.1. Elektrostatische Instabilitäten in unmagnetisierten Plasmen

Zum grundlegenden Verständnis der parametrischen Instabilitäten in Plasmen untersuchen wir zunächst den einfachsten Fall einer Welle in Dipolnäherung,

$$E_p = E_0 \cos \omega_0 t, \quad (2.1)$$

die in Wechselwirkung mit einem unendlich ausgedehnten, homogenen, unmagnetisierten, eindimensionalen Plasma tritt. Die Frequenz ω_0 der Schwingung liege in der Größenordnung der Elektronenplasmafrequenz $\omega_{pe} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$. Hier bedeuten n_e die Elektronendichte, m_e die Masse und e die absolute Ladung eines Elektrons. Im hochfrequenten elektrischen Feld E_p werden hauptsächlich die Elektronen um eine Wegstrecke

$$\Delta x = (e E_0 / m_e \omega_0^2) \cos \omega_0 t, \quad (2.2)$$

ausgelenkt, während die Ionen praktisch in Ruhe bleiben. Langwellige (Wellenzahlvektor K) und niederfrequente (Frequenz Ω , mit $\Omega \ll \omega_0$) Ionenschwingungen können mit den oszillierenden Elektronen koppeln, so daß Dichteschwingungen bei den harmonischen $\omega_0 \pm \Omega$ stattfinden. Wir erhalten somit eine Störung

$$\delta n_e \approx \frac{\partial n_e}{\partial x} \Delta x, \quad (2.3)$$

die zu einer Verstimmung der ursprünglichen Resonanz der Elektronen führt; d. h., nach einer Fouriertransformation im Ort schreibt sich die neue Schwingungsgleichung für die Elektronen als

$$\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + \nu_e \frac{\partial n_e}{\partial t} + \omega_{ek}^2 n_e = -\frac{\partial^2 \delta n_e}{\partial t^2}. \quad (2.4)$$

Hierbei stellt ω_{ek} die lineare Resonanz im ungedämpften Fall ($v_e = 0$) dar, die durch die Bohm-Gross-Frequenz $\omega_{ek} \approx \omega_{pe}(1 + 3 k^2 \lambda_e^2 / 2)$ gegeben ist. Ferner bedeuten λ_e die Elektronen-Debyelänge, $\lambda_e = (T_e / 4\pi n_e e^2)^{1/2}$, und T_e die Elektronentemperatur.

Die niederfrequenten Ionenschwingungen lassen sich in einfachster Näherung (Iontemperatur $T_i = 0$) durch die hydrodynamischen Gleichungen für die Ionendichte n_i und die mittlere Ionengeschwindigkeit v_i in einem eindimensionalen Modell beschreiben.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i v_i) = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x}. \quad (2.6)$$

Über die Poissongleichung für das elektrostatische Potential Φ ist eine Kopplung mit der Elektronenkomponente vorhanden. Der Strahlungsdruck auf die Elektronen wird somit auch auf die Ionen übertragen. In einzelnen sieht man den Zusammenhang aus dem niederfrequenten Anteil der Elektronen-Druckbilanz

$$\left\langle m_e v_e \frac{\partial}{\partial x} v_e \right\rangle = e \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x}. \quad (2.7)$$

Die niederfrequente Reaktion der Elektronen kann man wegen deren großer Beweglichkeit adiabatisch beschreiben. Die Mittelung $\langle \rangle$ erstreckt sich über die kurze Zeitskala $T = 2\pi/\omega_0$. Der gemittelte Trägheitsterm der Elektronen stellt die niederfrequente ponderomotorische Kraft dar, die durch das hochfrequente Pumpfeld erzeugt wird. Sie berechnet sich aus der Geschwindigkeit der Elektronen in den hochfrequenten Feldern, d. h.

$$\left\langle m_e v_e \frac{\partial}{\partial x} v_e \right\rangle \approx \frac{e^2}{2m_e} \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \left[\operatorname{Re} \left[\frac{E_0 e^{i\omega_0 t}}{2i\omega_0} - \frac{E_0 e^{-i\omega_0 t}}{2i\omega_0} + \frac{E_+ e^{i\omega_+ t}}{i\omega_+} + \frac{E_- e^{i\omega_- t}}{i\omega_-} \right]^2 \right] \right\rangle, \quad (2.8)$$

wobei nur die Beiträge der Pumpwelle und der Seitenbänder $E_{\pm}$ bei den Frequenzen $\omega_{\pm} = \Omega \pm \omega_0$ berücksichtigt worden sind. Die Auswertung der rechten Seite von (2.8) ergibt

$$\left\langle m_e v_e \frac{\partial}{\partial x} v_e \right\rangle \approx \frac{e^2}{2m_e \omega_0^2} \frac{\partial}{\partial x} (E_0 E_+ + E_0 E_-) \cos \Omega t, \quad (2.9)$$

für $|\omega_-| \approx |\omega_+| \approx \omega_0$. Man beachte, daß für $\Omega \rightarrow 0$, d. h. für eine Selbstmodulation, (2.7) zusammen mit (2.8) eine modifizierte Boltzmannverteilung

$$n_e = n_0 \exp \left\{ \left[e\Phi - \frac{e^2 E_0^2}{m_e \omega_0^2} \right] / T_e \right\}, \quad (2.10)$$

zur Lösung hat und daß das Potential der ponderomotorischen Kraft einem Druckterm

$$\delta p = \frac{E_0^2}{4\pi} \quad (2.11)$$

entspricht. Der Ausdruck (2.11) stellt den Strahlungsdruck dar.

Da die Ausbreitung ionenakustischer Wellen durch den Elektronendruck betrieben wird, ergibt sich durch δp , bzw. (2.9), eine Verstimmung der ursprünglichen Resonanz der Ionen. Nach einer Fouriertransformation im Ort erhalten wir die neue Schwingungs-

gleichung der Ionen,

$$\frac{\partial^2 n_i}{\partial t^2} + \nu_i \frac{\partial n_i}{\partial t} + \omega_{ik}^2 n_i = -\frac{K^2}{8\pi m_i} (E_0 E_+ + E_0 E_-) \cos \Omega t, \quad (2.12)$$

wo ω_{ik} in linearer Näherung ungefähr gleich $K(T_e/m_i)^{1/2}$ ist.

Unter Berücksichtigung der Poisson-Gleichung stellen die Gleichungen (2.4) und (2.12) ein gekoppeltes System dar, aus dem die „nichtlineare“ Dispersionsgleichung gewonnen werden kann. Durch Fouriertransformation in der Zeit erhält man

$$-\omega_+^2 [1 + \chi_i(\omega_+) + \chi_e(\omega_+)] n_e(\omega_+) = iK n_i(\Omega) eE_0/2m_e, \quad (2.13)$$

$$-\omega_-^2 [1 + \chi_i(\omega_-) + \chi_e(\omega_-)] n_e(\omega_-) = iK n_i(\Omega) eE_0/2m_e, \quad (2.14)$$

bzw.

$$-\Omega^2 [1 + \chi_i(\Omega)/(1 + \chi_e(\Omega))] n_i(\Omega) = -iK eE_0 [n_e(\omega_-) + n_e(\omega_+)]/2m_i. \quad (2.15)$$

Hierbei bedeuten die Größen χ_j die aus der linearen Theorie bekannten frequenzabhängigen Suszeptibilitäten. Nichttriviale Lösungen des Systems (2.13)–(2.15) gehorchen der Dispersionsgleichung

$$1 + \chi_e(\Omega) + \chi_i(\Omega) = -\chi_i(\Omega) [1 + \chi_e(\Omega)] \frac{e^2 K^2 E_0^2}{4m_e^2 \omega_0^4} \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\Omega + \omega_0)} + \frac{1}{\varepsilon(\Omega - \omega_0)} \right\}, \quad (2.16)$$

mit

$$\varepsilon(\Omega + l\omega_0) = 1 + \chi_e(\Omega + l\omega_0) + \chi_i(\Omega + l\omega_0), \quad l = 0, \pm 1. \quad (2.17)$$

Lösungen der Dispersionsgleichung (2.16) können nur konsistent für $e^2 K^2 E_0^2 / 4m_e^2 \omega_0^4 \ll 1$ berechnet werden. Daraus folgt, daß irgendeine Lösung entweder $\varepsilon(\Omega) \approx 0$ oder $\varepsilon(\Omega + \omega_0) \approx 0$ oder $\varepsilon(\Omega - \omega_0) \approx 0$ erfüllen muß. Instabile Lösungen ergeben sich, wenn mindestens zwei Moden in der Nähe einer Resonanzstelle liegen, d. h., man unterscheidet die Fälle

$$\varepsilon(\Omega) \approx 0 \quad \text{und} \quad \varepsilon(\Omega - \omega_0) \approx 0 \quad \text{oder} \quad \varepsilon(\Omega + \omega_0) \approx 0,$$

bzw.

$$\varepsilon(\Omega - \omega_0) \approx 0 \quad \text{und} \quad \varepsilon(\Omega + \omega_0) \approx 0.$$

Der erste Fall beinhaltet die Zerfallsinstabilitäten, der zweite die oszillierende Zweistrom-Instabilität. Beide Instabilitätsarten wurden ausführlich von NISHIKAWA [15] analysiert.

Beim Zerfall einer Elektronen-Plasmawelle in eine ionenakustische Schwingung und eine Elektronen-Plasmaschwingung wachsen beide Zerfallsprodukte exponentiell an, wenn die Frequenzen und Wellenzahlvektoren die Resonanzbedingungen erfüllen und wenn die Pumpintensität einen Schwellwert überschreitet. Die letzte Bedingung lautet [15]

$$\frac{E_0^2}{64\pi n T_e} \geq \frac{\nu_e \nu_i}{\omega_{ek} \omega_{ik}}. \quad (2.18)$$

Dabei wurde die Stokes-Komponente $\Omega - \omega_0$ als resonant angenommen und unter der Voraussetzung $\omega_{ik} > \nu_e$ die Anti-Stokes-Komponente $\Omega + \omega_0$ nicht berücksichtigt. Ist die Bedingung $\omega_{ik} < \nu_e$ zusätzlich erfüllt, so muß die Anti-Stokes-Linie ebenfalls in Betracht gezogen werden. Für einen solchen Dreier-Resonanzprozess konnte jedoch gezeigt werden [30], daß der Schwellwert höher als der durch (2.18) gegebene liegt.

Die Anwachsrate der oben diskutierten Instabilität zeigt unterschiedliche Abhängigkeiten von der Pumpintensität für Bereiche direkt oder weit oberhalb des Schwell-

wertes. Die maximale Anwachsrate weit oberhalb des Schwellwertes ist [15]

$$\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_{ek}^2 \omega_{ik} E_0^2}{16\pi n T_e} \right)^{1/3}, \quad (2.19)$$

mit der typischen Proportionalität zu $E_0^{2/3}$, während sich direkt oberhalb des Schwellwertes eine Abhängigkeit proportional zu E_0^2 ergibt (s. Bild 5). Die unterschiedlichen Abhängigkeiten von der Pumpfeldamplitude lassen sich leicht aus der Tatsache erklären, daß die elektrostatischen Moden durch die ponderomotorische Kraft ($\sim E_0^2$) instabil getrieben werden. Die in einem weiten Bereich grundsätzlich quadratische Gleichung zur

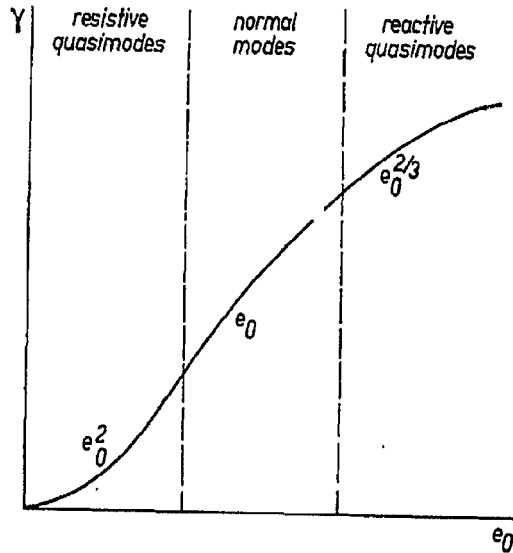


Bild 5. Schematische Darstellung der Anwachsrate parametrischer Instabilitäten in Abhängigkeit von der Pumpfeldstärke (lies: E statt e)

Bestimmung der Frequenz wird direkt oberhalb des Schwellwertes durch die Dämpfung dominiert, d. h. linear, mit $\gamma \propto E_0^2$. Mit wachsendem E_0 wird die Dämpfung vernachlässigbar und aus der Lösung der quadratischen Gleichung ergibt sich die Proportionalität $\gamma \propto E_0$. Für noch stärkere Pumpfeldamplituden werden die Moden selbst durch das äußere Feld beeinflusst und $\gamma \propto E_0^{2/3}$.

Der Schwellwert des Zerfalls $2\omega_{pe} \rightarrow \omega_{pe} + \omega_{pe}$ ist durch [14]

$$\frac{E_0^2}{256\pi n T_e} \geq \frac{\gamma_e^2}{\omega_{pe}^2 k_0^2 \lambda_e^2}, \quad (2.20)$$

gegeben. Eine zugehörige typische Anwachsrate ist

$$\gamma = \frac{eE_0}{2m_e c}. \quad (2.21)$$

Im Fall der oszillierenden Zweistrom-Instabilität ist die Anti-Stokes- ebenso wie die Stokes-Komponente resonant, während Ω keine lineare Resonanz darstellt. Dann ergibt sich als Lösung der Dispersionsgleichung (2.16) eine rein anwachsende (imaginäre) Mode Ω (d. h., beide Seitenbänder schwingen exakt bei der Pumpfrequenz) und eine hochfrequente elektrostatische Mode mit $\omega = \omega_0$ und $k > k_c \equiv (\omega_0^2 - \omega_{pe}^2)^{1/2} / \sqrt{3} v_{te}$ mit

$v_{te} = (T_e/m_e)^{1/2}$. Der Schwellwert ist durch [15]

$$\frac{E_0^2}{32\pi n T_e} \geq \frac{v_e}{\omega_0}, \quad (2.22)$$

bestimmt.

Vergleicht man (2.18) mit (2.22), so erkennt man, daß für $T_e \gg T_i$, d. h. $v_i/\omega_{ik} \ll 1$, der Schwellwert der oszillierenden Zweistrom-Instabilität wesentlich höher liegt als der entsprechende Wert der Zerfallsinstabilität. Andererseits können für $T_e \approx T_i$ beide Schwellwerte vergleichbare Größen annehmen.

Es lassen sich wiederum — für verschiedene Bereiche — unterschiedliche Abhängigkeiten der Anwachsrate von der Pumpintensität ermitteln. Für Pumpintensitäten weit oberhalb des Schwellwertes erhält man [15]

$$\gamma_{\max} = \left(\frac{\omega_{pe}^2 \omega_{pi} E_0^2}{32\pi n T_e} \right)^{1/3}. \quad (2.23)$$

Die oszillierende Zweistrom-Instabilität kann physikalisch einfach gedeutet werden [31]. Für $\omega_0 \leq \omega_{pe}$ können Oszillationen, hervorgerufen durch die Bewegung der Elektronen im Pumpfeld, Raumladungsfelder erzeugen, deren Phase so gelagert ist, daß auf Grund der ponderomotorischen Kraft eine Verstärkung der Schwingungen erreicht wird. Da hierbei die Ionen nicht oszillieren und keine „Reibung“ erfahren, hängt der Schwellwert lediglich von der Elektronendämpfung, und nicht von v_i ab. Für $\omega_0 > \omega_{pe}$ ist eine solche Anfachung nicht möglich, da ein Oszillator unter dem Einfluß einer erzwungenen Schwingung mit einer Frequenz größer als die Resonanzfrequenz sich genau umgekehrt zu dem eben geschilderten Bild verhält.

Die parametrische Zerfallsinstabilität wurde in Laborexperimenten [32–35] wie in der Ionosphäre [36] eindeutig beobachtet. Die oszillierende Zweistrom-Instabilität ist nicht einfach zu registrieren [37], da einerseits der Realteil der rein anwachsenden Mode verschwindet und zum anderen die Bedingung $\omega_0 < \omega_{pe}$ zu einer starken Dämpfung führt. Neben Experimenten bieten Computersimulationen eine gute Möglichkeit zur Vorhersage und zum Test [38].

2.2. Elektrostatische Instabilitäten in magnetisierten Plasmen

Magnetische Felder sind entweder bei der Heizung magnetisch eingeschlossener Plasmen von Beginn an vorhanden oder können bei der Laserfusion in der Stärke von einigen Mega-Gauß entstehen [39–44]. Die Rechnungen für magnetisierte Plasmen sind nicht zuletzt dadurch kompliziert, daß sehr verschiedene Wellentypen angeregt werden können. Mehrere Autoren [45–51] haben die elektrostatischen Instabilitäten in magnetisierten Plasmen diskutiert. Die Dispersionsgleichung lautet in der Grenze schwacher Kopplung [47, 51]

$$1 + \chi_e(\Omega) + \chi_i(\Omega) = -\chi_i(\Omega) [1 + \chi_e(\Omega)] \frac{\mu^2}{4} [\varepsilon^{-1}(\Omega - \omega_0) + \varepsilon^{-1}(\Omega + \omega_0)], \quad (2.24)$$

wobei die Größen χ_i die Suszeptibilitäten in magnetisierten Plasmen darstellen. Der Kopplungskoeffizient μ hat die Gestalt

$$\mu = \frac{e}{m_e} \left[\left(\frac{E_{0z} K_z}{\omega_0^2} + \frac{E_{0x} K_x + E_{0y} K_y}{\omega_0^2 - \omega_{Be}^2} \right)^2 + \frac{(E_{0x} K_y - E_{0y} K_x)^2 \omega_{Be}^2}{(\omega_0^2 - \omega_{Be}^2)^2 \omega_0^2} \right]^{1/2}. \quad (2.25)$$

Hierbei bedeutet $\omega_{Be} = eB_0/m_e c$ die Elektronen-Zyklotronfrequenz, und die Geometrie wurde so gewählt, daß das äußere magnetische Feld B_0 in z -Richtung gerichtet ist.

Die meistdiskutierten Zerfallsinstabilitäten sind [28]:

- I) Zerfall einer außerordentlichen Mode in eine untere (ω_1) und eine obere Hybride (ω_2) für $\omega_{pe} \ll \omega_{Be}$ mit der Schwellwertbedingung

$$E_0^2/64\pi nT_e \geq \omega_{pe}^2 \nu_1 \nu_2 / 2\omega_{Be} \omega_1^2 \omega_2; \quad (2.26)$$

- II) Zerfall einer außerordentlichen Mode in eine ionenakustische Welle (ω_1) und eine obere Hybride (ω_2) für $\omega_{pe} \ll \omega_{Be}$ mit der Schwellwertbedingung

$$E_0^2/64\pi nT_e \geq \omega_2^2 \nu_1 \nu_2 / \omega_{pe}^2 \omega_1 \omega_2; \quad (2.27)$$

- III) Zerfall einer Trivelpiece-Gould-Mode [52] in eine Ionen-Zyklotronwelle (ω_1) und eine Elektronen-Plasmaschwingung (ω_2) mit der Schwellwertbedingung

$$\frac{E_0^2}{64\pi nT_e} \geq \frac{\omega_0^2 \omega_{Be}^2}{\omega_{pe}^4} \left[\frac{\nu_1 \nu_2}{\omega_1 \omega_2} \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{Be}^2} \right) \right]; \quad (2.28)$$

- IV) Zerfall einer Whistlerwelle in eine ionenakustische Mode (ω_1) und eine Elektronen-Plasmaschwingung (ω_2) für $\omega_0 < \omega_{Be} < \omega_{pe}$ mit der Schwellwertbedingung

$$\frac{E_0^2}{64\pi nT_e} \geq \frac{\omega_0^2 (\omega_{Be} - \omega_0)^2}{\omega_{pe}^4} \left[\frac{\nu_1 \nu_2}{\omega_1 \omega_2} \left(1 + \frac{\sin^2 \Theta \omega_{pe}^2 \omega_{Be}^2}{(\omega_2^2 - \omega_{Be}^2)^2} \right) \right], \quad (2.29)$$

wobei Θ die Ausbreitungsrichtung relativ zum Magnetfeld charakterisiert;

- V) Zerfall einer magneto-akustischen Welle in eine Ionen-Bernsteinwelle (ω_1) und eine Driftwelle (ω_2) [53–55] mit der Schwellwertbedingung

$$KcE_0/B_0 \geq 2 \sqrt{\omega_1 \omega_2}; \quad (2.30)$$

- VI) Zerfall einer unteren Hybride in eine untere Hybride (ω_1) und Ionen-Zyklotronwellen (ω_2) [48, 56, 57] mit der Schwellwertbedingung

$$E_0^2/64\pi nT_e \geq (\omega_{Be}^2 \omega_0^2 / 4\omega_{pe}^2) [2.6\nu_2 (1 + \omega_{pe}^2/\omega_{Be}^2) / \omega_2]. \quad (2.31)$$

Die beiden letzten Zerfälle sind besonders wichtig zur Aufheizung von Tokamak-Plasmen. Aus technischen Gründen (Leistungsabgabe von HF-Sendern und Zuleitung über Hohlleiter) ist der Pumpfeldbereich auf Frequenzen zwischen der Ionen-Zyklotronfrequenz und der unteren Hybriden beschränkt, d. h. $100 \text{ MHz} \leq \omega_0 \leq 10 \text{ GHz}$.

Rein anwachsende Moden konnten ebenfalls vorausgesagt werden, u. z. lautet die Schwellwertbedingung für Pumpwellen in der Nähe der oberen Hybridfrequenz [51]

$$\frac{E_0^2}{8\pi nT_e} \geq \frac{\omega_0^2 (\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2)^2}{K^2 \nu_e^2 \omega_{pe}^6} \left(\frac{\omega_{Be}^2}{\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2} + \frac{\omega_{Bi}^2}{\omega_{pi}^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2} \right), \quad (2.32)$$

während die Bedingung für Pumpwellen bei der unteren Hybride lautet

$$\frac{E_0^2}{64\pi nT_e} \geq \frac{\omega_{Be}^2 \omega_0^2}{4\omega_{pe}^4 \omega_2} 2\nu_2 \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{Be}^2} \right). \quad (2.33)$$

In zahlreichen Experimenten [58–61] konnten Schwellwerte und Anwachsraten für die oben genannten Instabilitäten gemessen und qualitativ verglichen werden. Da die

meisten Zerfälle für die Aufheizung von Plasmen interessant sind, wurde in diesen Experimenten gleichzeitig die Energieübertragung auf Elektronen und Ionen untersucht. Wir kommen darauf im Abschnitt 5 zurück.

2.3. Elektromagnetische Instabilitäten in unmagnetisierten Plasmen

Bislang haben wir vorausgesetzt, daß die Seitenbänder und die niederfrequenten Oszillationen elektrostatischer Natur sind. In bestimmten Bereichen können jedoch Instabilitäten dominieren, an denen elektromagnetische Moden beteiligt sind [62–68]. Entsprechende Prozesse sind unter den Namen Raman-, Brillouin- und Comptonstreuung bekannt und kennzeichnen eine anomale Streuung elektromagnetischer Wellen an Elektronen- oder Ionenmoden bzw. Teilchen.

Das Dispersionsverhalten elektromagnetischer Wellen kann man ausgehend von den Zwei-Flüssigkeitsgleichungen für die Komponenten $j = e, i$ und den Maxwell'schen Gleichungen berechnen. Es gilt

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla(n_j v_j) = 0, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_j \cdot \nabla v_j = \frac{q_j}{m_j} \left(-\nabla \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \frac{q_j}{m_j c} v_j \times (\nabla \times \mathbf{A}) - \frac{\sigma T_j}{m_j n_j} \nabla n_j, \quad (2.35)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \nabla \Phi}{\partial t}, \quad (2.36)$$

mit

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi \sum_j q_j n_j,$$

und

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Hierbei ist Φ das elektrische Potential, $\mathbf{A}$ das Vektorpotential, $\mathbf{J}$ die elektrische Stromdichte und σ das Verhältnis der spezifischen Wärmen. Für eine Wellenausbreitung entlang der x -Achse folgt als vereinfachte Lösung von (2.36) die Stromdichte $\mathbf{J} = -e^2 \mathbf{A} n_e / m_e c$, da in der $(y-z)$ -Ebene $\nabla \Phi = 0$ gilt. Nach Abspaltung der fluktuierenden Größen (δ) folgt aus (2.36)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\nu_A \frac{\partial}{\partial t} + \omega_{pe}^2 - c^2 \nabla^2 \right) \mathbf{A} = -\omega_{pe}^2 \frac{\delta n_e}{n_e} \mathbf{A}. \quad (2.37)$$

Der Term auf der rechten Seite von (2.37) beschreibt die Kopplung der hochfrequenten elektromagnetischen Felder mit den niederfrequenten Dichtefluktuationen. Durch Kombination der Gleichungen (2.34) und (2.35) gewinnt man Differentialgleichungen für die Teilchendichtefluktuation der Elektronen und Ionen,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta n_e}{\partial t^2} + 2\nu_e \frac{\partial \delta n_e}{\partial t} - \sigma v_{ie}^2 \frac{\partial^2 \delta n_e}{\partial x^2} + \omega_{pe}^2 (\delta n_e - \delta n_i) &= \frac{e^2 n_e}{2m_e c^2} \nabla^2 (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}), \\ \frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial t^2} - 3\nu_i^2 \frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial x^2} + \omega_{pi}^2 (\delta n_i - \delta n_e) &= 0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

In der letzten Gleichung ist die direkte Wirkung der hochfrequenten Felder auf die Ionen vernachlässigt worden ($m_e/m_i \ll 1$). Man beachte, daß für elektromagnetische Wellen die ponderomotorische Kraft durch Mittelung der nichtlinearen konvektiven und $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ -Terme entsteht.

Die Gleichungen (2.37) und (2.38) stellen ein gekoppeltes System dar. Es kann unter den Standardannahmen für parametrische Instabilitäten [konstante (hier: zirkularpolarisierte) Pumpamplitude $\mathbf{A}_0$; schwache Kopplung, so daß nur die ersten Seitenbänder $\mathbf{A}_\pm$ wesentlich sind] in die Form

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\nu_\pm \frac{\partial}{\partial t} + \omega_{pe}^2 - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \mathbf{A}_\pm = -\omega_{pe}^2 \frac{\delta n_e}{2n_e} \mathbf{A}_0, \quad (2.39)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\nu_e \frac{\partial}{\partial t} - \sigma v_{te}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \delta n_e + \omega_{pe}^2 (\delta n_e - \delta n_i) = \frac{e^2 n_e}{2m_e^2 c^2} \nabla^2 (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_- + \mathbf{A}_0^* \cdot \mathbf{A}_+), \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial t^2} - 3v_{ti}^2 \frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial x^2} + \omega_{pi}^2 (\delta n_i - \delta n_e) = 0, \quad (2.41)$$

gebracht werden. Nach Fouriertransformation liefern die Gleichungen (2.39) bis (2.41) die Dispersionsbeziehung

$$1 + \chi_e(\Omega) + \chi_i(\Omega) = -\chi_e(\Omega) [1 + \chi_i(\Omega)] (K^2 e^2 E_0^2 / 4m_e^2 \omega_0^2) \times [(\omega_-^2 - \omega_{pe}^2 - c^2 k_-^2)^{-1} + (\omega_+^2 - \omega_{pe}^2 - c^2 k_+^2)^{-1}], \quad (2.42)$$

mit $\omega_\pm = \Omega \pm \omega_0 + i\nu_\pm$, $k_\pm = K \pm k_0$. Die Amplitude des elektrischen Feldstärkevektors der Pumpwelle wurde mit E_0 bezeichnet. Die Verallgemeinerung der Gleichung (2.42) auf nicht notwendig kolineare Wellenausbreitung und elektrostatische wie elektromagnetische Fälle lautet in der Form von DRAKE et al. [64]

$$1 + \chi_e(\Omega) + \chi_i(\Omega) = \chi_e(\Omega) [1 + \chi_i(\Omega)] (K^2/4) \times \left\{ \frac{|\mathbf{k}_+ \times \mathbf{v}_0|^2}{k_+^2 D_+} - \frac{|\mathbf{k}_- \cdot \mathbf{v}_0|^2}{k_-^2 \omega_-^2 \varepsilon_-} + \frac{|\mathbf{k}_+ \times \mathbf{v}_0|^2}{k_+^2 D_+} - \frac{|\mathbf{k}_+ \cdot \mathbf{v}_0|^2}{k_+^2 \omega_+^2 \varepsilon_+} \right\}, \quad (2.43)$$

wobei jetzt $\mathbf{k}_\pm = \mathbf{K} \pm \mathbf{k}_0$ ist. Ferner bedeuten $\varepsilon_\pm$ die lineare Dielektrizitätskonstante bei den Frequenzen $\omega_\pm$, $D_\pm = k_\pm^2 c^2 - \omega_\pm^2 \varepsilon_\pm$ und $\mathbf{v}_0 = e\mathbf{E}_0/m_e \omega_0$. Die Suszeptibilitäten können im allgemeinsten Fall aus den kinetischen Ausdrücken

$$\chi_l(\Omega) = -\frac{1}{2K^2 \lambda_{lj}^2} Z' \left(\frac{\Omega}{\sqrt{2} K v_{lj}} \right), \quad (2.44)$$

berechnet werden; die Ableitung der Plasmadispersionsfunktion wurde mit Z' bezeichnet.

Die Dispersionsgleichung (2.42) bzw. (2.43) liefert die sogenannten Streu-Instabilitäten (s. Bild 6):

- I) stimulierte Ramanstreuung, wenn an Elektronenwellen gestreut wird;
- II) stimulierte Brillouinstreuung, wenn an Ionenwellen gestreut wird;
- III) stimulierte Comptonstreuung, wenn an Teilchen gestreut wird.

Im allgemeinen wird durch die Wellenzahlvektoren der involvierten Moden eine Ebene aufgespannt. Bild 7 zeigt eine schematische Darstellung der Wellenzahlvektoren der Pumpwelle ($\underline{k}_0$) und der gestreuten Welle ($\underline{k}_0 - \underline{K}$) in Abhängigkeit vom Streuwinkel Θ . Rückstreuung findet bei $\Theta = 0$ und Vorwärtsstreuung bei $\Theta \rightarrow \pi/2$ statt. In den meisten Fällen ist die Anwachsrate für Rückstreuung maximal.

Welle – Welle Wechselwirkung

$$(\omega_0 = \omega_1 + \omega_2; k_0 = k_1 + k_2)$$

Photon $\longrightarrow$ Phonon + Plasmon (Decay)
 Photon $\longrightarrow$ Plasmon + Plasmon (Two Plasmon Inst.)
 Photon $\longrightarrow$ Phonon + Photon (Brillouin)
 Photon $\longrightarrow$ Plasmon + Photon (Raman)

Welle – Teilchen Wechselwirkung

$$(\omega_0 - \omega_1 = (\underline{k}_0 - \underline{k}_1) \cdot \underline{v}_T)$$

Photon $\longrightarrow$ Photon }
 Photon $\longrightarrow$ Plasmon } + Impuls- und Energieübertragung auf Teilchen (Compton)
 Photon $\longrightarrow$ Phonon }

Bild 6. Kopplungsmöglichkeiten im Plasma

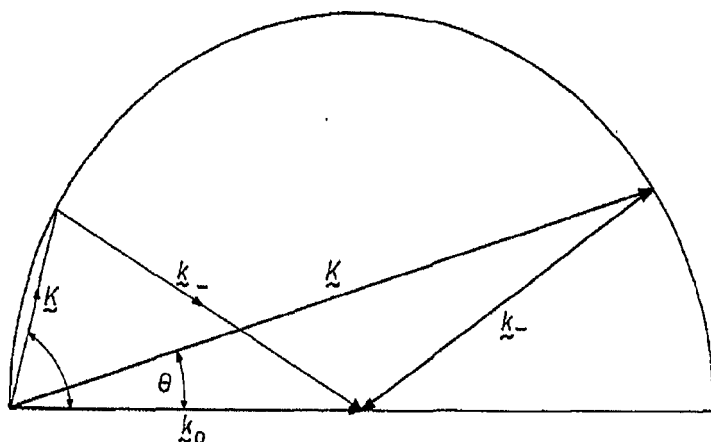


Bild 7. Schematische Darstellung der Wellenzahlvektoren für Streu-Instabilitäten in Abhängigkeit vom Streuwinkel Θ

Die Schwellwertbedingung für stimulierte Ramanstreuung ist durch [64]

$$\frac{E_0^2}{64\pi n T_e} \geq \frac{\nu_e \nu_e \omega_0^2 \omega_-}{\omega_{ek} \omega_{pe}^4} \left[K^2 \lambda_e^2 (\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos^2 \Theta \right], \quad (2.45)$$

gegeben. Die Anwachsrate γ wächst in der Nähe des Schwellwertes proportional zu E_0^2 ,

$$\gamma = \left(\frac{e E_0}{2 m_e c} \right)^2 \frac{\omega_{pe}}{\omega_0 \nu_e} [(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos^2 \Theta], \quad (2.46)$$

um nach einer Proportionalität zu E_0 ,

$$\gamma = \frac{e E_0}{2 m_e \omega_0 c} (\omega_0 \omega_{pe})^{1/2} [(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-) \cos \Theta], \quad (2.47)$$

in einem Zwischenbereich, für Pumpfeldstärken weit oberhalb des Schwellwertes die bekannte $E_0^{2/3}$ Abhängigkeit zu zeigen, d. h.

$$\gamma = \left(\frac{eE_0}{2m_e c} \right)^{2/3} \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0} \right)^{1/3} [(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos^2 \Theta]^{1/3}. \quad (2.48)$$

Der Schwellwert für stimulierte Brillouinstreuung ist durch [64]

$$\frac{E_0^2}{64\pi n T_e} \geq \frac{\nu_i \nu_{-} \omega_0^3}{\omega_{ik} \omega_{pe}^4} [(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos \Theta], \quad (2.49)$$

gegeben. Die Anwachsrate zeigt ein ähnliches Verhalten wie bei der Raman-Streuung, d. h. in der Nähe des Schwellwertes gilt

$$\gamma = \frac{\omega_{pi}}{2} \left(\frac{eE_0}{2m_e \omega_0 c^{1/2}} \right)^2 \frac{\omega_{pi} m_i^{1/2}}{\nu_i T_e^{1/2}} (\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos \Theta, \quad (2.50)$$

im Zwischenbereich

$$\gamma = \frac{eE_0}{2m_e \omega_0 c} \left(\frac{\omega_0}{\omega_{ik}} \right)^{1/2} \omega_{pi} (\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-) \cos^{1/2} \Theta, \quad (2.51)$$

während weit oberhalb des Schwellwertes gilt

$$\gamma = \left(\frac{eE_0}{2m_e c} \right)^{2/3} \left(\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_0} \right)^{1/3} [(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos \Theta]^{1/3}. \quad (2.52)$$

Die Einheitsvektoren $\hat{e}_0$ bzw. $\hat{e}_-$ kennzeichnen die Polarisierung der Pumpwelle bzw. der gestreuten Welle. Die Abhängigkeit der Schwellwerte und Anwachsrate von der Polarisationsrichtung erklärt sich aus der Tatsache, daß die elektrostatischen Moden durch die ponderomotorische Kraft ($\propto E_0 E_-$) instabil getrieben werden.

Es zeigt sich, daß die Schwellwerte für Brillouin- und Ramanstreuung ungefähr die gleiche Größenordnung besitzen (10^{13} W/cm² beim Nd-Glas-Laser bzw. 10^9 – 10^{10} W/cm² beim CO₂-Laser, für $T_e = 1$ keV und $n_e = 10^{21}$ cm⁻³ beim Neodym-Glas-Laser bzw. $n_e = 10^{19}$ cm⁻³ beim CO₂-Laser). Die maximale Anwachsrate für Brillouinstreuung im mittleren Feldstärkebereich zeigt eine Abhängigkeit proportional zu $(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-) \cos^{1/2} \Theta$. Die Winkelabhängigkeit $\cos^{1/2} \Theta$ folgt aus der Proportionalität der ponderomotorischen Kraft zu K , wobei $|K| \approx 2k_0 \cos \Theta$ gilt, zusammen mit der Abhängigkeit $\omega_{ik} \approx 2k_0 \cos \Theta c_s$ unter Berücksichtigung von $\gamma \propto \omega_{ik}^{-1/2}$ im mittleren Feldstärkebereich.

Neben den natürlichen Plasmamoden können auch die Teilchen eine eingestrahlte Welle streuen. Dieser Prozeß kann wesentlich werden, wenn die Moden stark gedämpft sind, z. B. für $k_0 \lambda_e \geq 1$. Für stimulierte Comptonstreuung an Elektronen errechnet sich die Schwellwertbeziehung zu [64, 65]

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\nu_-}{\omega_0} k_0^2 \lambda_e^2 \frac{\omega_0^2 c^2}{\omega_{pe}^2 \nu_{ie}^2}, \quad (2.53)$$

mit der maximalen Anwachsrate

$$\gamma = -\frac{e^2 E_0^2}{4m_e^2 \omega_0 c^2} \operatorname{Im} \frac{(\hat{e}_0 \cdot \hat{e}_-)^2 \cos^2 \Theta}{\chi_e(K v_{te}, 2k_0 \cos \Theta)}. \quad (2.54)$$

Die Abhängigkeit vom Winkel Θ ist bei der Comptonstreuung nicht so ausgeprägt wie bei der Raman- bzw. Brillouinstreuung. Für Streuung an Ionen kann sogar Rückstreuung minimal werden.

Wenn beide Seitenbänder resonant werden treten auch im elektromagnetischen Fall Modulationsinstabilitäten auf. Für $|\Omega| < K v_{ti}$ erhält man die Schwellwertbedingung [64]

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{v_{-}\omega_0}{\omega_{pe}^2} \frac{c^2}{v_{te}^2} \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) k_0^2 \lambda_e^2. \quad (2.55)$$

Für $K \cdot v_g = 0$ handelt es sich um eine rein anwachsende Mode, die stehende Dichteveränderungen quer zur einfallenden elektromagnetischen Welle produziert (Filamentierung). Eine typische Anwachsrate oberhalb des Schwellwertes ist

$$\gamma \approx \frac{e E_0 \omega_{pi}}{2 m_e \omega_0 c}. \quad (2.56)$$

Die Anwachsrate (2.56) ist um den Faktor $(\omega_{ik}/\omega_0)^{1/2}$ kleiner als die entsprechende Anwachsrate (2.51) für Brillouinstreuung, während der Schwellwert im allgemeinen niedriger als derjenige für Brillouinrückstreuung ist.

2.4. Elektromagnetische Instabilitäten in magnetisierten Plasmen

Elektromagnetische Instabilitäten in magnetisierten Plasmen sind für praktische Anwendungen von großer Bedeutung. Wegen des Magnetfeldes können stark unterschiedliche Moden an Streuprozessen beteiligt sein.

Verschiedene Autoren [62, 69–77] haben die Streuung elektromagnetischer Wellen in magnetisierten Plasmen berechnet. Wir gehen von einer hochfrequenten Pumpwelle aus, deren Polarisation, Frequenz und Wellenzahlvektor praktisch aus einer linearen Dispersionsbeziehung folgen. Die Pumpwelle regt elektrostatische Moden und Seitenbänder an. Letztere sind i. a. hybride Moden; sie wechselwirken mit der Pumpwelle und erzeugen eine niederfrequente ponderomotorische Kraft, die die Dichteoszillationen in der elektrostatischen Schwingung verstärken kann. Andererseits werden die Seitenbänder durch die Wechselwirkung der Pumpwelle mit den elektrostatischen Moden angefacht. Die Dispersion der gestreuten Welle kann – wie im vorangegangenen Abschnitt – aus den Zwei-Flüssigkeits-Gleichungen zusammen mit den Maxwell'schen Gleichungen berechnet werden, wobei die Kopplungen nur in niedrigster Ordnung berücksichtigt werden.

Berechnet man ganz allgemein den nichtlinearen Strom auf Grund einer Drei-Wellen-Wechselwirkung, so ist das Ergebnis äußerst kompliziert. Aus diesem Grund diskutieren wir hier nur die beiden wichtigsten Grenzfälle.

Für Wellenausbreitung *parallel* zum Magnetfeld erhält man [70]

$$\begin{aligned} \varepsilon(K, \Omega) (a_- + i b_-) &= 2 v_0^2 K \chi_e(K, \Omega) [1 + \chi_i(K, \Omega)] \omega_0^2 \\ &\times (\omega_0 + \omega_{Be})^{-1} [k_- (\omega_0 + \omega_{Be})^{-1} + k_0 \omega_- / \omega_0 (\omega_- - \omega_{Be})], \end{aligned} \quad (2.57)$$

während sich für Wellenausbreitung *nahezu senkrecht* zum Magnetfeld [75]

$$\chi_e^{-1}(K, \Omega) + [1 + \chi_i(K, \Omega)]^{-1} = v_0^2 K^2 a_-^{-1}, \quad (2.58)$$

ergibt. Hierbei bedeutet $a_- = c^2 k_-^2 - \omega_-^2 \varepsilon_{xx}(k_-, \omega_-)$ und $b_- = \omega_-^2 \varepsilon_{xy}(k_-, \omega_-)$. Die Schwellwertbedingung für Brillouinstreuung parallel zum Magnetfeld berechnet sich aus (2.57) zu [70]

$$\begin{aligned} E_0^2 &\geq 2 m_e^2 v_{te} v_{ti} (T_e/m_i)^{1/2} \omega_0^2 (1 + K^2 \lambda_e^2)^{3/2} [1 \mp \omega_{pe}^2 \omega_{Be} / 2 \omega_0 (\omega_{ik} - \omega_0 \mp \omega_{Be})^2] \\ &\times (\omega_0 \pm \omega_{Be}) \{ e^2 \omega_{pi}^2 [K \pm k_- \omega_{Be} (\omega_0 \pm \omega_{Be})^{-1} \pm k_0 \omega_{Be} / (\omega_{ik} - \omega_0 \mp \omega_{Be})] \}^{-1}, \end{aligned} \quad (2.59)$$

wobei das obere (untere) Vorzeichen für eine links-(rechts-)zirkularpolarisierte Welle steht.

Die maximale Anwachsrate für Rückstreuung schreibt sich als

$$\gamma = -b_0 \pm (b_0^2 - c_0)^{1/2} \quad (2.60)$$

mit $b_0 = (\nu_i + \nu_-)/2$ und

$$c_0 = \nu_i \nu_- - v_0^2 \omega_{pi}^2 [K \mp k_- \omega_{Be} (\omega_0 \pm \omega_{Be})^{-1} \pm k_0 \omega_{Be} / (\omega_{ik} - \omega_0 \mp \omega_{Be})] \\ \times \{4c_s(1 + K^2 \lambda_e^2)^{3/2} [1 \mp \omega_{pe}^2 \omega_{Be} / 2\omega_0 (\omega_i - \omega_0 \mp \omega_{Be})^2] (\omega_0 \pm \omega_{Be})\}^{-1},$$

mit $c_s = \sqrt{T_e/m_i}$.

Für Ramanstreuung parallel zum Magnetfeld erhält man eine analoge Schwellwertbedingung [77], während die Anwachsrate durch (2.60) mit den veränderten Konstanten $b_0 = (\nu_e + \nu_-)/2$ und

$$c_0 = \nu_e \nu_- - v_0^2 \omega_{pe} K [K \mp k_- \omega_{Be} (\omega_0 \pm \omega_{Be})^{-1} \pm k_0 \omega_{Be} / (\omega_{pe} - \omega_0 \mp \omega_{Be})] \\ \times \{2[1 \mp \omega_{Be} \omega_{pe}^2 / 2\omega_0 (\omega_{pe} - \omega_0 \mp \omega_{Be})^2] (\omega_0 \pm \omega_{Be})\}^{-1},$$

gegeben ist. Die Auswertung zeigt für wachsende Magnetfeldstärke ein Abfallen der Anwachsrate für eine linkszirkularpolarisierte Welle, während die Anwachsrate für eine rechtszirkularpolarisierte Welle anwächst.

Für Wellenausbreitung nahezu senkrecht zum Magnetfeld kann an Moden in der Nähe der oberen bzw. unteren Hybridenresonanz und an Driftwellen gestreut werden. Die Schwellwertbedingungen und Anwachsrate sind: für Rückstreuung an der oberen Hybriden (Dämpfung ν) [75]

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\omega_0 \nu_- (\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2)^{1/2} c^2}{\omega_{pe}^4} \frac{c^2}{v_{te}^2}, \quad (2.61)$$

bzw.

$$\gamma = -(\nu + \nu_-)/2 \pm [(\nu - \nu_-)^2/4 + \cos^2 \Theta v_0^2 \omega_0 \omega_{pe}^2 / 4c^2 (\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2)^{1/2}]^{1/2}, \quad (2.62)$$

für Rückstreuung an der unteren Hybriden (Dämpfung ν) [75]

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\omega_0 \nu_- |\omega_{Be} \omega_{Bi}|^{1/2} c^2}{\omega_{pe}^2 \omega_{pi}^2} \frac{c^2}{v_{te}^2}, \quad (2.63)$$

bzw.

$$\gamma = -(\nu + \nu_-)/2 \pm [(\nu - \nu_-)^2/4 + \cos^2 \Theta v_0^2 \omega_{pi}^2 \omega_0 / 4c^2 |\omega_{Bi} \omega_{Be}|^{1/2}]^{1/2}, \quad (2.64)$$

für Rückstreuung an Driftwellen [75] mit der Frequenz $\omega_d = K_1 v_{te}^2 / L_n \omega_{Be} (1 + K^2 \lambda_e^2)$ und der Dämpfung ν ,

$$\frac{E_0^2}{4\pi n T_e} \geq \frac{\nu \omega_0^3}{\omega_{pe}^4 \omega_d} (1 + K^2 \lambda_e^2), \quad (2.65)$$

bzw.

$$\gamma = -(\nu + \nu_-)/2 \pm [(\nu - \nu_-)^2/4 + K_1^2 v_{te}^2 \nu^2 / 2L_n \omega_{Be} \omega_0 \lambda_e^2 (1 + K^2 \lambda_e^2)^2]^{1/2}, \quad (2.66)$$

wobei L_n die charakteristische Länge der Dichteinhomogenität ist, K eine Komponente $K_\perp$ senkrecht zum Magnetfeld besitzt, und ν die Dämpfungsrate der jeweiligen niederfrequenten Mode ist.

Wie im Fall eines unmagnetisierten Plasmas wird i. a. Rückstreuung bevorzugt. Lediglich im Fall der Streuung an Driftwellen wird Seitwärtsstreuung unter einem Winkel

$\Theta = 45^\circ$ maximal. Das Magnetfeld erhöht die Schwellwerte für Streuintensitäten senkrecht zum Magnetfeld, während für Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld für eine rechtszirkularpolarisierte Welle der Schwellwert erniedrigt werden kann. Ein äußeres Magnetfeld erhöht die Schwellwerte in homogenen Plasmen. Zum Beispiel ist das Verhältnis des Schwellwertes für Streuung an der oberen Hybriden zu dem für Ramanstreuung $(1 + \omega_{Be}^2/\omega_{pe}^2)^{1/2}$.

Ferner können Modulations- und Comptoninstabilitäten auftreten. Für den Fall der Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld hat die Compton-Streuung eine Schwellwertbedingung [76]

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\nu \omega_0}{\omega_{pe}^2 k_0^2 \lambda_e^2 \psi}. \quad (2.67)$$

Die Größe ψ berechnet sich für Streuung an Ionen als

$$\psi = \begin{cases} -\operatorname{Im} Z'(0,7)/8k_0^2 \lambda_e^2 & \text{für } k_0 \lambda_e > 1, \\ -8k_0^2 \lambda_e^2 \operatorname{Im} Z'(0,7)/|Z'(0,7)|^2 & \text{für } k_0 \lambda_e \ll 1, \end{cases} \quad (2.68)$$

bzw. für Streuung an Elektronen als

$$\psi = \begin{cases} -\operatorname{Im} Z'(0,7) T_e/128 T_i k_0^6 \lambda_e^6 & \text{für } k_0 \lambda_{e,i} > 1, \\ -(T_i/2 T_e k_0^2 \lambda_e^2 |Z'(0,7)|^2) \operatorname{Im} Z'(0,7) & \text{für } k_0 \lambda_{e,i} \ll 1. \end{cases} \quad (2.69)$$

Für langwellige Moden ($k_0 \lambda_e \ll 1$) dominiert die stimulierte Raman-Streuung gegenüber stimulierter Comptonstreuung an Elektronen. Für $k_0 \lambda_e > 1$ wird letztere wesentlich. Ähnliche Ergebnisse zeigt ein Vergleich der stimulierten Brillouinstreuung mit Comptonstreuung an Ionen. Allerdings ist Comptonstreuung an Elektronen wichtiger als Comptonstreuung an Ionen. Die Anwachsrate hängen von der Magnetfeldstärke stark ab, während die Schwellwerte praktisch unverändert bleiben.

Für Wellenausbreitung senkrecht zum Magnetfeld ändert bei $\mathbf{K} \parallel \mathbf{B}_0$ das Magnetfeld die Streuprozesse nicht, während bei $\mathbf{K} \perp \mathbf{B}_0$ nur wenige Teilchen an der resonanten Welle-Teilchen-Wechselwirkung teilnehmen können wegen ihrer effektiven Bindung an die Magnetfeldlinie. In dem letzteren Fall ist die Compton-Streuung demnach gering.

Für Modulationsinstabilitäten muß man die Stokes- und die Anti-Stokes-Komponente in der Dispersionsgleichung berücksichtigen. Typische Fälle für Wellenausbreitung senkrecht und parallel zum Magnetfeld kann man am einfachsten nach der in Abschnitt 4 behandelten Methode untersuchen, da man die Modulationsinstabilitäten aus einer linearisierten Form der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung erhalten kann. Das Verhältnis der typischen Anwachsrate mit bzw. ohne äußeres Magnetfeld ist $(1 + \omega_{Bi}^2/\omega_{pi}^2)^{1/2}$.

2.5. Abschließende Bemerkungen

2.5.1. Die Streu-Instabilitäten können den gewünschten Aufheizungseffekt äußerst negativ beeinflussen, da nur ein geringer Teil der Energie in die (niederfrequente) elektrostatische Mode geht. Dies folgt wegen $|\omega_{\pm}| \gg \Omega$ aus den Manley-Rowe-Beziehungen [78]

$$\frac{E_0^2}{\omega_0} = \frac{E_-^2}{|\omega_-|} = \frac{E_{\Omega}^2}{|\Omega|}, \quad (2.70)$$

wobei E_0 der Absolutbetrag der elektrostatischen Feldamplitude ist. Die Streu-Instabilitäten führen daher zu einer anomalen Reflexion der einfallenden elektromagnetischen

Strahlung. Charakteristische Schwellwerte und Anwachsraten sind in den Bildern 8 und 9 zusammengestellt.

2.5.2. Die bisherige Analyse der Streu-Instabilitäten ist genaugenommen nur dann richtig, wenn die angeregten Wellen räumlich homogen im System verbleiben. In physi-

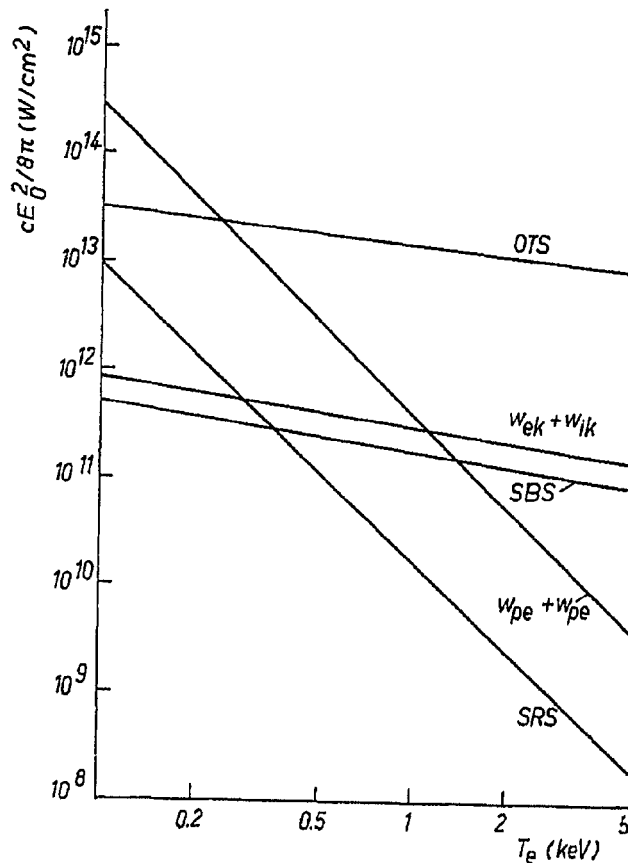


Bild 8. Charakteristische Schwellwerte für verschiedene Instabilitäten in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur. Die Abhängigkeiten wurden für einen Neodym-Glas-Laser (Wellenlänge ungefähr $1 \mu\text{m}$) und $n_e \approx 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ ausgewertet (vgl. Ref. [204]) (lies: ω statt w)

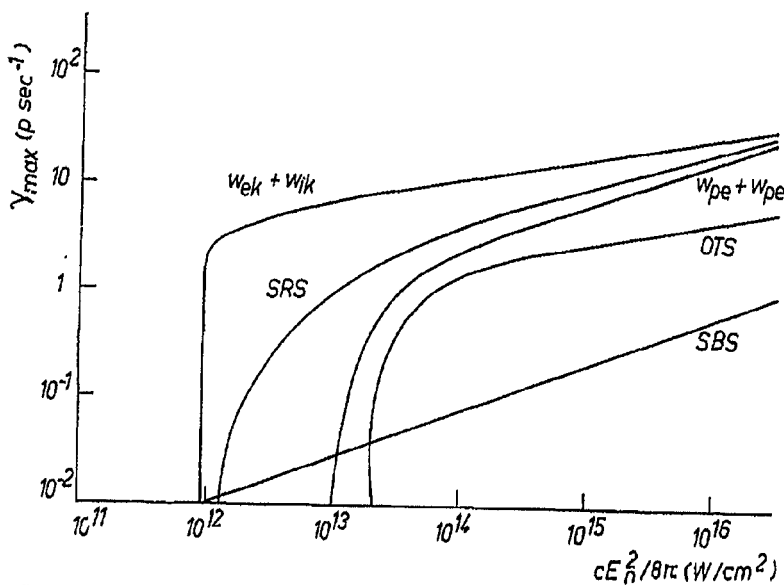


Bild 9. Charakteristische Anwachsraten unter den gleichen Bedingungen wie in Bild 8 (vgl. Ref. [204]) ($n_e \approx 10^{21} \text{ cm}^{-3}$, $T \propto [cE_0^2/8\pi]^{1/2}$) (lies: ω statt w)

kalisch realistischen Systemen treten die Oszillationen jedoch als Wellenpakete lokalisiert im Raum auf, mit einer Tendenz, sich aus dem Anregungsgebiet herauszubewegen. Mathematisch müßte man diesen Prozeß durch eine Lösung der Dispersionsgleichung für reelle Ω und komplexe K verfolgen; physikalisch muß die Frage entschieden werden, ob eine Instabilität absoluter oder konvektiver Natur ist. Eine Instabilität heißt absolut, wenn eine lokalisierte Störung unbegrenzt exponentiell mit der Zeit an einem festen Raumpunkt anwächst, während bei einer konvektiven Instabilität an einem bestimmten Ort eine Mode nur über eine endliche Zeit anwachsen darf. (Diese Unterscheidung hängt natürlich vom Bezugssystem ab.) Für die Zerfallsinstabilitäten kann man allgemein zeigen [27], daß sie absolut sind, wenn die Gruppengeschwindigkeiten der elektrostatischen Zerfallsmoden entgegengesetzt gerichtet sind; anderenfalls sind die Instabilitäten konvektiv. Auf die entsprechende Problematik bei den Streu-Instabilitäten kommen wir im nächsten Abschnitt zurück.

2.5.3. Wie bereits angedeutet, ist die Annahme der räumlichen Homogenität für viele Anordnungen nicht erfüllt. Die vorausgegangenen Überlegungen lassen sich trotzdem, unter der Annahme der lokalen Homogenität, für zahlreiche Systeme anwenden. Wegen der Frequenz- und Wellenzahlbedingungen treten, bei variierender Dichte, die Instabilitäten in verschiedenen Bereichen auf. Einen Überblick gibt Bild 10. Eine elektromagne-

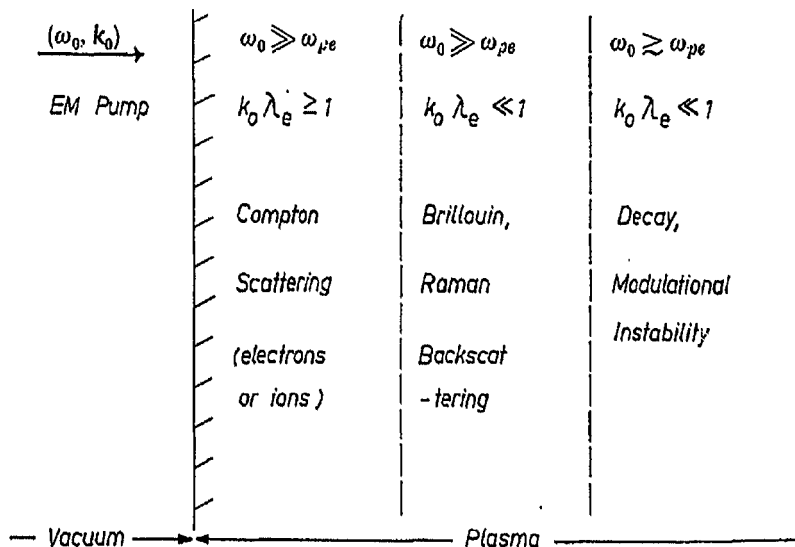


Bild 10. Räumliche Verteilung der Instabilitätsbereiche unter der Voraussetzung der lokalen Homogenität

tische Welle trifft auf ein Plasma und wird zunächst in den äußeren Zonen (wegen $k_0 \lambda_e \gg 1$ und $\omega_0 \gg \omega_{pe}$) an Teilchen gestreut (Comptonstreuung). In der nächsten Zone ($k_0 \lambda_e < 1$ und $\omega_0 \gg \omega_{pe}$) gewinnen Raman- und Brillouinstreuung an Bedeutung, bevor in der dritten Zone wegen $\omega_0 \sim \omega_{pe}$ Zerfalls- und Modulationsinstabilitäten wesentlich werden können.

3. Instabilitäten in speziellen Anordnungen

3.1. WKB-Näherung

Tatsächliche Experimente werden in begrenzten, räumlich inhomogenen Plasmen mit ortsabhängigen Expansionsgeschwindigkeiten, Hintergrundturbulenz, etc., durchgeführt. In diesem Abschnitt diskutieren wir derartige Einflüsse auf Schwellwerte und Anwachsrate bzw. auf die Natur der Instabilitäten.

Inhomogenitäten zerstören die Resonanz der Wellenzahlvektoren ($k_0 = K - k_{\pm}$) außerhalb eines engen Gebietes. Die harmonische Näherung des vorigen Abschnittes ist dann nicht mehr adäquat; bei konstanter Pumpamplitude muß vielmehr von dem System zweier gekoppelter Differentialgleichungen zweiter Ordnung ausgegangen werden. Für schwache Variationen der Wellenamplituden ist eine lokale Fouriertransformation möglich. Unter der Voraussetzung, daß zweite Ableitungen nach der Zeit und dem Ort vernachlässigt werden können, erhält man für eine eindimensionale Anordnung in der WKB-Näherung ein gekoppeltes System von Gleichungen erster Ordnung,

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} + v_1 a_1 + V_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} = \gamma_0 a_2 \exp \left(i \int_0^x \kappa(x) dx \right), \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} + v_2 a_2 - V_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} = \gamma_0 a_1 \exp \left(-i \int_0^x \kappa(x) dx \right) + \delta(x). \quad (3.2)$$

Hier stellen $a_{1,2}$ die Wellenamplituden dar, und V_1 bzw. V_2 sind die absoluten Werte der zugehörigen Gruppengeschwindigkeiten, wobei entgegengesetzte Ausbreitungsrichtungen angenommen wurden. Der Kopplungskoeffizient γ_0 ist identisch mit der entsprechenden Anwachsrate im homogenen Plasma und $\kappa(x) = k_0(x) - K(x) - k_{\pm}(x)$ ist ein Maß für die Abweichung von der Resonanz gegenüber der Stelle $x = 0$. Die Deltafunktion auf der rechten Seite von (3.2) trägt einer thermischen Quelle Rechnung.

Es liegen zahlreiche Untersuchungen [79–97] von parametrischen Instabilitäten in inhomogenen Plasmen vor. Wir benutzen zunächst die WKB-Näherung. Es kann dann gezeigt werden, daß beim Vorhandensein eines linearen Dichtegradienten absolute Instabilität nur dort auftreten kann, wo $d\kappa(x)/dx = 0$ ist. An Orten, an denen $d\kappa(x)/dx \neq 0$ ist, existieren Lösungen des Anfangswertproblems in der Form von Pulsen, die durch Konvektion das Resonanzgebiet verlassen. Nach anfänglichem exponentiellen Anwachsen wird ihre Intensität beim Verstärkungsfaktor $\exp(2\pi\gamma_0^2/\kappa' V_1 V_2)$ gesättigt. Die WKB-Näherung bricht zusammen, wenn $\kappa'\kappa^2 \approx 1$ wird und eine der Zerfallswellen in die Nähe ihres cut-offs kommt [86]. Das trifft für den Zerfall $2\omega_{pe} \rightarrow \omega_{pe} + \omega_{pe}$ an der sogenannten „quarter-critical-density“ und für Seitwärtsstreuungen in inhomogenen Plasmen zu. Interessant ist jedoch, daß das WKB-Kriterium, nach dem absolute Instabilität auftritt, wenn $d\kappa/dx = 0$ ist, auch jenseits seines eigentlichen Gültigkeitsbereiches diese Fälle qualitativ gut erfaßt.

Die konvektive Sättigung ist bedeutend, weil allein durch lineare Effekte, d. h. bei relativ kleinen Amplituden, ein unbegrenztes Anwachsen der instabilen Moden verhindert wird. Trotzdem definiert man auch bei konvektiver Sättigung einen Schwellwert, der bei Verstärkung der Intensitäten der Zerfallsmoden um mehr als einen Faktor e^A (mit $A \approx 5$) überschritten wird.

3.2. Instabilitäten in inhomogenen Plasmen

ROSENBLUTH und Mitarbeiter [79–92] haben ausgehend von (3.1) und (3.2) für die Zerfallsinstabilität gezeigt, daß in einem (linear) inhomogenen Plasma eine anfängliche Störung sich als Puls entwickelt, der mit der Geschwindigkeit $(V_1 - V_2)/2$ fortschreitet, (wobei V_1 und V_2 die entgegengerichteten Gruppengeschwindigkeiten der beiden Zerfallswellen sind), dessen Breite wie $(V_1 + V_2) t/2$ wächst und dessen Intensität bei einem Intensitätsverstärkungsfaktor $\exp(2\pi\gamma_0^2/\kappa' V_1 V_2)$ abgesättigt wird.

Die konvektive Sättigung in einem inhomogenen Plasma kann man leicht verstehen. Liegt an einem Ort ($x = 0$) perfektes Matching vor, dann ist bei vorgegebenen Frequenzen wegen der Ortsabhängigkeit der Wellenzahlen an einem anderen Ort die

Matching-Bedingung nicht mehr streng erfüllt. Wenn die Zerfallswellen den Ort x_m erreichen, der durch

$$\int_0^{x_m} \kappa(x) dx = \frac{\pi}{2}, \quad (3.3)$$

bestimmt ist, sind die Phasen so stark verstimmt, daß für $x > x_m = \sqrt{\pi/\kappa'}$ keine Verstärkung mehr möglich ist. Es lassen sich effektive Dämpfungsraten, z. B. für Elektronen-Plasmawellen $\nu_e = V_1/x_m$ und für Ionenwellen $\nu_i = V_2/x_m$, definieren und in (2.18) für den Schwellwert einsetzen. Man erhält

$$\frac{E_0^2}{64\pi n T_e} \geq \frac{\kappa' V_1 V_2}{\pi \omega_{ek} \omega_{ik}}, \quad (3.4)$$

in qualitativer Übereinstimmung mit der Schwellwertbedingung

$$\frac{2\pi\gamma_0^2}{\kappa' V_1 V_2} \geq A. \quad (3.5)$$

Die Zufuhr an Pumpintensität muß nicht nur die „konvektiven Verluste“ ausgleichen; bei Anwesenheit von Stoßdämpfung erhält man die zusätzliche Bedingung

$$2\gamma_0 > \left(\frac{\nu_1}{|V_1|} + \frac{\nu_2}{|V_2|} \right) |V_1 V_2|^{1/2}. \quad (3.6)$$

Für die Berechnung des Schwellwertes der Zerfallsinstabilität wurde angenommen, daß sich die Zerfallsmoden entlang des Dichtegradienten bewegen. Bei einer Fortbewegung senkrecht zum Dichtegradienten bleiben sie jedoch länger im resonanten Gebiet und der Schwellwert wird weniger beeinflusst. Auch im Falle der Rückstreuung werden zwar die Schwellwerte stark erhöht, doch kann dann Seitwärtsstreuung in inhomogenen Plasmen überwiegen.

Die explizite Form der Schwellwertbedingung erhält man aus (3.5) mit [92]

$$\gamma_0 = \frac{k_0 v_0}{2} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_-} \right)^{1/2} |\hat{e}_- \cdot \hat{e}_0|, \quad (3.7)$$

für $\omega_0 \approx \omega_-$ [vgl. (2.47)], bzw.

$$\kappa' = \frac{\omega_{pe}^2}{6k_0 L_n v_{te}^2} \left[\frac{1}{2 \sin^2(\Theta/2)} + \frac{3v_{te}^2}{c^2} \left(\frac{1}{\cos \Theta} - 1 \right) \right], \quad (3.8)$$

bei Ramanstreuung und

$$\gamma_0 = \frac{\omega_{pi}}{2} \frac{k_0 v_0}{(\omega_- K c_s)^{1/2}} |\hat{e}_- \cdot \hat{e}_0|, \quad (3.9)$$

für $\omega_0 \approx \omega_-$ [vgl. (2.51)], bzw.

$$\kappa' = \frac{k_0 \omega_{pe}^2}{2\omega_0^2 L_n} (\cos^{-1} \Theta - 1), \quad (3.10)$$

für Brillouinstreuung. Hier bedeutet $L_n^{-1} = (1/n_e) dn_e/dx$ die charakteristische Inhomogenitätslänge. Für Brillouinstreuung ist eine Inhomogenität in der Expansionsgeschwindigkeit, beschrieben durch die charakteristische Länge $L_u^{-1} = (1/u) du/dx$, wichtiger als eine Dichteinhomogenität. Diesem Umstand tragen wir im folgenden Rechnung. Aus

(3.7) und (3.8) ergibt sich zusammen mit (3.5) die Schwellwertbedingung für Ramanrückstreuung zu

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{A}{k_0 L_n} \frac{c^2}{v_{te}^2} \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2}, \quad (3.11)$$

während aus (3.9) und (3.10) zusammen mit (3.5) für Brillouin-Rückstreuung folgt

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq A \frac{\omega_0^4}{\omega_{pe}^4} \frac{\left| -1 + \frac{\omega_{pe}^2}{2\omega_0^2} \frac{L_u}{L_n} \right|}{k_0 L_u}. \quad (3.12)$$

Legt man charakteristische Längen von ungefähr 10^{-2} bis 10^{-1} cm zu Grunde, so ergeben sich bei Dichten von 10^{19} cm $^{-3}$ (CO $_2$ -Laser) bzw. 10^{21} cm $^{-3}$ (Nd-Glas-Laser) und bei einer Temperatur von $T_e = 1$ keV Erhöhungen der Schwellwerte um Faktoren der Größenordnung 10^4 – 10^5 bei Ramanstreuung bzw. 10 – 100 bei Brillouinstreuung. Der Schwellwert für den Zerfall in eine Elektronen- und eine Ionenwelle wird für diese Parameter lediglich um den Faktor 10 erhöht.

DRAKE und LEE [86] untersuchten die Raman-Streuung am Ort der sogen. „quarter-critical density“, d. h. dort, wo $\omega_0 \approx 2\omega_{pe}$ ist. Außerhalb des Gültigkeitsbereiches der WKB-Näherung fanden sie eine absolute Instabilität in inhomogenen Plasmen mit der Schwellwertbedingung

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2} \frac{c^2}{v_{te}^2} (k_0 L_n)^{-4/3}. \quad (3.13)$$

Die zugehörige zeitliche Anwachsrate für Rückstreuung ist durch

$$\gamma = \frac{eE_0}{2m_e c}, \quad (3.14)$$

gegeben. Es konnte gezeigt werden [91], daß diese Aussagen auch aus dem „WKB-Kriterium“ folgen, wonach absolute Instabilität vorhanden ist, wenn $d\kappa(x)/dx = 0$, bzw.

$$\frac{d^2\kappa}{dx^2} \frac{|V_1 V_2|^{3/2}}{\gamma_0^3} < 1, \quad (3.15)$$

gilt.

Bei Seitwärtsstreuung in inhomogenen Plasmen sind ebenfalls zeitlich anwachsende Moden möglich. Bei deren Berechnung kann gleichfalls die WKB-Näherung nicht mehr benutzt werden, sondern es muß das System gekoppelter Differentialgleichungen zweiter Ordnung gelöst werden [92]. Für Raman-Seitwärtsstreuung in unmagnetisierten Plasmen erhält man die Schwellwertbedingung

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2} \frac{c^2}{v_{te}^2} (k_0 L_n)^{-4/3}, \quad (3.16)$$

[vgl. (3.13)] und die Anwachsrate für absolute Instabilität

$$\gamma = \frac{eE_0}{2m_e \omega_0 c} \omega_{pe}. \quad (3.17)$$

Für Brillouin-Seitwärtsstreuung ergibt sich entsprechend

$$\frac{E_0^2}{16\pi n T_e} \geq \frac{\omega_0^2}{\omega_{pe}^2} \frac{L_u}{L_n} (k_0 L_u)^{-4/3} \left(1 + \frac{L_u}{L_n} \right)^{-2/3}, \quad (3.18)$$

bzw.

$$\gamma = \frac{eE_0}{2m_e\omega_{pe}c} \left(\frac{L_n}{L_u} \right)^{1/2} \omega_{pi}. \quad (3.19)$$

In magnetisierten Plasmen sind die Verhältnisse noch komplizierter [96]. Als ein Beispiel betrachten wir die Seitwärtsstreuung an Moden in der Nähe der oberen Hybriden. Die Schwellwertbedingung für absolute Instabilität lautet

$$\frac{E_0^2}{16\pi nT_e} \geq \frac{\omega_0^2}{(\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2)} \frac{c^2}{v_{te}^2} (k_0 L_n)^{-4/3}, \quad (3.20)$$

während die Anwachsrate durch

$$\gamma = \frac{eE_0\omega_{pe}k_0}{2m_e\omega_0(\omega_0 - \omega_{pe} + \omega_H)} \left(1 - \frac{3c\omega_{pe}^{1/2}}{(4v_0k_0)^{3/2} L_n} \right), \quad (3.21)$$

bestimmt ist. Die Resonanzfrequenz der oberen Hybriden wurde mit $\omega_H = (\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2)^{1/2}$ bezeichnet. Ein Vergleich von (3.21) mit (3.17) zeigt, daß die Anwachsrate im unmagnetisierten Fall kleiner ist.

Weitere Fälle, wie z. B. die Rückstreuung im Gebiet $\omega_0 = \omega_H + \omega_{pe}$ und Comptonstreuung wurden ebenfalls in der Literatur diskutiert [92, 96]. Praktisch besonders wichtig sind Betrachtungen für einen schrägen Einfall der elektromagnetischen Welle relativ zum Dichtegradienten. Diese Anordnung entspricht der linearen Modenkonversion, wobei wegen der hohen Feldstärken nichtlineare Zerfälle berücksichtigt werden müssen [90, 98–101]. Im elektrostatischen Grenzfall und unter Anwendung der WKB-Näherung wurde von WHITE et al. [100] gezeigt, daß für einen Zerfall in eine ionenakustische Welle und eine Elektronen-Plasmawelle zeitlich anwachsende Moden existieren. Die entsprechende Anwachsrate erweist sich für typische Parameter der Laserfusion als vergleichbar zu der Anwachsrate in homogenen Plasmen und die Schwellwertbedingung ist praktisch identisch mit derjenigen für räumliche Verstärkung in der Nähe des klassischen Umkehrpunktes $\omega_{pe} = \omega_0 \cos \varphi$, wobei φ der Einfallswinkel ist. Die Problemstellung wurde von FORSLUND et al. [101] erweitert, indem eine volle elektromagnetische Beschreibung ohne WKB-Näherung gewählt wurde. Die numerischen Lösungen zeigen ein qualitativ ähnliches Verhalten und wurden bis in den nichtlinearen Bereich verfolgt (s. Abschnitt 4).

3.3. Instabilitäten in begrenzten und turbulenten Plasmen

In räumlich begrenzten Plasmen können die Wellen nur in dem vorgeschriebenen Ortsbereich koppeln. Dieser Tatsache kann man durch einen ortsabhängigen Kopplungskoeffizienten Rechnung tragen. Mit einer solchen Abhängigkeit zeigen die Rechnungen absolute Instabilität in inhomogenen Plasmen [82, 88, 91, 102–104]. Außer in der Beschreibung begrenzter Plasmen findet man formal ortsabhängige Kopplungskoeffizienten auch bei der Berechnung von parametrischen Instabilitäten unter Berücksichtigung von endlicher Laser-Bandbreite [105], statistisch variierenden Pumpphasen [106] und Turbulenz [107–109].

Das Problem der parametrischen Kopplung in begrenzten, inhomogenen Plasmen kann man im Rahmen einer WKB-Näherung untersuchen, wobei die Ortsabhängigkeit des Kopplungskoeffizienten durch eine Gaußfunktion mit der Breite l um den Resonanzpunkt $u(x) = 0$ angenommen wird. Die Analyse liefert dann absolute Instabilität, wenn die Gruppengeschwindigkeiten V_1 und V_2 entgegengesetzt gerichtet sind und die Länge l

der Bedingung

$$(|V_1 V_2|/\gamma_0^2)^{1/2} < l < (\gamma_0^2/|V_1 V_2|)^{1/2}/\kappa', \quad (3.22)$$

gehört, vorausgesetzt, daß $\gamma_0^2/|V_1 V_2| \kappa' > 1$. Gleichzeitig muß die Schwellwertbedingung

$$\gamma_0 > \left[\frac{\nu_1}{|V_1|} + \frac{\nu_2}{|V_2|} \right] \frac{|V_1 V_2|^{1/2}}{2} \quad (3.23)$$

erfüllt sein.

Physikalisch bedeutet die Bedingung (3.22), daß einerseits der räumliche Abfall der Kopplungskoeffizienten nicht so stark sein darf, daß effektiv keine Wechselwirkung mehr zustande kommt und daß andererseits hinreichend starke Variationen und damit kleine l nötig sind, um zu einer Mehrfachreflexion innerhalb des Resonanzgebietes zu kommen. Allerdings sind die absoluten Instabilitäten auf Grund einer endlichen Breite für die Laserfusion nicht so interessant, da das Kriterium (3.22) nur für sehr hohe Pumpamplituden erfüllt werden kann.

Grundsätzlich können zwei Arten von Hintergrundfluktuationen bei parametrischen Instabilitäten in Plasmen auftreten:

- I) kurzwellige Fluktuationen, wie sie durch thermische und Modulationsinstabilitäten erzeugt werden;
- II) langwellige Fluktuationen, die beispielsweise bei überlagerten hydrodynamischen oder Zerfallsinstabilitäten vorliegen.

Betrachten wir zunächst die kurzwelligen Fluktuationen der Frequenz $\omega_f \ll \omega_1, \omega_2$. Ihr Einfluß auf die Zerfallswellen kann i. a. unabhängig vom parametrischen Koppelungseffekt betrachtet werden. Qualitativ erwartet man, daß die Zerfallswellen mit den Fluktuationen (Wellenzahlvektor k_f) wechselwirken und Seitenbänder in einem Wellenlängenbereich, der nicht mehr mit der Pumpwelle wechselwirkt, erzeugen. Das erklärt sich leicht aus der Tatsache, daß durch die Wechselwirkung mit den Fluktuationen die Phasengeschwindigkeiten ω_1/k_1 und ω_2/k_2 der Zerfallswellen in $\omega_1/(k_1 + k_f)$ bzw. $\omega_2/(k_2 + k_f)$ abgeändert werden. Liegen diese Phasengeschwindigkeiten wegen $k_f \gg k_1, k_2$ im Bereich der thermischen Geschwindigkeiten, so kann eine starke Absorption erfolgen. Es ist also nicht zu erwarten, daß derartige Fluktuationen zu einer qualitativen Änderung der konvektiven Sättigung führen; allerdings kann die Energiedissipation erheblich gesteigert werden.

Bei langwelligen Fluktuationen ist dieser Effekt nicht wirksam, da dann i. a. $k_f \ll k_1, k_2$ ist und durch eine nichtlineare Wechselwirkung keine Moden mit größenordnungsmäßig verschiedenen Phasengeschwindigkeiten entstehen. An langwelligen Fluktuationen können die Zerfallswellen reflektiert werden. Anschaulich ist eine Reflexion dann zu erwarten, wenn die charakteristische Wellenlänge der Fluktuationen von der Größenordnung der charakteristischen Länge des Dichtegradienten ist. Tritt eine Reflexion ein, so kann die Strahlung „getrapped“ und die konvektive Sättigung aufgehoben werden. Dieses trapping führt zu einer absoluten Instabilität.

Analytisch wurde diese Fragestellung von YU et al. [108, 109] und numerisch von NICHOLSON und KAUFMANN [107] behandelt. Die Rechnung geht von den Drei-Wellen-Wechselwirkungsgleichungen bei linearem Dichtegradienten und schwacher Turbulenz aus. Nach einer Laplacetransformation in der Zeit und einer Mittelung über die turbulenten Fluktuationen werden die gemittelten Größen durch eine Kumulantenentwicklung ausgewertet. Die gemittelten Amplituden gehorchen einer Schrödingergleichung. Die Auswertung liefert absolute Instabilität mit der Schwellwertbedingung für Rückstreuung

$$\gamma_0 \geq \sqrt{2} (\nu_1 V_2 + \nu_2 V_1) [(R\rho)^{1/2} (V_1 + V_2) L^{-2} \sin(\pi/4)]^{-1}, \quad (3.24)$$

und der Anwachsrate

$$\gamma = - \frac{\nu_1 V_2 + \nu_2 V_1}{V_1 + V_2} \pm \gamma_0 \left(\frac{R \varrho}{2L^4} \right)^{1/2} \sin(\pi/4), \quad (3.25)$$

mit $\varrho^2 = 1 + 4L^4 + 4L^2$, $R = \varrho^{1/2} - L^2 + 1$ und $L = \sqrt{2} L_0^{-1} (\Delta^4 + \kappa'^2)^{-1/4}$; Δ^2 ist die Amplitude der turbulenten Wellenzahlkorrelation und $L_0 = |V_1 V_2|^{1/2} / \gamma_0$ gibt die Länge für konvektive Sättigung an. In Bild 11 ist die Abhängigkeit der Anwachsrate von der Turbulenz dargestellt; absolute Instabilität ist für ein endliches Turbulenzintervall möglich.

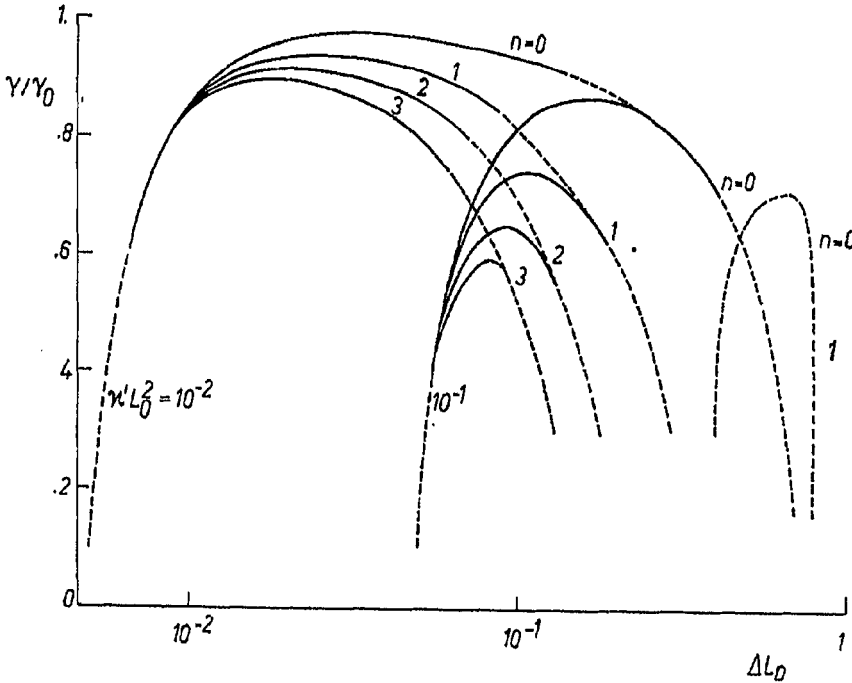


Bild 11. Turbulente Anwachsrate in Abhängigkeit von der Stärke der Turbulenz (Δ) und der Länge für konvektive Sättigung ($L_1 = |V_1 V_2|^{1/2} / \gamma_0$) für verschiedene Stärken der Inhomogenität

3.4. Abschließende Bemerkungen

Die Möglichkeit der konvektiven Sättigung auf Grund von Inhomogenitäten kann durch andere Einflüsse wieder aufgehoben werden. Besonders wichtig erscheinen in diesem Zusammenhang die Auswirkungen von bereits vorhandener Turbulenz. Kurzwellige Oszillationen können zu einer erhöhten Absorption, langwellige Oszillationen dagegen zu einer verstärkten Rückstreuung führen. Wir sehen an diesem Beispiel bereits, daß etwaige Abschätzungen eine sorgfältige Analyse der Versuchsbedingungen erfordern. Die hier gegebene Übersicht ist nicht vollständig. Insbesondere sind Anordnungen, die die Wechselwirkung verschiedener Laserstrahlen berücksichtigen [110–113] hier nicht diskutiert worden, da mathematisch äquivalente Fragestellungen im nächsten Abschnitt behandelt werden.

4. Nichtlineare Effekte

Bei den nichtlinearen Effekten, die zur Sättigung der parametrischen Instabilitäten beitragen können, unterscheiden wir zwischen solchen, die spezifisch für die Gegebenheiten der parametrischen Instabilitäten entwickelt wurden und denjenigen, die all-

gemein bei Instabilitäten angewandt werden. Zur letzten Gruppe zählen: nichtlineare Landaudämpfung, induzierte Streuung an Teilchen, Teilchen-Einfang und Resonanzverbreiterung. Zur ersten Kategorie, die wir ausführlicher behandeln werden, zählen: Rückwirkung auf die Pumpfeldamplitude und Frequenzverschiebung.

4.1. Nichtlineare Landaudämpfung, Teilcheneinfang, Resonanzverbreiterung

Für die Zerfallsinstabilitäten konnte gezeigt werden, daß eine induzierte Streuung der instabilen Moden an dynamisch abgeschirmten Ionen [114–117] als auch nichtlineare Landaudämpfung [118, 119] realistische Dämpfungsmechanismen darstellen. Nichtlinearitäten in den Suszeptibilitäten [120, 121] im Rahmen einer Resonanzverbreiterungstheorie [122, 123] wurden ebenfalls herangezogen. Die Ergebnisse stimmen recht gut mit Computersimulationen überein [124–127].

Unsere bisherige Diskussion hat gezeigt, daß die Kontrolle der Streu-Instabilitäten für den Erfolg der Laserfusion von entscheidender Bedeutung ist. Ein Mechanismus, der sich hauptsächlich dafür anbietet, ist der Teilchen-Einfang in Wellen endlicher Amplitude [128, 129]. Da die rückgestreute Welle eine Phasengeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit besitzt, kann ein Teilcheneinfang nur in der elektrostatischen Plasmaschwingung (bei Raman-Streuung) bzw. Ionenschwingung (bei Brillouinstreuung) erfolgen. In Computersimulationen [130] konnten derartige Prozesse nachgewiesen werden. Die erreichten Fluktuationsgrade sind relativ hoch ($\delta n/n \sim 0.5$). Diese Abschätzung und experimentelle [131–133] wie numerische Ergebnisse legen die Vermutung nahe, daß andere, mehr spezifische Mechanismen zusätzlich zur Sättigung der Streu-Instabilitäten herangezogen werden müssen.

4.2. Frequenzverschiebung und Rückwirkung auf die Pumpwelle

Die oszillierende Zweistrom-Instabilität in unmagnetisierten Plasmen tritt nur auf, wenn die Pumpfrequenz kleiner als die Bohm-Gross-Frequenz ist. Wenn die Fluktuationen δE anwachsen, verringern sie die charakteristische Frequenz [134] um einen Faktor $(1 - 3|\delta E|^2/32\pi n T_e)^{1/2}$, d. h., das weitere Anwachsen wird verhindert, wenn

$$\omega_0^2 \geq \omega_{pe}^2 (1 + 3K^2 \lambda_e^2) (1 - 3|\delta E|^2/32\pi n T_e), \quad (4.1)$$

bzw.

$$\frac{|\delta E|^2}{32\pi n T_e} \approx [1 - \omega_0^2/\omega_{pe}^2 (1 + 3K^2 \lambda_e^2)]/3, \quad (4.2)$$

ist [135, 136]. Es kann dann jedoch der Zerfall in eine Plasmaschwingung und eine ionenakustische Mode stattfinden. Sättigung dieser Zerfalls-Instabilität auf Grund einer nichtlinearen Frequenzverschiebung ist möglich [136]. Man erhält

$$\frac{|\delta E|^2}{8\pi n T_e} = \left[\frac{16}{27} \frac{\nu_i}{\nu_e} \right]^{1/3} \left[\frac{e E_0 \omega_{ik}}{m_e \omega_0 \lambda_e \omega_{pe}^2} \right]^{2/3}. \quad (4.3)$$

Für $\omega_0 \approx \omega_{pe}$ und $k\lambda_e = 0,24$ liefert (4.2) den Sättigungswert $|\delta E|^2/8\pi n T_e \approx 0,1$ in Übereinstimmung mit Computersimulationen. Formel (4.3) liefert für $k\lambda_e = 0,16$, $m_e/m_i = 0,01$ und $\nu_0 = 0,27\nu_{ie}$ den Sättigungswert $|\delta E|^2/8\pi n T_e \approx 0,28$, wiederum in recht guter Übereinstimmung mit Computersimulationen.

Bei den bisherigen Überlegungen wurde die Pumpfeldamplitude als konstant angesehen. Erreichen die instabilen Wellen jedoch hohe Amplituden, so ist diese Annahme aus

Gründen der Energieerhaltung nicht mehr tragbar [137, 138]. Die Ausgangsgleichungen für die Vektorpotentiale der Pumpwelle (A_0) und der gestreuten Welle (A_-) lauten [66]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) A_0 = -\omega_{pe}^2 \frac{\delta n_e}{2n_e} A_-^*, \quad (4.4)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) A_- = -\omega_{pe}^2 \frac{\delta n_e}{2n_e} A_0^*, \quad (4.5)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\nu_e \frac{\partial}{\partial t} - \sigma v_{te}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \delta n_e + \omega_{pe}^2 (\delta n_e - \delta n_i) = \frac{e^2 n_e}{2m_e^2 c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_0 \cdot A, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial t^2} - 3v_{ti}^2 \frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial x^2} + \omega_{pi}^2 (\delta n_i - \delta n_e) = 0. \quad (4.7)$$

Eine numerische Lösung [66] dieses Systems ist in Bild 12 wiedergegeben. Für Brillouin-Streuung zeigt die zeitliche Entwicklung ein zunächst exponentielles Anwachsen der Dichtefluktuationen und der gestreuten Welle, bis Sättigung durch Rückwirkung auf die Pumpwelle einsetzt. Im Bereich der Sättigung gilt $|A_-| \approx |A_0|$; gleichzeitig setzt eine Frequenzmodulation ein.

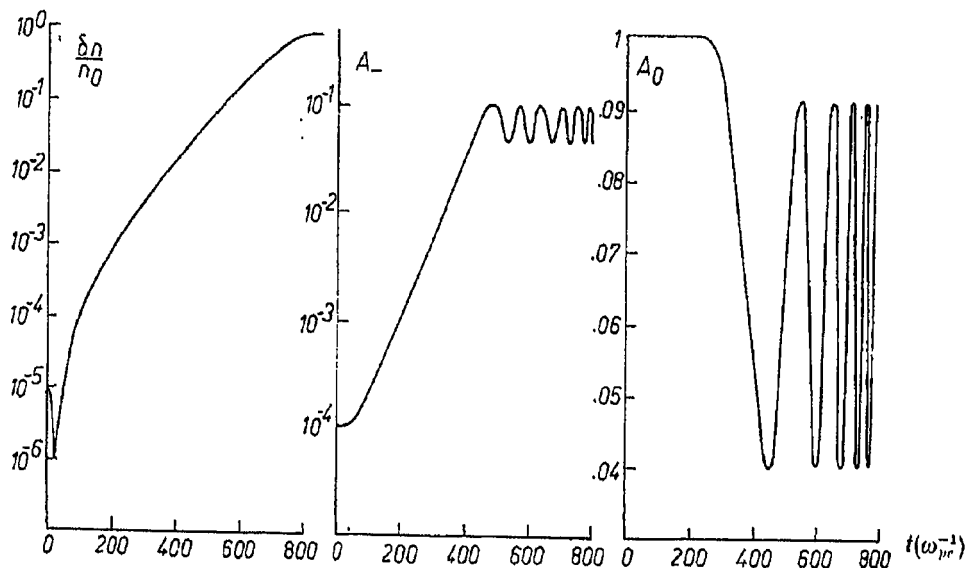


Bild 12. Numerische Lösung des Gleichungssystems (4.4) bis (4.7) für Brillouin-Rückstreuung ($v_0/c = .1$; $v_e/c = 0.035$; $\omega_0 = 2.5\omega_{pe}$; $m_i/m_e = 1836$) für ein unendliches homogenes System (vgl. Ref. [66])

Im Rahmen einer WKB-Näherung können die Gleichungen (4.4)–(4.7) für ein homogenes, endliches System auf die gemeinsame Form [66]

$$\frac{\partial c_0}{\partial t} + \Gamma_0 c_0 + \frac{v_{g0}}{|v_{gp}|} \frac{\partial c_0}{\partial x} = \frac{v_{g0}}{|v_{gp}|} c_p c_-, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial c_-}{\partial t} + \Gamma_- c_- + \frac{v_{g-}}{|v_{gp}|} \frac{\partial c_-}{\partial x} = \frac{v_{g-}}{|v_{gp}|} c_0 c_p^*, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial c_p}{\partial t} + \Gamma_p c_p - \frac{\partial c_p}{\partial x} = c_0 c_-^*, \quad (4.10)$$

gebracht werden, wobei die Konstanten verschiedene Werte annehmen. Die unabhängigen Variablen wurden auf der Längenskala $L_1 = (|v_{pp}v_{g-}|)^{1/2}/\gamma_0$ und der Zeitskala $T_1 = L_1/|v_{pp}|$ normiert. Die Wellenamplituden wurden normalisiert, u. z. ist

$$c_- = (k_-/k_0)^{1/2} A_-/A_0, \quad (4.11)$$

$$c_p = (\sigma/2)^{1/2} (v_{te}/v_0) [\omega_{pe}/c(Kk_0)^{1/2}] \delta n_0/n_0, \quad (4.12)$$

$$c_0 = A_0(x, t)/A_0(0, 0). \quad (4.13)$$

Die zugehörigen Gruppengeschwindigkeiten wurden mit v_{g-} , $-v_{gp}(>0)$ bzw. v_{g0} bezeichnet; die Dämpfungskoeffizienten Γ_μ sind durch $\Gamma'_\mu = \nu_\mu T_1$ definiert. Für Brillouinstreuung gilt $\gamma_0 \approx K v_0 \omega_{pi}/(8 K c_s \omega_0)^{1/2}$ und $\Omega = K c_s$, während für Ramanstreuung $\gamma_0 \approx K v_0/2 \sqrt{2} (\omega_0 - \omega_{pe})$ und $\Omega \approx \omega_{pe}$ gilt. Demnach sind für Raman- und Brillouinstreuung die Längen L_1 gleich.

Besonders einfach wird das System (4.8)–(4.10) für unendlich ausgedehnte, homogene Anordnungen bei vernachlässigbarer Dämpfung. Die Lösungen sind bekannt [73] und zeigen einen periodischen Austausch der Energie mit der Zeit. Den maximalen relativen Verstärkungsfaktor der zurückgestreuten Wellen, d. h. den Reflexionskoeffizienten R , erhält man aus den Manley-Rowe-Beziehungen zu

$$R = \frac{|E_-|^2}{|E_0|^2} = \frac{\omega_-}{\omega_0}.$$

Brillouinrückstreuung erscheint daher sehr viel größer als Raman-Rückstreuung, da für erstere $\omega_-/\omega \approx 1$ ist. Es ist allerdings zu bemerken, daß experimentell solch hohe Rückstreuraten nicht beobachtet wurden.

Für begrenzte, homogene Anordnungen läßt sich die stationäre Verteilung berechnen, wobei man von den Gleichungen

$$\frac{\partial c_0}{\partial x} = c_p c_-, \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial c_-}{\partial x} = c_0 c_p^*, \quad (4.15)$$

$$\Gamma_p c_p - \frac{\partial c_p}{\partial x} = -c_0 c_-^*, \quad (4.16)$$

ausgeht. Dabei wurde die Dämpfung der elektromagnetischen Moden gegen die der elektrostatischen vernachlässigt. Numerische Ergebnisse [66] für ein Plasma der Länge $L = 5L_1$ mit den Randbedingungen $c_0(0) = 1$, $c_-(L) = 10^{-3}$ und $c_p(0) = 0$ sind in Bild 13 dargestellt. Die nichtlineare Eindringtiefe ist wieder von der Größenordnung L_1 für $\Gamma_p \ll 1$ und von der Größenordnung $\Gamma_p L_1$ für $\Gamma_p \geq 1$. Man erkennt u. a., daß mit wachsender Dämpfung der Laserstrahl tiefer eindringen kann (da mit wachsender Dämpfung die elektrostatische Mode, an der gestreut wird, kleiner wird). Auch in diesen Fällen ist die maximale Reflexion durch $R = \omega_-/\omega_0$ gegeben.

Für Aufheizungseffekte kann man auch den mathematisch äquivalenten Fall der zeitabhängigen, aber räumlich homogenen Wellenkopplung betrachten. Aus dem Energiesatz und den Manley-Rowe-Beziehungen folgt unter der Voraussetzung der vollständigen Dissipation die Änderung der Temperatur. Wir kommen darauf in Abschnitt 5 zurück.

Abschließend untersuchen wir die Frage, wie Inhomogenitäten und Turbulenz die bisherigen Ergebnisse modifizieren [113]. In der symmetrischen Formulierung

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial a_1}{\partial x} + \nu_1 a_1 = \alpha a_2 a_3 \exp \left(i \kappa' x^2 / 2 + i \int_0^x \delta \kappa(x) dx \right), \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} + V_2 \frac{\partial a_2}{\partial x} + \nu_2 a_2 = \alpha a_1 a_3^* \exp \left(-i \kappa' x^2 / 2 - i \int_0^x \delta \kappa(x) dx \right), \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial a_3}{\partial t} + V_3 \frac{\partial a_3}{\partial x} + \nu_3 a_3 = \alpha a_1 a_2^* \exp \left(-i \kappa' x^2 / 2 - i \int_0^x \delta \kappa(x) dx \right), \quad (4.19)$$

sind zu den früher benutzten Termen die Phasenfaktoren auf der rechten Seite hinzugekommen: der erste Anteil auf Grund eines linearen Dichtegradienten und der zweite wegen langwelliger Fluktuationen. Die stochastische Verstimmung des Wellenzahl-

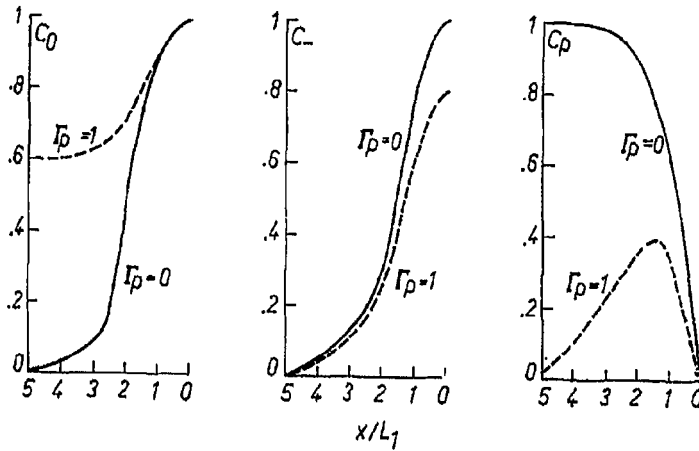


Bild 18. Numerische Lösung des Gleichungssystems (4.14) bis (4.16) für ein Plasma der Länge $L = 5L_1$ mit den Randbedingungen $c_0(0) = 1$, $c_-(L) = 10^{-3}$ und $c_p(0) = 0$ (vgl. Ref. [66])

Matching kommt durch Dichtefluktuationen zustande, deren Korrelation als normalverteilt angenommen wird,

$$\langle \delta \kappa(x_1) \delta \kappa(x_2) \rangle = A^2 \exp [-(x_1 - x_2)^2 / 2L_T^2], \quad (4.20)$$

mit der Korrelationslänge L_T .

Für den stationären Fall, bei dem die elektrostatische Mode (1) stark gedämpft ist, erhält man die Lösungen

$$I_2(x) \equiv a_2 a_3^* = J \left\{ V_2 - \frac{V_3 I_3(0)}{I_2(0)} \exp \left(\frac{2J|\alpha|^2 \nu_1}{V_2 V_3} F(x) \right) \right\}^{-1}, \quad (4.21)$$

$$I_3(x) \equiv a_3 a_2^* = (V_2 I_2(x) - J) / V_3, \quad (4.22)$$

$$I_1(x) \equiv a_1 a_1^* = 4|\alpha|^2 I_2(x) I_3(x) / [4\nu_1^2 + V_1^2 (\kappa' x + \delta \kappa(x))^2], \quad (4.23)$$

wobei J eine Konstante der Bewegung ist, $J = V_2 I_2(0) - V_3 I_3(0)$, und

$$F(x) = \int_0^x [\nu_1^2 + 0,25 V_1^2 (\kappa' x + \delta \kappa(x))^2]^{-1} dx. \quad (4.24)$$

Ohne Turbulenz reproduzieren diese Lösungen im nichtlinearen Fall für $I_3(0) |V_3| > I_2(0) |V_2|$ praktisch den linearen konvektiven Sättigungsfaktor. In Anwesenheit von Turbulenz mitteln wir die Gleichungen über die turbulenten Realisierungen. Der Verstärkungsfaktor folgt aus

$$\langle I_2(x \rightarrow \infty) \rangle = \frac{J}{A} [1 + \beta^2(1 + \delta) \exp(2\lambda)], \quad (4.25)$$

wobei

$$A = V_2(\delta - 1)/\delta, \quad \delta = V_2 I_2(0) \exp(-\lambda)/V_3 I_3(0), \quad (4.26)$$

$$\lambda = 2\pi|\alpha|^2 J/\kappa' V_1 V_2 V_3,$$

$$\beta = \Delta V_1 V_2 \lambda I_3(0)/\sqrt{2} \pi v_1 A I_2(0),$$

ist.

Im Falle $V_3 < 0$ und $V_2 > 0$ wird die Welle 2 für $x \rightarrow \infty$ verstärkt, wenn $\kappa' < 0$ ist, wobei der Verstärkungsfaktor mit dem Turbulenzgrad wächst. Der Grund dafür ist, daß langwellige Turbulenz zu einer mehrfachen Reflexion der Moden führen kann, bevor sie das Resonanzgebiet verlassen. Ähnliche analytische Ergebnisse lassen sich auch für begrenzte Plasmen finden. Die Ergebnisse stimmen mit den bereits diskutierten numerischen Resultaten überein.

4.3. Entstehung solitärer Wellen

Die nichtlinearen stationären Zustände der Modulationsinstabilitäten [139–148] haben wegen ihrer großen praktischen Bedeutung in jüngster Zeit besonderes Interesse gefunden. Die Tendenz eines Laserstrahls zur Selbstfokussierung in lateraler Richtung mit nachfolgendem Aufbrechen in verschiedene Filamente (Bild 14) bzw. zur Selbstmodula-

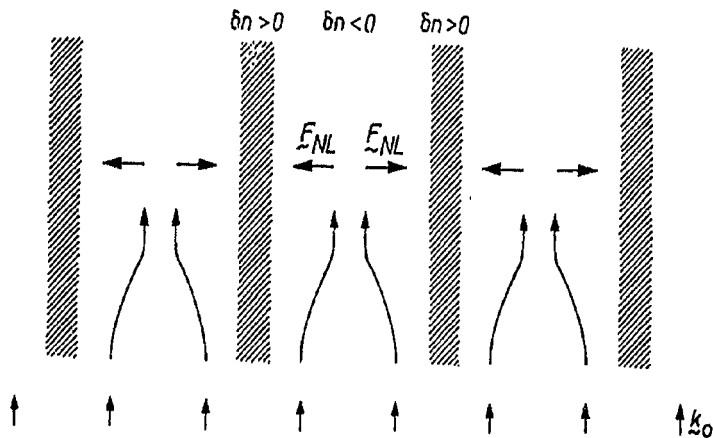


Bild 14. Schematische Darstellung der Selbstfokussierung

tion in Ausbreitungsrichtung (Bild 15) führt zu starken, lokalisierten Feldern, die große Aufheizraten verursachen können. Die Filamentierung bzw. Modulation wird gestoppt, wenn die ponderomotorische Kraft den kinetischen Druck balanciert.

Mögliche nichtlineare Endzustände der Modulationsinstabilitäten stellen die sogen. solitären Wellen dar [149–177]. Ihre Entstehung läßt sich in unmagnetisierten Plasmen am einfachsten ausgehend von der nichtlinearen Dispersionsgleichung, (2.16) bzw. (2.42), verfolgen. Für eine dispersive Welle (für die ein parametrischer Zerfall unwahrscheinlich ist) der Amplitude a in der Darstellung $a \exp[i(k \cdot r - \omega t)] + \text{c. c.}$ gilt nach den frü-

heren Überlegungen eine nichtlineare Dispersionsgleichung

$$D(\omega, k; |a|^2) a = 0. \quad (4.27)$$

In einer nichtlinearen Beschreibung variiert die Amplitude mit dem Ort und der Zeit, so daß wir unter der Voraussetzung der WKB-Näherung vermöge der Substitutionen $\omega \rightarrow \omega + i \partial/\partial t$ und $k \rightarrow k - i \nabla$ zu einer differentiellen Formulierung übergehen können. In einer formalen Taylor-Entwicklung erhält man für schwache Nichtlinearitäten

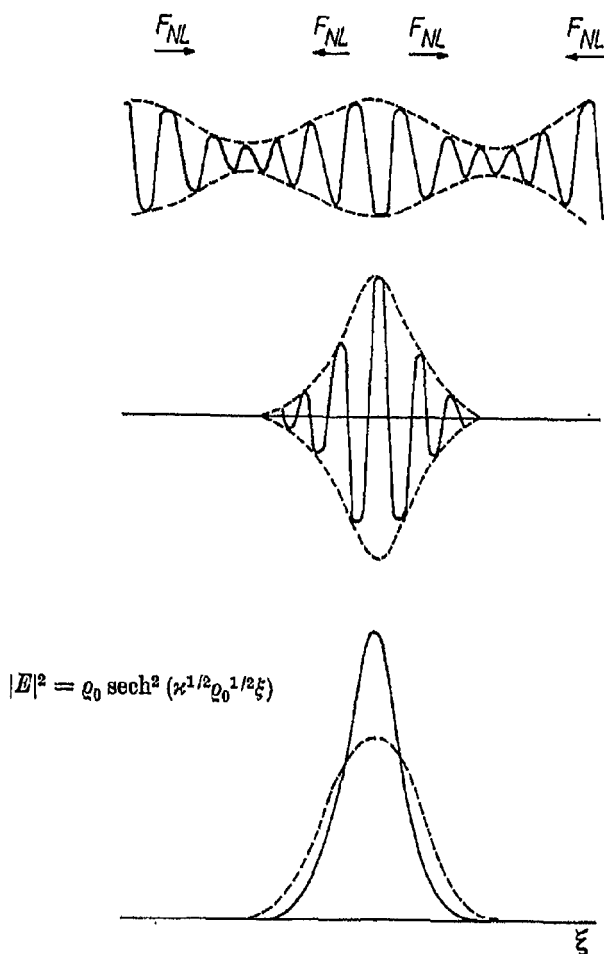


Bild 15. Schematische Darstellung der Selbstmodulation

und endliche Dispersion die nichtlineare Schrödingergleichung in dem sich mit der linearen Gruppengeschwindigkeit v_g fortbewegenden System $\xi = x - v_g t$, d. h.

$$i \frac{\partial a}{\partial t} + p : \nabla_{\xi}^2 a + q |a|^2 a = 0, \quad (4.28)$$

mit

$$p = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}, \quad (4.29)$$

und

$$q = - \frac{\partial \omega}{\partial |a|^2} \Big|_{|a_0|^2}. \quad (4.30)$$

Die Namensgebung: nichtlineare Schrödingergleichung wird transparent, wenn wir (4.28) nach der Variablentransformation $\tau = t\partial^2\omega/\partial k^2$, in eindimensionaler Darstellung, in der Form

$$i \frac{\partial a}{\partial \tau} = H a, \quad (4.31)$$

schreiben. H ist die Hamiltonfunktion eines Quasiteilchens im selbsterzeugten Feld, d. h.

$$H = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \kappa |a|^2, \quad (4.32)$$

mit $\kappa = q/2p$. Für $\kappa > 0$ ist das selbsterzeugte Potential anziehend. Vergrößerungen der Potentialtiefe wachsen instabil an, da weitere Quasiteilchen angezogen werden, die die Störung des Potentials verstärken. Eine entsprechende lineare Analyse, ausgehend von der nichtlinearen Schrödingergleichung, liefert den Ansatz der Modulationsinstabilitäten mit einer maximalen Anwachsrate oberhalb des Schwellwertes,

$$\gamma = \kappa |a_0|^2, \quad (4.33)$$

für Störungen mit dem Wellenzahlvektor

$$K = \sqrt{2\kappa} |a_0|. \quad (4.34)$$

Die Schwellwertbedingung lautet

$$|a_0|^2 \geq K^2/4\kappa. \quad (4.35)$$

Die nichtlinearen Terme können die Instabilität stoppen. Stationäre nichtlineare Lösungen für $\kappa > 0$ sind die sogenannten „envelope solitons“, deren Einhüllende durch

$$a = \sqrt{\rho_0} \operatorname{sech}(\sqrt{\kappa\rho_0} \xi) \exp(i\rho_0\kappa\tau/2), \quad (4.36)$$

gegeben ist. Breite und Höhe der lokalisierten Lösungen sind korreliert; ρ_0 ist ein freier Parameter. Im Gegensatz zu ionenakustischen Solitonen bewegen sich diese Lösungen mit der linearen Gruppengeschwindigkeit. Es ist jedoch zu beachten, daß nach numerischen Lösungen [153] bei stationärer Anwesenheit des Pumpfeldes Zweifel angebracht sind, diese Solitonen als Endzustände der Modulationsinstabilität anzusehen.

Für $\kappa < 0$ können „envelope holes“ und „envelope shocks“ entstehen [169]. Solitäre Wellen, ihre Stabilität und Wechselwirkung untereinander und mit Teilchen, sind von wachsendem theoretischen Interesse, während die wenigen Experimente [178–180] noch keinen übereinstimmenden Nachweis geliefert haben.

Die konkrete Berechnung des Koeffizienten κ für bestimmte Wellentypen geschieht am einfachsten ausgehend von der bereits abgeleiteten nichtlinearen Dispersionsgleichung (2.16). Für Langmuirwellen folgt mit der Abkürzung

$$\delta = \omega_0 - \omega_r, \quad (4.37)$$

und der Resonanzapproximation

$$\varepsilon(\Omega \pm \omega_0) = \pm \frac{2}{\omega_{pe}} (\Omega \pm \delta), \quad (4.38)$$

für $\omega_0 \approx \omega_{pe}$ und $\varepsilon(\omega_r) = 0$ die Beziehung

$$\Omega^2 - \omega_{pi}^2/[1 + K^{-2}\lambda_e^{-2}] = -\frac{\omega_{pi}^2 e^2 K^2 |\bar{E}_0|^2}{4m_e^2 \omega_0^4} \frac{\omega_{pe} \delta}{\Omega^2 - \delta^2}. \quad (4.39)$$

Der Koeffizient q folgt aus

$$q = - \left. \frac{\partial \delta}{\partial |E_0|^2} \right|_{\delta=0} = \frac{\omega_{pe}}{16\pi n T_e}. \quad (4.40)$$

Die explizite Form der nichtlinearen Schrödingergleichung für Langmuirwellen lautet somit

$$i \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{3}{2} \omega_{pe} \lambda_e^2 \frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + \frac{\omega_{pe}}{16\pi n T_e} |a|^2 a = 0. \quad (4.41)$$

Diese einfache Methode zur Gewinnung der nichtlinearen Schrödingergleichung liefert dasselbe Ergebnis wie die in quasistatischer Approximation ausgewerteten Gleichungen [149]

$$i \frac{\partial a}{\partial t} + p \frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \omega}{\partial n} \delta n_i a = 0, \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial t^2} - \omega_{pi}^2 \lambda_e^2 \frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial x^2} = \frac{n_i e^2}{2m_i m_e \omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} |a|^2. \quad (4.43)$$

Die erste Gleichung (4.41) beschreibt die Dynamik der komplexen Amplitude a der hochfrequenten Welle unter Berücksichtigung langwelliger und niederfrequenter Dichtemodulationen. Die zweite Gleichung (4.43) bestimmt die Modulationen in Anwesenheit der niederfrequenten ponderomotorischen Kraft. Stationäre Lösungen von (4.41) bzw. (4.42) und (4.43) sind die „envelope solitons“ für $v_p \ll c_s$. Für v_p von der Größenordnung c_s bricht die Gültigkeit von (4.41) zusammen, da der nichtlineare Ionenträgheitsterm nicht mehr vernachlässigt werden kann. Dieser Fall wurde von NISHIKAWA et al. [152] behandelt.

Das Gleichungssystem (4.42) und (4.43) kann in eine dimensionslose Form mit Hilfe der Transformationen

$$\xi \rightarrow 3\omega_{pe} \lambda_e^2 \xi / c_s,$$

$$t \rightarrow 3\omega_{pe} \lambda_e^2 t / c_s^2,$$

$$\delta n_i / n_i \rightarrow 3c_s^2 \delta n / v_{te}^2,$$

und

$$|a|^2 \rightarrow \frac{16\pi}{3} m_i n_i c_s^4 |a|^2 / v_{te}^2,$$

gebracht werden. Das Gleichungssystem lautet dann

$$-2i \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \delta n E = 0, \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta n - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta n = \frac{\partial^2}{\partial x^2} |a|^2. \quad (4.45)$$

Es hat die Invarianten [175]

$$I_1 = 2 \int |a|^2 dx, \quad (4.46)$$

$$I_2 = \int \left[i \left(a^* \frac{\partial a}{\partial t} - a \frac{\partial a^*}{\partial t} \right) + v \delta n \right] dx, \quad (4.47)$$

$$I_3 = \int \left[\delta n |a|^2 + \left| \frac{\partial a}{\partial x} \right|^2 + \frac{(\delta n)^2}{2} + \frac{v^2}{2} \right] dx, \quad (4.48)$$

mit

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial \delta n}{\partial t}. \quad (4.49)$$

Das Integral I_3 ist negativ mit einem Minimum für ein stationäres Soliton, $I_3 = -a_0^3 \times \sqrt{2}/3$. Diese Aussage ist wichtig für die Diskussion des Kollapsphänomens. Numerische Lösungen des Systems (4.44) und (4.45) sind in den Bildern 16 und 17 aufgetragen. Bild 16 zeigt, ausgehend von einem breiten Wellenpaket, die Bildung lokalisierter Lösungen bei gleichzeitiger Erniedrigung der Teilchendichte auf Grund der

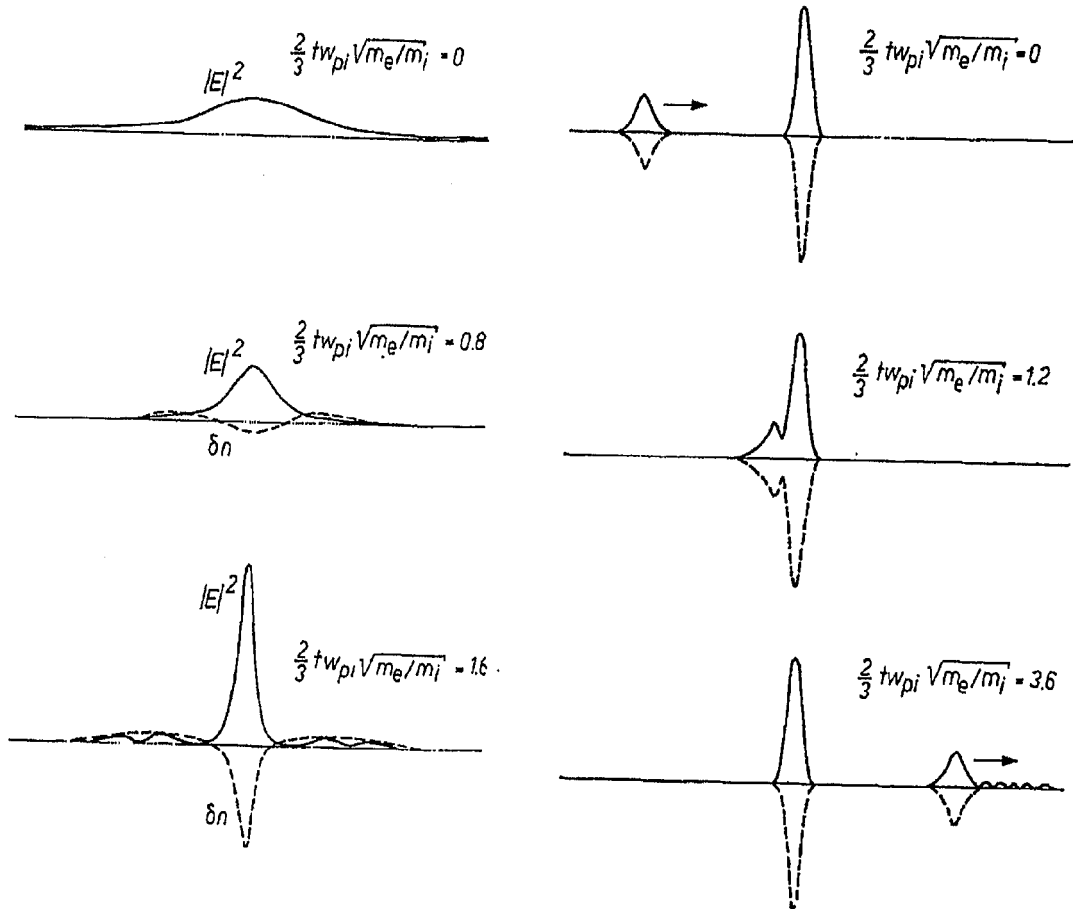


Bild 16. Ausbildung eines Solitons (—) bei gleichzeitiger Erniedrigung der Teilchendichte (---) (vgl. Ref. [175]) (lies: ω statt w)

Bild 17. Wechselwirkung eines ruhenden Solitons mit einem bewegten kleinerer Amplitude. Bezeichnungen in Anlehnung an Bild 16 (vgl. Ref. [175])

ponderomotorischen Kraft. Bild 17 zeigt die Wechselwirkung eines ruhenden Solitons mit einer bewegten kleineren Amplitude. Bei einem großen Amplitudenverhältnis läuft das kleinere praktisch durch das größere ohne starke Veränderungen. Gleichzeitig wird eine Ionen-Schallwelle „abgestrahlt“.

Untersuchungen der Entstehung von Solitonen und ihrer Wechselwirkung sind im Gange.

4.4. Abschließende Bemerkungen

Es wurde vorgeschlagen [181], starke Langmuirturbulenz als ein Solitonengas zu beschreiben. Damit konnte man in Übereinstimmung mit Computersimulationen zeigen, daß die spektrale Energiedichte eindimensionaler Langmuirturbulenz im Gebiet

$[\omega_{pe}/c < k < \omega_{pe}/v_{te}]$ wie k^{-2} abfällt. Landaudämpfung im kurzwelligen Gebiet führt zur Ausbildung einer hochenergetischen Veränderung der Einteilchen-Verteilungsfunktion. Voraussetzung bei diesen Rechnungen war ein Gleichverteilungsgesetz für verschiedene Realisierungen von nicht wechselwirkenden Solitonen konstanter Amplitude in einem festen Volumen. Allerdings sind diese Überlegungen in mehrfacher Hinsicht verbesserungsbedürftig [161], da nichtlineare Prozesse wie

- I) quasilineare Relaxation der Einteilchenverteilungsfunktion;
- II) Plasmonen-Emission und Absorption $[\omega_k + \omega_{k'} = (k + k') \cdot v]$;
- III) Streuung von Plasmonen an Teilchen $[\omega_k - \omega_{k'} = (k - k') \cdot v]$;
- IV) Vier-Plasmonen-Wechselwirkung $[\omega_k + \omega_{k'} = \omega_{k''} + \omega_{k'''}, k + k' = k'' + k''']$;

nicht berücksichtigt wurden. Quasilineare Effekte dominieren für $k\lambda_e > 0,2$, während im mittleren Wellenlängenbereich Streuung an Elektronen vorherrschend ist und Streuung an Ionen und der Vier-Plasmonen-Prozeß im langwelligen Bereich wirksam wird [161]. Bei derartigen Prozessen kann man zeigen, daß die Gesamt-Plasmonen-Zahl

$$N = \sum N_k = \sum \frac{|E_k|^2}{8\pi\omega_k}, \quad (4.50)$$

konstant bleibt. Für überthermische Plasmonendichten wird dann die sogenannte Bosekondensation wirksam. Die Plasmonen tendieren dazu, Energie an die Teilchen abzugeben; da die Gesamtplasmonenzahl konstant ist, kondensieren die Plasmonen im niedrigsten Zustand ($k \approx 0$). Das entspricht einer kohärenten Welle hoher Amplitude, die parametrisch instabil wird.

Betrachtet man allerdings die durch diese Instabilität entstehenden Solitonen im wirklichen dreidimensionalen Raum, so zeigen sie die Tendenz, zu kollabieren [150], d. h. in einen Zustand hoher k -Werte überzugehen. Kondensation und Kollaps sind also zwei entgegengesetzte Prozesse, die gleichzeitig berücksichtigt werden müssen.

Daß das Kollaps-Phänomen dimensionsabhängig ist, kann man leicht aus einem Vergleich der Skalierung des dispersiven Terms und des nichtlinearen Terms in der nichtlinearen Schrödingergleichung sehen. Sättigung erfordert ein Balancieren des anfänglich überwiegenden dispersiven Terms ($\partial^2 a / \partial \xi^2$) durch den nichtlinearen Term ($|a|^2 a$). Da der erste Term wie L^{-2} , der zweite wie L^{-D} skaliert (D ist die Dimensionszahl), kann der Kollaps nur für $D = 1$ vermieden werden.

5. Aufheizung

Die wesentliche Aufgabe der Laserfusion besteht darin, elektromagnetische Energie in thermische Energie umzuwandeln [182–189]. Dabei darf durch eine zu starke Vorheizung und eine zu geringe Ablationsschicht das Prinzip der Laserfusion (s. Abschnitt 1) nicht gefährdet werden. Unglücklicherweise ist genau dieser Teil bislang am wenigsten bearbeitet worden. Wir befassen uns im folgenden mit den beiden noch relativ am besten verstandenen Theorien zur Aufheizung infolge von Zerfallsinstabilitäten und Modulationsinstabilitäten. Diese Instabilitäten treten in der Nähe der kritischen Dichte auf und setzen voraus, daß noch genügend Energie – trotz der Streuinstabilitäten – dieses Gebiet erreicht.

Im Falle der Zerfallsinstabilität in eine Elektronenwelle und eine Ionenschwingung ist der Energieverlust der Pumpwelle gleich dem Energiegewinn der elektrostatischen Moden. DuBois und GOLDMAN [182] gaben für diesen Prozeß eine effektive nichtlineare

Leitfähigkeit an,

$$\sigma_{NL}(E_0) E_0^2 \equiv \frac{\nu_{eff}}{4\pi} E_0^2 = \int \frac{dk}{(2\pi)^2} [\gamma(E_0; k) - \gamma(0, k)] \frac{\langle |E_k|^2 \rangle}{4\pi}. \quad (5.1)$$

Diese Formel setzt die Kenntnis eines gesättigten Spektrums $\langle |E_k|^2 \rangle$ voraus, wie es z. B. auf der Basis der induzierten Streuung an Ionen angegeben wurde [114, 115]. Elektronen- wie Ionenfluktuationen bestimmen den tatsächlichen Verlauf der Leitfähigkeit [190]. Die Auswertung liefert

$$\sigma_{NL}(E_0) \approx \omega_{pe} \frac{E_0^2}{16\pi n T_e}, \quad (5.2)$$

wobei nur Beiträge für $k < k_c = (\omega_0^2 - \omega_{pe}^2)^{1/2} / \sqrt{3} v_{te}$ berücksichtigt wurden. Höhere k -Werte können nicht durch Zerfall angeregt werden wegen der Frequenz-Matching-Bedingung. Für hohe E_0 -Werte geht (5.2) in eine Konstante über.

Während für die Zerfallsinstabilitäten sich die Aufheizungsrate relativ gut berechnen läßt, ergeben sich bei entsprechenden Betrachtungen für andere Instabilitäten u. U. unerwünschte Effekte.

Wir beschränken uns im folgenden auf die Berechnung der Ein-Teilchen-Verteilungsfunktion unter dem Einfluß von Langmuir-Solitonen. Solche lokalisierte Felder können hauptsächlich bei Modulationsinstabilitäten, aber auch bei Ramanstreuung, entstehen. Nichtlineare Landaudämpfung, Teilcheneinfang und Resonanzeffekte werden nicht berücksichtigt. Wir benutzen die quasilineare Theorie, da sie sich bei den bisherigen Auswertungen als sehr gut brauchbar herausgestellt hat [191, 192].

Das elektrische Feld eines Langmuirsolitons ist durch

$$E(x, t) = E_0 \operatorname{sech}(k_0 \xi) \cos(kx - \omega t) \quad (5.3)$$

gegeben, wobei

$$k_0 = eE_0 / \sqrt{6} T_e, \quad (5.4)$$

$$\omega = \omega_{pe} \left(1 + \frac{3}{2} k^2 \lambda_e^2 - \frac{3}{2} k_0^2 \lambda_e^2 \right),$$

$$\xi = x - v_g t, \quad (5.4)$$

$$v_g = \partial \omega / \partial k,$$

ist. Die Integraldarstellung von (5.3) lautet

$$E(x, t) = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} dk' \frac{E_0}{2k_0} \operatorname{sech} \left(\frac{\pi k'}{2k_0} \right) \exp [i(k' + k)x - i(\omega + k'v_g)t]. \quad (5.5)$$

Im folgenden setzen wir voraus, daß der Schwellwert für Modulationsinstabilität, (4.35), überschritten wird, d. h., daß

$$\frac{E_0^2}{8\pi n T_e} \geq K^2 \lambda_e^2 \quad (5.6)$$

gilt.

Aus der Fourierdarstellung (5.5) entnimmt man die charakteristische Phasengeschwindigkeit des Solitons als

$$\frac{\omega_{pe}}{k_0} \approx v_{te} [24\pi n T_e]^{1/2} / E_0. \quad (5.7)$$

Da $E_0^2/8\pi nT_e \leq 1$ ist folgt i. a. eine Resonanz mit überthermischen Elektronen. Die Absorption im Bereich hoher Elektronengeschwindigkeiten führt zu dem bekannten Phänomen der „tail formation“ [193–203].

Die quasilineare Theorie in der Resonanzapproximation liefert die Reaktion der Ein-Teilchen-Verteilungsfunktion in Form einer Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} D \frac{\partial f}{\partial v}, \quad (5.8)$$

mit

$$D(v) = \frac{\pi e^2}{m_e^2} \sum_k |E_k|^2 \delta(\omega - kv). \quad (5.9)$$

Die Resonanzapproximation erweist sich als gute Näherung, da die Energieübertragung auf langsamere Teilchen, die sich mehrere Perioden innerhalb der hochfrequenten Welle aufhalten, wegen einer effektiven Phasenmittelung vernachlässigbar ist.

Für den konkreten Fall der Langmuirsolitonen lautet das komplette Gleichungssystem

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{12}{\pi^2} \frac{v_{te} E_0^3 N}{(2\pi n T_e)^{3/2}} \frac{\partial}{\partial q} q^{-1} \operatorname{sech}^2(q^{-1}) \frac{\partial f}{\partial q}, \quad (5.10)$$

$$\frac{dE_0}{dt} = \sqrt{\frac{3}{2}} \pi^3 e v_{te}^2 \int_0^\infty dq \operatorname{sech}^2(q^{-1}) \frac{\partial f}{\partial q}, \quad (5.11)$$

mit

$$q = \frac{2k_0}{\pi K} = \frac{2}{\sqrt{6\pi}} \frac{e}{\omega_{pe} T_e} v E_0, \quad (5.12)$$

und N ist die mittlere Solitonzahl pro Längeneinheit.

Genäherte analytische Lösungen der Gleichungen (5.10) und (5.11) zeigen Abweichungen der Verteilungsfunktion von einer ursprünglichen Maxwellverteilung im überthermischen Gebiet. Numerische Lösungen [193] sind in Bild 18 wiedergegeben. Die auftretenden

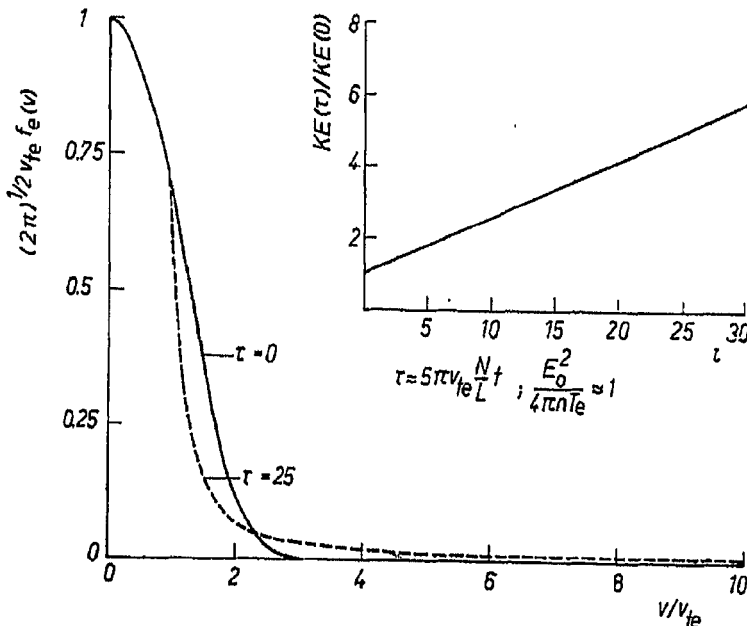


Bild 18. Veränderung der Elektronenverteilungsfunktion durch Beschleunigung von Elektronen in lokalisierten Feldern (vgl. Ref. [193])

schnellen Elektronen können zu einer Aufheizung des Pelletzentrums führen, bevor die Kompression maximal wird. Durch ein derartiges „preheating“ kann das Konzept der Laserfusion empfindlich gestört werden.

Die Theorie der Aufheizung ist noch nicht als abgeschlossen zu betrachten, da die Annahmen über die spektrale Energieverteilung noch reichlich vage sind. Diese Problematik und die Wechselwirkung anderer Solitontypen mit Teilchen bilden das weite Feld der momentanen Untersuchungen.

6. Schluß

Instabilitäten intensiver Strahlung in Plasmen zeichnen sich durch eine große Vielfalt an Erscheinungen aus: Absorption, Reflexion, energetische Teilchen, Filamentierung, Selbstmodulation, etc. Die Rechnungen können nur die Bedeutung für die Laser-Fusion abschätzen und sind heute von einer geschlossenen Theorie noch weit entfernt. Die Beziehung zu Experimenten ist noch nicht so eng, daß bekannte Erscheinungen eindeutig geklärt und quantitative Voraussagen gewagt werden können [204].

Andererseits zeigen gerade nichtlineare Aspekte ein weites Anwendungsfeld für die Zukunft, wobei wir den Plasmalaser hervorheben möchten [205]. Dichtefluktuationen mit dem Wellenzahlvektor k_i können mit einer Pumpwelle ($\omega_0, k_0 \ll k_i$) koppeln und so Wellen der Phasengeschwindigkeit ω_0/k_i produzieren, die bei einer unsymmetrischen Verteilungsfunktion der Teilchen ohne molekulare Übergänge angefacht werden können.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 162 „Plasmaphysik Bochum/Jülich“ durchgeführt. Den Herren Prof. Dr. Günter Ecker, Dr. Padma Shukla und Dr. Ming Yu möchte ich für klärende Diskussionen herzlich danken.

Literatur

- [1] J. L. EMMETT, J. NUCKOLLS, L. WOOD, *Scientific American* **24** (1974) 24.
- [2] J. NUCKOLLS, L. WOOD, A. THIESSEN, G. ZIMMERMAN, *Nature (London)* **239** (1972) 139.
- [3] H. WOBIG, *Naturwissenschaften* **61** (1974) 97.
- [4] I. P. SHKAROFSKY, T. W. JOHNSTON, M. P. BACHYNSKI, *The Particle Kinetics of Plasmas*. Addison-Wesley, Reading (1966).
- [5] V. L. GINZBURG, *Propagation of Electromagnetic Waves in Plasma*. Pergamon Press, New York (1964).
- [6] A. A. GALEEV, R. Z. SAGDEEV, V. D. SHAPIRO, V. I. SHEVOCHENKO, *Žurn. èksper. teor. Fiz., Pis. Red.* **21** (1975) 539 [*JETP Lett.* **21** (1975) 251].
- [7] L. D. LANDAU, E. LIFSCHITZ, *Mechanik*. Akademie-Verlag, Berlin (1973).
- [8] R. C. DAVIDSON, *Methods in Nonlinear Plasma Theory*. Academic Press, New York (1972).
- [9] V. P. SILIN, *Žurn. èksper. teor. Fiz.* **48** (1965) 1679 [*Soviet Physics JETP* **21** (1965) 1127].
- [10] D. F. DUBOIS, M. GOLDMAN, *Phys. Rev. Letters* **14** (1965) 544; *Phys. Fluids* **8** (1965) 1404; *Phys. Rev.* **164** (1967) 207.
- [11] M. V. GOLDMAN, *Ann. Phys. (N.Y.)* **88** (1966) 95.
- [12] G. G. COMISAR, *Phys. Rev.* **141** (1965) 200.
- [13] A. A. VEDENOV, L. I. RUDAKOV, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **159** (1964) 767 [*Soviet Physics-Doklady* **9** (1965) 1073].
- [14] E. A. JACKSON, *Phys. Rev.* **153** (1967) 203.
- [15] K. NISHIKAWA, *J. Phys. Soc. Japan* **24** (1968) 916.
- [16] K. NISHIKAWA, *J. Phys. Soc. Japan* **24** (1968) 1155.
- [17] P. K. KAW, J. M. DAWSON, *Phys. Fluids* **12** (1969) 2586.
- [18] L. M. GOBBUNOV, *Žurn. èksper. teor. Fiz.* **55** (1968) 2298 [*Soviet Physics-JETP* **28** (1969) 1220].
- [19] J. R. SANMARTIN, *Phys. Fluids* **13** (1970) 1533.

- [20] A. A. GALEEV, R. Z. SAGDEEV, *Nuclear Fusion* **13** (1973) 603.
- [21] M. N. ROSENBLUTH, R. Z. SAGDEEV, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **1** (1972) 129.
- [22] A. N. KAUFMANN, P. K. KAW, W. KRUEER, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **1** (1972) 39.
- [23] M. N. ROSENBLUTH, R. Z. SAGDEEV, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **2** (1974) 3.
- [24] D. F. DUBOIS, in *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena* (ed. H. J. Schwarz und H. Hora), Vol. 3A, p. 267. Plenum, New York (1974).
- [25] K. WATANABE, K. NISHIKAWA, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **2** (1975) 43.
- [26] G. B. ZIMMERMAN, W. L. KRUEER, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **2** (1975) 51.
- [27] C. S. LIU, K. NISHIKAWA, *Advances in Plasma Physics* **6** (1976) 1.
- [28] M. PORKOLAB, *Physica* **82C** (1976) 86.
- [29] F. F. CHEN, *Introduction to Plasma Physics*. Plenum Press, New York (1975).
- [30] D. F. DUBOIS, M. V. GOLDMAN, *Phys. Rev. Letters* **19** (1967) 1105.
- [31] F. F. CHEN, in *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena* (ed. H. J. Schwarz und H. Hora), Vol. 3A, p. 291. Plenum Press New York (1974).
- [32] A. Y. WONG, *Plasmas Physics and Controlled Fusion Research (IAEA)* **1**, (1971) 335.
- [33] H. DREICER, R. F. ELLIS, J. C. INGRAHAM, *Phys. Rev. Letters* **31** (1973) 426.
- [34] K. MIZUNO, J. S. DE GROOT, *Phys. Rev. Letters* **35** (1975) 219.
- [35] M. PORKOLAB, V. ARUNASALAM, N. C. LUHMANN, JR., J. P. M. SCHMITT, *Princeton Plasma Physics Lab. Report MATT-1160* (1975).
- [36] R. STENZEL, in *Introduction to Plasma Physics*, Ref. [29].
- [37] I. R. GEKKER, O. V. SIZUKHIN, *Žurn. eksper. teor. Fiz., Pis. Red.* **9** (1969) 408. [*Soviet Physics JETP Letters* **9** (1969) 243].
- [38] W. L. KRUEER, K. G. ESTABROOK, J. J. THOMSON, in *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena* (ed. H. J. Schwarz und H. Hora), Vol. 3A, p. 341. Plenum, New York (1974).
- [39] J. A. STAMPER, K. PAPADOPOULOUS, R. N. SUDAN, E. A. McLEAN, J. M. DAWSON, *Phys. Rev. Letters* **26** (1972) 1012.
- [40] D. A. TIDMAN, R. A. SHANNY, *Phys. Fluids* **17** (1974) 1207; J. A. STAMPER, D. A. TIDMAN, *Phys. Fluids* **16** (1973) 2024.
- [41] D. A. TIDMAN, *Phys. Rev. Letters* **32** (1974) 1179.
- [42] J. J. THOMSON, C. E. MAX, K. ESTABROOK, *Phys. Rev. Letters* **35** (1975) 663.
- [43] K. G. ESTABROOK, E. J. VALEO, W. L. KRUEER, *Phys. Fluids* **18** (1975) 1151.
- [44] SCHWIRZKE, in *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena* (ed. H. J. Schwarz und H. Hora), Vol. 3A, p. 213. Plenum Press New York (1974).
- [45] Y. M. ALIEV, V. P. SILIN, C. WATSON, *Žurn. eksper. teor. Fiz.* **50** (1966) 943 [*Soviet Physics-JETP* **23** (1966) 626].
- [46] T. AMANO, M. OKAMATO, *J. Phys. Soc. Japan* **26** (1969) 391.
- [47] M. PORKOLAB, *Nuclear Fusion* **12** (1972) 329.
- [48] J. M. KINDEL, H. OKUDA, J. M. DAWSON, *Phys. Rev. Letters* **29** (1972) 995.
- [49] P. K. KAW, Y. C. LEE, *Phys. Fluids* **13** (1970) 1533; *ibid.* **15** (1972) 911.
- [50] J. B. McBRIDE, *Phys. Fluids* **13** (1970) 2725.
- [51] M. Y. YU, K. H. SPATSCHEK, *Phys. Letters* **46A** (1973) 157.
- [52] A. W. TRIVELPIECE, R. W. GOULD, *J. Appl. Phys.* **30** (1959) 1784.
- [53] A. A. IVANOV, V. V. PARAIL, *Žurn. eksper. teor. Fiz.* **62** (1972) 932 [*Soviet Physics-JETP* **35** (1972) 494].
- [54] A. B. KITSENKO, K. N. STEPANOV, *Žurn. eksper. teor. Fiz.* **64** (1973) 813 [*Soviet Physics-JETP* **37** (1973) 813].
- [55] K. D. HARMS, H. HASSELBERG, A. ROGISTER, *Nuclear Fusion* **14** (1974) 251; *ibid.* **14** (1974) 657.
- [56] M. PORKOLAB, *Princeton Plasma Phys. Lab. Report MATT-1069* (1974).
- [57] A. ROGISTER, *Phys. Rev. Letters* **34** (1975) 80.
- [58] B. GREK, M. PORKOLAB, *Phys. Rev. Letters* **30** (1973) 836.
- [59] H. W. HENDEL, J. T. FLICK, *Phys. Rev. Letters* **31** (1973) 199.
- [60] T. K. CHU, S. BERNABEL, R. W. MOTLEY, *Phys. Rev. Letters* **31** (1973) 211.
- [61] R. P. H. CHANG, M. PORKOLAB, *Phys. Rev. Letters* **31** (1973) 1227; *ibid.* **31** (1973) 1241.
- [62] D. W. FORSLUND, J. M. KINDEL, E. L. LINDMAN, *Phys. Rev. Letters* **29** (1972) 249.
- [63] D. W. FORSLUND, J. M. KINDEL, E. L. LINDMAN, *Phys. Rev. Letters* **30** (1973) 739.

- [64] J. DRAKE, P. K. KAW, Y. C. LEE, G. SCHMIDT, C. S. LIU, M. N. ROSENBLUTH, *Phys. Fluids* 17 (1974) 778.
- [65] A. T. LIN, J. M. DAWSON, *Phys. Fluids* 18 (1975) 1542.
- [66] D. W. FORSLUND, J. M. KINDEL, E. L. LINDMAN, *Phys. Fluids* 18 (1975) 1002; *ibid.* 18 (1975) 1017.
- [67] W. M. MANHEIMER, E. OTT, *Phys. Fluids* 17 (1974) 1413; E. OTT, W. M. MANHEIMER, H. H. KLEIN, *Phys. Fluids* 17 (1974) 1757.
- [68] M. BORNATOL, *J. Plasma Phys.* 14 (1975) 105.
- [69] C. N. LASHMORE-DAVIES, R. S. B. ONG, *Phys. Rev. Letters* 32 (1974) 1172.
- [70] P. K. SHUKLA, M. Y. YU, K. H. SPATSCHEK, *Phys. Fluids* 18 (1975) 265.
- [71] K. F. LEE, *J. Plasma Phys.* 11, 99 (1974); *Phys. Letters* 42A (1973) 365; *ibid.* 43A (1973) 77.
- [72] J. LARSSON, J. STENFLO, *Beiträge aus der Plasmaphysik* 13 (1973) 169.
- [73] S. BAJARBARUA, A. SEN, P. K. KAW, *Phys. Letters* 47A (1974) 464.
- [74] A. HASEGAWA, *Phys. Rev. Letters* 32 (1974) 817.
- [75] M. Y. YU, K. H. SPATSCHEK, P. K. SHUKLA, *Z. Naturforsch.* 29a (1974) 1736.
- [76] K. H. SPATSCHEK, P. K. SHUKLA, M. Y. YU, *Lettera Nuovo Cimento* 12 (1975) 368.
- [77] K. H. SPATSCHEK, M. Y. YU, P. K. SHUKLA, *Proc. II. Internat. Conf. on Plasma Theory* (Kiev, 1974), p. 184.
- [78] R. Z. GALEEV, A. A. SAGDEEV, *Nonlinear Plasma Theory*. Benjamin, New York (1969); J. M. MANLEY, H. E. ROWE, *Proc. IRE* 44 (1956) 904.
- [79] M. N. ROSENBLUTH, *Phys. Rev. Letters* 29 (1972) 565.
- [80] F. W. PERKINS, J. FLICK, *Phys. Fluids* 14 (1971) 2012.
- [81] A. D. PILIYA, Xth Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases (Oxford, 1972), p. 320.
- [82] D. PESME, G. LAVAL, R. PELLAT, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 203.
- [83] R. B. WHITE, C. S. LIU, M. N. ROSENBLUTH, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 520.
- [84] C. S. LIU, M. N. ROSENBLUTH, R. B. WHITE, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 697.
- [85] M. N. ROSENBLUTH, R. B. WHITE, C. S. LIU, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 1190.
- [86] J. F. DRAKE, Y. C. LEE, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 1197.
- [87] Y. C. LEE, P. K. KAW, *Phys. Rev. Letters* 32 (1973) 135.
- [88] D. F. DUBOIS, D. W. FORSLUND, E. A. WILLIAMS, *Phys. Rev. Letters* 33 (1974) 1013.
- [89] D. W. FORSLUND, J. M. KINDEL, K. LEE, E. L. LINDMAN, *Phys. Rev. Letters* 34 (1975) 193.
- [90] D. BISKAMP, H. WELTER, *Phys. Rev. Letters* 34 (1975) 312.
- [91] P. KAW, R. WHITE, D. PESME, M. ROSENBLUTH, G. LAVAL, R. VARMA, R. HUFF, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* 2 (1974) 11; *Nuclear Fusion* 14 (1974) 45.
- [92] C. L. LIU, M. N. ROSENBLUTH, R. B. WHITE, *Phys. Fluids* 17 (1974) 1211.
- [93] A. A. GALEEV, G. LAVAL, T. O'NEIL, M. N. ROSENBLUTH, R. Z. SAGDEEV, *Žurn. eksper. teor. Fiz., Pis. Red.* 17 (1973) 48 [*Soviet Physics-JETP Letters* 17 (1973) 35]; *Žurn. eksper. teor. Fiz.* 65 (1973) 973 [*Soviet Physics-JETP* 38 (1974) 482].
- [94] L. M. GORBUNOV, *Žurn. eksper. teor. Fiz.* 65 (1973) 990 [*Soviet Physics-JETP* 38 (1974) 490].
- [95] L. M. GORBUNOV, *Žurn. eksper. teor. Fiz.* 67 (1974) 1386 [*Soviet Physics-JETP* 40 (1975) 689].
- [96] P. K. SHUKLA, M. Y. YU, K. H. SPATSCHEK, *Z. Naturforsch.* 30a (1975) 911.
- [97] H. H. KLEIN, W. M. MANHEIMER, E. OTT, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 1187.
- [98] R. B. WHITE, F. F. CHEN, *Plasma Phys.* 16 (1974) 565.
- [99] L. M. GOLDMAN, J. SOURES, M. J. LUBIN, *Phys. Rev. Letters* 31 (1975) 1184.
- [100] R. B. WHITE, C. S. LIU, M. N. ROSENBLUTH, *Phys. Rev. Letters* 31 (1973) 520.
- [101] D. W. FORSLUND, J. M. KINDEL, K. LEE, E. L. LINDMAN, *Phys. Rev. Letters* 34 (1975) 193.
- [102] D. ANDERSON, H. WILHEMSSON, *Physica Scripta* 11 (1975) 341; *Nuclear Fusion* 14 (1974) 537; *ibid.* 15 (1975) 201.
- [103] R. W. HARVEY, G. SCHMIDT, *Phys. Fluids* 18 (1975) 1395.
- [104] L. M. GORBUNOV, *Žurn. eksper. teor. Fiz.* 67 (1974) 1386 [*Soviet Physics-JETP* 40 (1975) 689].
- [105] J. J. THOMSON, *Nuclear Fusion* 15 (1975) 237.
- [106] E. J. VALEO, C. R. OBERMAN, *Phys. Rev. Letters* 30 (1973) 1035.
- [107] D. W. NICHOLSON, A. N. KAUFMAN, *Phys. Rev. Letters* 33 (1974) 1207.
- [108] K. H. SPATSCHEK, P. K. SHUKLA, M. Y. YU, *Phys. Letters* 51A (1975) 183.
- [109] M. Y. YU, P. K. SHUKLA, K. H. SPATSCHEK, *Phys. Rev.* 12A (1975) 656.
- [110] M. N. ROSENBLUTH, C. S. LIU, *Phys. Rev. Letters* 29 (1972) 701.
- [111] P. S. LEE, Y. C. LEE, C. T. CHANG, D. S. CHUU, *Phys. Rev. Letters* 30 (1973) 538.

- [112] A. KAUFMAN, B. COHEN, Phys. Rev. Letters **30** (1973) 1306.
- [113] K. H. SPATSCHEK, M. Y. YU, P. K. SHUKLA, Plasma Phys. **18** (1976) 573.
- [114] D. F. DUBOIS, M. V. GOLDMAN, Phys. Fluids **15** (1972) 919.
- [115] E. VALEO, C. OBERMAN, F. W. PERKINS, Phys. Rev. Letters **28** (1972) 340.
- [116] V. V. PUSTOVALOV, V. P. SILIN, Žurn. eksper. teor. Fiz. **59** (1970) 2215 [Soviet Physics-JETP **32** (1971) 1198].
- [117] D. F. DUBOIS, M. V. GOLDMAN, D. MCKINNIS, Phys. Fluids **16** (1974) 2257.
- [118] YU-YUN KUO, J. A. FEJER, Phys. Rev. Letters **29** (1972) 1667.
- [119] J. A. FEJER, YU-YUN KUO, Phys. Fluids **16** (1973) 1490.
- [120] B. BEZZERIDES, J. WEINSTOCK, Phys. Rev. Letters **28** (1972) 481.
- [121] J. WEINSTOCK, B. BEZZERIDES, Phys. Fluids **16** (1973) 2287.
- [122] T. H. DUPREE, Phys. Fluids **9** (1966) 1773.
- [123] J. WEINSTOCK, Phys. Fluids **11** (1968) 1977.
- [124] J. S. DEGROOT, KATZ, Phys. Fluids **16** (1973) 401.
- [125] J. J. THOMSON, R. J. FAEHL, W. L. KRUEER, BODNER, Phys. Fluids **17** (1974) 973.
- [126] K. G. ESTABROOK, E. J. VALEO, W. L. KRUEER, Phys. Fluids **18** (1975) 1151.
- [127] W. L. KRUEER, J. M. DAWSON, Phys. Fluids **15** (1972) 446.
- [128] J. M. DAWSON, A. T. LIN, UCLA-Report PPG-191 (1974).
- [129] H. H. KLEIN, E. OTT, W. M. MANHEIMER, Phys. Fluids **18** (1975) 1031.
- [130] W. L. KRUEER, K. G. ESTABROOK, K. H. SINZ, Nuclear Fusion **13** (1973) 952.
- [131] L. M. GOLDMAN, J. SOURES, M. J. LUBIN, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1184.
- [132] B. H. RIPIN, J. M. McMAHON, E. A. McLEAN, W. M. MANHEIMER, J. A. STAMPER, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 634.
- [133] C. YAMANAKA, T. YAMANAKA, T. SASAKI, J. MIZUI, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 1038.
- [134] B. B. KADOMTSEY, *Plasma Turbulence*. Academic, London (1965); Chap. 2.
- [135] K. NISHIKAWA, Y. C. LEE, P. K. KAW, Phys. Fluids **16** (1973) 1380.
- [136] P. K. SHUKLA, M. Y. YU, K. H. SPATSCHEK, Proc. XIIth Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, (Eindhoven, 1975), Part 1, p. 333.
- [137] M. N. ROSENBLUTH, R. B. WHITE, C. S. LIU, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1190.
- [138] P. KOCH, J. ALBRITTON, Phys. Rev. Letters **34** (1975) 1616.
- [139] A. A. VEDENOV, A. V. GORDEEV, L. I. RUDOKOV, Plasma Phys. **9** (1967) 719.
- [140] G. D. THOME, F. W. PERKINS, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 1238.
- [141] F. W. PERKINS, E. J. VALEO, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 1234.
- [142] C. N. LASHMORE-DAVIES, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 289.
- [143] P. KAW, G. SCHMIDT, T. WILCOX, Phys. Fluids **16** (1973) 1522.
- [144] K. NISHIKAWA, Y. C. LEE, P. K. KAW, Phys. Fluids **16** (1973) 1380.
- [145] G. SCHMIDT, T. WILCOX, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1380.
- [146] C. E. MAX, J. ARONS, A. B. LANGDON, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 209.
- [147] R. P. H. CHANG, M. PORKOLAB, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1241.
- [148] A. T. LIN, J. M. DAWSON, H. OKUDA, Phys. Fluids **17** (1974) 1995.
- [149] L. RUDAKOV, Dokl. Akad. Nauk SSSR **207** (1972) 821 [Soviet Physics-Doklady **17** (1973) 1166].
- [150] V. E. ZAKHAROV, Žurn. eksper. teor. Fiz. **62** (1972) 1745 [Soviet Physics-JETP **35** (1972) 908].
- [151] V. KARPMAN, *Nonlinear Waves in Dispersive Media*. Pergamon, Oxford (1975).
- [152] K. NISHIKAWA, H. HOJO, K. MIMA, H. IKEZI, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 148.
- [153] G. J. MORALES, Y. C. LEE, R. B. WHITE, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 457.
- [154] P. K. KAW, K. MIMA, K. NISHIKAWA, Phys. Rev. Letters **24** (1975) 803.
- [155] P. K. KAW, K. NISHIKAWA, Y. YOSHIDA, A. HASEGAWA, Phys. Rev. Letters **35** (1975) 88.
- [156] K. MIMA, K. NISHIKAWA, H. IKEZI, Phys. Rev. Letters **35** (1975) 726.
- [157] G. J. MORALES, Y. C. LEE, Phys. Rev. Letters **35** (1975) 930.
- [158] G. J. MORALES, Y. C. LEE, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 1016.
- [159] V. E. ZAKHAROV, A. B. SHABAT, Žurn. eksper. teor. Fiz. **61** (1971) 118. [Soviet Physics-JETP **34** (1972) 62].
- [160] V. E. ZAKHAROV, Žurn. eksper. teor. Fiz., Pis. Red. **21** (1975) 479 [Soviet Physics-JETP Letters **21** (1975) 221].
- [161] K. NISHIKAWA, Y. C. LEE, C. S. LIU, Comments Plasma Phys. Controlled Fusion **2** (1975) 63.
- [162] E. J. VALEO, K. G. ESTABROOK, Phys. Rev. Letters **34** (1975) 1008.
- [163] J. DENAVIT, N. R. PEREIRA, R. N. SUDAN, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 1435.

- [164] E. J. VALEO, W. L. KRUEER, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 750.
- [165] A. HASEGAWA, Phys. Rev. A **1** (1970) 1746; Phys. Fluids **15** (1972) 870; Phys. Rev. Letters **24** (1970) 1165.
- [166] K. H. SPATSCHEK, M. Y. YU, P. K. SHUKLA, J. Geophys. Res. **81** (1976) 1413.
- [167] I. L. BOGOLUBSKY, V. G. MAKHANKOV, Preprint JINR, E9-8315, Dubna (1974).
- [168] A. N. KAUFMAN, L. STENFLO, Physica Scripta **11** (1975) 269.
- [169] A. HASEGAWA, *Plasma Instabilities and Nonlinear Effects*. Verlag Julius Springer Berlin (1975).
- [170] M. V. GOLDMAN, M. PORKOLAB, Bull. Amer. Phys. Soc. **20** (1975) 1292.
- [171] K. H. SPATSCHEK, Lettera Nuovo Cimento **15** (1976) 519.
- [172] G. SCHMIDT, Phys. Rev. Letters **34** (1975) 724.
- [173] J. Z. WILCOX, T. J. WILCOX, Phys. Rev. Letters **34** (1975) 1160.
- [174] S. MAXON, J. VIOGELLI, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 4.
- [175] L. M. DEGTJAREV, V. G. MAKHANKOV, L. I. RUDAKOV, Žurn. eksper. teor. Fiz. **67** (1974) 533 [Soviet Physics-JETP **40** (1975) 264].
- [176] YA. N. ISTOMIN, V. I. KARFMAN, Žurn. eksper. teor. Fiz. **67** (1974) 1693 [Soviet Physics-JETP **40** (1975) 843].
- [177] V. V. GOREV, L. I. RUDAKOV, Žurn. eksper. teor. Fiz., Pis. Red. **21** (1975) 532 [Soviet Physics-JETP Letters **21** (1975) 248].
- [178] A. Y. WONG, B. H. QUON, Phys. Rev. Letters **34** (1975) 1499.
- [179] H. C. KIM, R. L. STENZEL, A. Y. WONG, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 886.
- [180] N. HERSHKOWITZ, TH. ROMESSER, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 581.
- [181] A. S. KINGSEP, L. I. RUDAKOV, R. N. SUDAN, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1482.
- [182] D. F. DUBOIS, M. V. GOLDMAN, Phys. Rev. Letters **28** (1972) 481.
- [183] R. P. H. CHANG, M. PORKOLAB, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1241.
- [184] R. P. H. CHANG, M. PORKOLAB, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 1227.
- [185] H. W. HENDEL, J. T. FLICK, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 199.
- [186] J. M. KINDEL, H. OKUDA, J. M. DAWSON, Phys. Rev. Letters **29** (1972) 996.
- [187] R. P. H. CHANG, M. PORKOLAB, Phys. Rev. Letters **25** (1970) 1262.
- [188] P. K. KAW, Y. C. LEE, Phys. Fluids **16** (1973) 155.
- [189] B. GREK, M. PORKOLAB, Phys. Rev. Letters **30** (1973) 836.
- [190] K. H. SPATSCHEK, P. K. SHUKLA, M. Y. YU, Plasma Phys. **17** (1975) 1091.
- [191] W. M. MANHEIMER, K. PAPADOPOULOS, Phys. Fluids **18** (1975) 1397.
- [192] J. J. THOMSON, R. J. FAEHL, W. L. KRUEER, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 918.
- [193] G. J. MORALES, Y. C. LEE, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 1534.
- [194] J. P. FREIDBERG, R. W. MICHELL, R. L. MORSE, L. I. RUDSINSKI, Phys. Rev. Letters **28** (1972) 795.
- [195] H. H. KLEIN, W. M. MANHEIMER, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 953.
- [196] P. KOCH, J. ALBRITTON, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 1420.
- [197] J. WEINSTOCK, B. BEZZERIDES, Phys. Rev. Letters **32** (1974) 754.
- [198] H. DREICER, R. F. ELLIS, J. C. INGRAHAM, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 426.
- [199] E. J. VALEO, W. L. KRUEER, Phys. Rev. Letters **33** (1974) 750.
- [200] V. V. GOREV, A. S. KINGSEP, Žurn. eksper. teor. Fiz. **66** (1974) 2048 [Soviet Physics-JETP **39** (1974) 1008].
- [201] V. P. SILIN, Žurn. eksper. teor. Fiz., Pis. Red. **21** (1975) 333 [Soviet Physics-JETP Letters **21** (1975) 152].
- [202] W. L. KRUEER, K. G. ESTABROOK, J. J. THOMSON, in *Laser Interaction and Related Plasma phenomena* (ed. H. J. Schwarz und H. Hora), Vol. 3A, p. 341, Plenum, New York (1971).
- [203] B. BEZZERIDES, D. F. DUBOIS, Phys. Rev. Letters **34** (1974) 1381.
- [204] N. G. BASOV, O. N. KROKHIN, V. V. PUSTOVALOV, A. A. RUPASOV, V. P. SILIN, G. V. SKLIZKOV, V. T. TIKHONCHUK, A. S. SHIKANOV, Žurn. eksper. teor. Fiz. **67** (1974) 118, [Soviet Physics-JETP **40** (1975) 61].
- [205] A. T. LIN, P. K. KAW, J. M. DAWSON, Phys. Rev. A **8** (1973) 2618.